506.94
.S675
25
557
N. Mo.

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS.

Séance du 6 janvier 1866.

PRÉSIDENCE DE M. D'ALMEIDA.

L'ordre du jour appelle les nominations du président pour le premier semestre de l'année 1866, d'un archiviste, d'un trésorier et des trois membres de la commission des comptes.

Sont nommés :

Président, M. Moreau;

Archiviste, M. Alix;

Trésorier, M. Laboulaye;

Membres de la commission des comptes :

MM. de la Gournerie;
d'Almeida;
Bureau.

M. Marey fait une communication sur une méthode graphique pour déterminer la vitesse du courant nerveux.

MM. Janssen, de la Gournerie, Bert et Guillemin présentent à ce sujet quelques observations.

M. de Caligny envoie une note ayant pour titre : *Considérations relatives aux frottements de l'eau sous de très-grandes pressions.*

La Société se forme en comité secret pour entendre la lecture d'un rap-

port de M. Laurent sur la candidature de M. Barande comme membre correspondant.

Considérations relatives aux frottements de l'eau sous de très-grandes pressions, par M. A. de Caligny.

A la fin de sa dernière communication, M. de Caligny avait dit quelques mots sur les effets à observer au moyen des manomètres à diverses hauteurs d'un siphon renversé, projeté par le gouvernement romain. Il fait observer aujourd'hui que, même après l'achèvement des travaux, il sera très-intéressant de faire cette étude, d'abord quand les tuyaux seront neufs, et de les répéter quand leur surface intérieure sera modifiée, comme elle l'est toujours au bout d'un certain temps, par suite de l'écoulement de l'eau.

Si le frottement des molécules d'eau les unes sur les autres était augmenté pour des vitesses données par de très-grandes pressions, il ne serait pas certain qu'on s'en aperçût au moyen du débit de la conduite, parce que cette augmentation de frottement pourrait augmenter la difficulté de faire sortir les molécules d'eau engrenées dans les aspérités des parois. On ne sait pas, en effet, comment pourrait être modifié le frottement de ces molécules contre des aspérités fixes, de sorte que cela pourrait changer d'une manière essentielle les conditions de la surface sur laquelle s'exerce immédiatement la résistance, qui se transmet ensuite de proche en proche aux molécules intérieures.

On a longtemps admis que cette résistance ne s'exerçait pas sur les parois, mais sur une couche d'eau qui les tapissait. On sait aujourd'hui, par diverses expériences, que les conduites neuves, débitant plus d'eau que celles qui sont depuis un certain temps en service, sans que la section de celles-ci soit sensiblement diminuée, il faut tenir compte des aspérités de leurs parois. Si donc on ne trouvait pas dans les premières expériences sur le siphon neuf une diminution de débit provenant des pressions très-considérables, on peut même dire extraordinaires, qui auront lieu à la partie inférieure, on ne serait pas encore

46
S6784
6e ser.
t. 3-4
1866-1867
SCNHRR

en droit d'en conclure qu'il n'y eût pas une augmentation de frottement, parce que, s'il y en avait une, cela pourrait modifier l'état des surfaces frottantes.

Il sera par conséquent essentiel, au moins pour la question de physique, de recommencer l'expérience quand les tuyaux auront eu le temps de modifier leurs surfaces intérieures, comme dans les circonstances précitées, où l'on a trouvé qu'il en résultait une diminution de débit. Si l'on retrouvait alors le même débit que pour une conduite neuve, il y aurait une raison de penser que, sous de très-grandes pressions, il se formerait plus facilement une véritable paroi liquide, analogue à celle que l'on a longtemps supposée pour le cas des pressions ordinaires.

On sait que, dans les tuyaux de conduite ordinaires, il résulte du frottement de l'eau des diminutions de pression supposées proportionnelles à la longueur des surfaces frottantes, sauf à une certaine distance des extrémités, quand le diamètre est constant. On conçoit donc comment des manomètres convenablement disposés à des hauteurs diverses permettraient de se former plus immédiatement une idée du phénomène, dans le cas où il ne serait pas si compliqué qu'on vient de supposer qu'il pourrait l'être. Ces questions sont d'ailleurs tellement délicates, ainsi que l'a fait pressentir M. de Caligny à la fin de sa dernière communication, qu'on ne saurait être trop circonspect dans la discussion des détails, quelque probable qu'il puisse paraître que les pressions ne changeront rien aux frottements pour des vitesses données.

Il n'est peut-être pas sans quelque intérêt de signaler, pour certaines circonstances relatives aux longs tuyaux de conduite ordinaires, une sorte de paradoxe apparent. On conçoit que, s'il n'y avait pas de frottement dans un tuyau de conduite, il pourrait y avoir des circonstances où l'eau n'exercerait en général, dans certaines régions, aucune pression bien sensible de dedans en dehors. Mais si l'on rétablit l'hypothèse du frottement, qui est une cause de diminution de pression, comme cela est expliqué ci-dessus, il en résultera, pour les parties d'amont du tuyau frottant, que, par suite de la résistance du frottement en aval, il y aura pour ces parties, sauf les effets de la contraction de la veine liquide, une conservation quelconque de la pression, à cause du frottement moindre, puisqu'il est supposé proportionnel à leur longueur, que l'eau éprouvera d'abord en y passant.

Cette remarque a seulement pour objet d'éviter quelque malentendu dans l'exposition des considérations nouvelles indiquées ci-dessus, et sur lesquelles on reviendra ultérieurement.

Séance du 13 janvier 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. Alix fait une communication sur la conformation des organes femelles chez le Kanguroo de Bennett et le mode de parturition observé par M. J. Verreaux chez cet animal.

M. de Saint-Venant fait une communication sur les phénomènes produits dans l'élasticité de certains corps à l'état dynamique.

MM. de la Gournerie et Haton de la Goupillière présentent à ce sujet quelques observations.

L'ordre du jour appelle la discussion du projet de modifications au règlement proposé dans la dernière séance.

Après une discussion à laquelle prennent part MM. Laboulaye, Berthelot et Fischer, la Société adopte à l'unanimité la modification suivante de l'article 28 du règlement :

« Les membres honoraires actuels (1er janvier 1866) recevront le Bulletin en payant le prix de l'abonnement; ils pourront s'acquitter en versant une fois pour toutes une somme de cent francs. Les membres passant aux honoraires à partir du 1er janvier 1866 payeront une somme de cent francs et recevront un exemplaire du Bulletin. »

M. Renard est élu membre correspondant.

Sur les organes de la parturition chez les Kanguroos, par M. Alix.

J'ai pu dernièrement, grâce à la générosité de M. Édouard Verreaux, étudier les organes de la parturition chez un Kanguroo de Bennett (*Halmaturus Bennettii*). Cette étude m'a permis de résoudre une question depuis longtemps controversée. Les organes de la génération se composent, comme on le sait, chez le Kanguroo femelle, de deux ovaires, de deux trompes, de deux matrices faisant suite aux deux trompes, de deux va-

gins latéraux qui, après s'être recourbés en forme d'anses, vont se terminer dans le vestibule urétro-génital et d'une poche médiane ou vagin médian. Ce vagin médian, qui doit plus particulièrement fixer notre attention, a la forme d'un cône allongé. La base du cône tournée vers les matrices communique largement de chaque côté avec les vagins latéraux; le sommet s'avance entre ces deux conduits et va toucher le fond du vestibule urétro-génital. Éverard Home avait affirmé (*Philosophical Transactions*, 1795) qu'il s'établissait une communication directe entre la cavité du vagin médian et celle du vestibule urétro-génital; que l'ouverture s'agrandissait peu à peu, à mesure que la parturition approchait, et qu'elle devenait alors capable d'une dilatation suffisante pour permettre la sortie du fœtus. Cuvier n'accepta pas cette opinion, ses dissections ne lui ayant pas montré l'ouverture signalée par Éverard Home. Il admit en conséquence que le fœtus s'engageait dans un des vagins latéraux et y cheminait lentement jusqu'à ce qu'il fût expulsé. M. Richard Owen (*Cyclopedia of anatomy and physiology*, 1841) a confirmé les assertions de Cuvier et cette manière de voir est généralement acceptée.

La disposition des organes aurait pour but de multiplier les obstacles destinés à prévenir l'expulsion trop longue d'un embryon si délicat. Cependant, si l'on considère l'étroitesse des vagins latéraux, et surtout l'excessive finesse qu'ils présentent à environ deux centimètres du vestibule urétro-génital, on peut être effrayé de la lenteur du trajet et de la violence des pressions auxquelles cet embryon délicat devrait être soumis. La raison ne milite pas plus en faveur de la seconde opinion qu'en faveur de la première, et l'observation des faits seuls peut nous dire où est la vérité.

Dans la préparation que j'ai l'honneur de mettre sous les yeux de la Société, il est facile de voir sur la face pubienne du vestibule urétro-génital, immédiatement au-dessus du méat urinaire, une ouverture circulaire, un peu plus grande que ce méat, plissée à la manière du sphincter anal. Une sonde introduite par cette ouverture plonge aussitôt dans la cavité du vagin médian.

Cette préparation démontre avec une évidence incontestable l'existence de l'ouverture niée par Cuvier et par M. Richard Owen, affirmée par Éverard Home.

Le dissentiment qui s'est produit entre ces auteurs tient-il à ce qu'ils ont observé des espèces différentes ?

Il serait important de le vérifier. On pourrait aussi attribuer ce dissentiment à ce que les animaux qu'ils ont observés n'auraient pas été dans des conditions semblables. Celui que j'ai étudié portait dans sa poche marsupiale un petit dont le tronc avait atteint 15 centimètres de long, dont toutes les parties extérieures étaient bien formées, mais qui avait encore les paupières adhérentes et n'offrait aucune trace de poils. La matrice où il a été contenu était molle et légèrement distendue. L'autre matrice contenait un embryon. Ainsi, le vagin médian n'était pas encore rentré dans ses conditions primitives, et il se préparait à recevoir bientôt un nouveau fœtus.

Les vagins latéraux n'offrent aucune trace de distension, et rien n'indique qu'ils aient servi de passage au fœtus. Ils ne semblent pas avoir eu d'autre usage que de recevoir le sperme au moment de l'accouplement et de le conduire jusqu'au col de l'utérus. Ils mériteraient ainsi le nom de *vagins spermatophores*, tandis que le vagin median, destiné à contenir le fœtus, lorsqu'il sort de la matrice, et plus tard à l'expulser, serait un *vagin embryophore*. Cette manière de voir est confirmée par un fait intéressant : c'est que *le vagin médian est recouvert d'un épithélium pavimenteux, tandis que les vagins latéraux sont revêtus d'un épithélium à cylindres.*

Il résulte de ces faits que la sortie de l'embryon n'offre pas cette lenteur que lui attribuaient les contradicteurs d'Everard Home, mais il ne faut pas croire pour cela que la prévoyance de la nature puisse être prise en défaut, elle y a pourvu par l'instinct de la mère. M. Jules Verreaux, pendant son séjour en Australie, a possédé un grand nombre de Kanguroos qu'il tenait en captivité ; grâce à une surveillance attentive de jour et de nuit, il a pu surprendre le secret de leur parturition. Lorsque la femelle se sent avertie qu'elle va expulser un embryon, elle applique ses deux pattes antérieures de chaque côté de la vulve de manière à en écarter les lèvres, puis elle introduit son museau dans la vulve, et reçoit l'embryon dans la cavité buccale ; aussitôt les pattes antérieures se portent sur les bords de la poche marsupiale de manière à en dilater l'ouverture, la tête plonge dans la poche et y dépose l'embryon. Quelques instants après, celui-ci est attaché au mamelon. MM. Owen et

Bennett avaient soupçonné ces faits, mais l'honneur de la découverte appartient à M. Jules Verreaux.

Ces faits une fois connus, il est assez curieux de voir que la forme des mâchoires est en rapport avec une telle fonction. En effet, chez le Kanguroo, les deux mâchoires, dans leur moitié antérieure, sont inclinées de haut en bas. Il en résulte une convexité pour la mâchoire supérieure et une concavité pour la mâchoire inférieure. Cette disposition est très-favorable à l'introduction du museau dans la cavité du petit bassin. La longueur du cou, sa mobilité, celle de la région dorsale sur la région lombaire, les dimensions et la forme des membres antérieurs ainsi que le mouvement de pronation que peut exécuter l'avant-bras, sont autant de circonstances qui viennent harmonieusement concourir à ce résultat important.

Séance du 20 janvier 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. Alix fait une communication sur la structure de la moelle d'après les recherches de Deiters.

M. Marey, en présentant une note de M. J. Worms sur la propagation du choléra et du moyen de la restreindre, développe cette note en ajoutant le résultat de ses études physiologiques sur cette maladie.

MM. Regnauld, Fernet et Alix présentent à ce sujet quelques observations.

M. Transon expose la suite de ses recherches sur les projections gauches.

M. Mannheim demande quelques explications à ce sujet.

M. Barande est nommé membre correspondant.

Sur la membrane du vol du Phalanger volant, par M. Paul Bert.

Chez le Phalanger volant (*Didelphis petaurus*, Shaw), la peau du dos et celle du ventre s'accolent, immédiatement au delà des parois du corps, par un tissu cellulaire très-dense et s'étendent

latéralement entre le membre antérieur et le postérieur, de manière à constituer la membrane du vol.

Entre ces deux expansions cutanées se trouvent des muscles peaussiers qui les font mouvoir ; ils s'attachent les uns à la peau antérieure, les autres à la peau postérieure.

1° *Peau antérieure.* Des fibres musculaires peu nombreuses partent de toute l'étendue du sternum et, se portant transversalement, s'étalent en éventail sur la peau antérieure. Très-rares dans la partie antérieure et moyenne, elles sont plus nombreuses en arrière, où elles rejoignent au pied le gros faisceau des fibres longitudinales de la peau postérieure.

2° *Peau postérieure.* A. Fibres circulaires. — Ce sont les plus profondes. Elles sont rares, et n'occupent que la région dorsale moyenne, sans s'étendre jusqu'au bord libre de la membrane.

B. Fibres longitudinales. — Nombreuses, étendues sur un plan mince mais vigoureux du pied jusqu'à la main, elles cessent brusquement sur la ligne de réunion des deux peaux, sans avoir diminué en nombre, et sans qu'une seule passe sur la peau antérieure.

Leur faisceau principal naît en arrière, au côté interne de l'extrémité inférieure du tibia, et s'épanouit en une nappe longitudinale qui arrive jusque près de la ligne médiane, et se termine dans l'aponévrose sous-cutanée qui entoure l'avant-bras.

Un faisceau moins important part du tiers interne de l'humérus, et ses fibres, disposées en éventail, s'entre-croisent avec celles du muscle précédent. Les plus internes se confondent sur la ligne médiane avec celles qui leur correspondent du côté opposé.

L'action simultanée de toutes ces fibres musculaires a pour résultat de tendre énergiquement la membrane du vol, en lui donnant une forme légèrement concave par en bas, condition évidemment très-favorable à l'action de ce parachute.

Explications relatives à la projection gauche, par M. Abel Transon.

Dans une précédente communication (séance du 6 mai 1865), j'ai proposé d'appeler *projection gauche* un système où les

rayons projetants sont assujettis à rencontrer deux droites qui ne se rencontrent pas. Les surfaces projetantes sont alors des surfaces gauches, notamment sont des hyperboloïdes à une nappe si la ligne projetée est droite, de sorte que la *projection gauche* d'une droite sur un plan est une quelconque des sections coniques, etc...

Cette sorte de projection partage avec la *projection centrale* ou *perspective* cette propriété remarquable que, si on fait tourner le plan du tableau autour de son intersection avec le plan primitif, les deux figures demeurent projections l'une de l'autre, quel que soit l'angle de la rotation effectuée.

Supposons qu'on fasse tourner le plan du tableau jusqu'à le rabattre sur le plan primitif, on aura une transformation plane, c'est-à-dire une transformation de la figure primitive dans son propre plan. S'il s'agit d'une projection centrale, on aura une *transformation homologique*, et s'il s'agit d'une projection gauche on aura ce qu'il est assez naturel d'appeler une *transformation gauche*. Or, voici le principe très-simple de cette transformation dans le plan.

Soient A et B les pieds des deux directrices sur le plan primitif, A′ et B′ les points qui représentent, après rabattement, les pieds de ces mêmes directrices sur le tableau, et soit L la ligne autour de laquelle s'est fait le rabattement, c'est-à-dire la ligne d'intersection des deux plans, ligne que nous appellerons l'*axe de transformation*.

Pour transformer un point O, on joindra OA, que l'on prolongera jusqu'à l'axe de transformation en α, et on mènera la ligne αA′; pareillement on joindra OB, qu'on prolongera jusqu'à la ligne L en β, et on mènera βB′. La rencontre des lignes αA′ en βB′ donnera le point O′ demandé, c'est-à-dire la situation où se place, après le rabattement, la projection gauche du point O.

Le lecteur qui prendra la peine de tracer la figure verra bien, en s'aidant des propriétés élémentaires des faisceaux homographiques, que la transformation d'une série de points situés en ligne droite donnera une section conique; et, de plus, sans recourir à aucune théorie particulière, il verra aisément que tout point de l'axe de transformation est à lui-même son transformé, et que tous les points de la ligne AB ont pour transformé commun un même point, le point *l*′, où la ligne AB rencontre l'axe de transformation. Or, ces deux propriétés suffisent pour établir la

propriété essentielle de la transformation gauche, qui est de doubler l'ordre de toute courbe transformée.

En effet, si une coube de la figure primitive est de l'ordre n, elle rencontre l'axe de transformation en n points (réels ou imaginaires par couples), lesquels, d'après l'une des remarques ci-dessus, appartiennent aussi à la courbe transformée. De plus, la courbe primitive coupe aussi la droite AB en n points qui donnent lieu pour la transformée en autant de points réunis en l'; c'est-à-dire que ce point l' qui est situé sur l'axe de transformation se trouve être pour la courbe transformée un point multiple de l'ordre n. Donc cette courbe est rencontrée par l'axe de transformation en $2n$ points; son ordre est donc égal à deux fois celui de la courbe primitive.

Si on appelle l le point où la ligne A'B' rencontre l'axe de transformation, on verra que tous les points de Al se transforment en B', et que tous ceux de Bl ont pour transformés communs le point A'; d'où il résulte que A' et B' aussi bien que l' sont des points multiples de l'ordre n pour la courbe transformée. — Si d'ailleurs on fait attention que le transformé d'un point quelconque de la ligne AA' ne sort pas de cette même ligne qui contient déjà le point multiple A', et que d'autre part les points BB' ont leurs transformés sur cette ligne BB' qui contient le point multiple B', on verra que les deux lignes AA' et BB' peuvent, aussi bien que l'axe de transformation, servir à démontrer que la transformation gauche double l'ordre de toute courbe algébrique.

Séance du 27 janvier 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. Transon offre à la Société une brochure de M. Pellarin intitulée : *Le choléra ou le typhus indien, épidémie de* 1865. *Prophylaxie et traitement.* Il expose en quelques mots les opinions de cet auteur relativement à la contagion.

Une discussion à laquelle prennent part MM. Giraldès, Marey, Berthelot, Fischer, Laurent et Moreau, s'engage sur cette présentation.

M. Berthelot fait une communication touchant de nouvelles expériences sur la formation de l'acétylène.

M. de Caligny expose un moyen d'appliquer plus en grand ses expériences sur la manière d'amorcer un siphon par le mouvement acquis d'une colonne liquide de bas en haut.

La Société se forme en comité secret pour entendre un premier rapport de M. Mannheim sur la candidature de M. Gilbert comme membre correspondant et un autre rapport envoyé par M. Haton de la Goupillère au nom de la première section pour un membre à nommer en remplacement de M. Bresse, devenu membre honoraire.

Les candidats présentés sont :

En première ligne, M. Kretz ;

En seconde ligne, M. Collignon.

Sur la manière d'amorcer un siphon par le mouvement acquis d'une colonne liquide de bas en haut, par M. H. de Caligny.

En 1839 M. de Caligny a communiqué des expériences d'où il résulte qu'on peut amorcer un siphon assez gros, par exemple, d'environ 11 centimètres de diamètre, au moyen d'une colonne liquide oscillante ; le mouvement acquis par lequel l'eau est élevée au-dessus du niveau de celle d'un réservoir est employé à remplir le siphon de manière à l'amorcer. Cependant, il faut tenir compte dans les gros siphons de ce que la colonne d'air peut être divisée dans le coude, tandis que cela n'arrive point pour les petits diamètres, comme il est facile de le voir avec des tubes de verre. Il est peut-être intéressant de remarquer que, dans ce dernier cas, il se présente quelquefois un moment d'hésitation quand la colonne arrive, dans la seconde branche du siphon, au niveau qu'elle doit dépasser pour que le siphon soit amorcé. Mais le point essentiel à remarquer pour l'objet de cette communication, c'est qu'au moyen de ces petits diamètres on se débarrasse de la difficulté relative à la division de la colonne d'air. Or, il est facile de s'en débarrasser dans les gros siphons, en les divisant en plusieurs, au moyen de lames concentriques. On multiplie, il est vrai, ainsi, les surfaces de frottement, mais, dans certaines limites, cela n'a pas d'importance. Il est d'ailleurs évident qu'en supposant même ce siphon d'un grand diamètre, si chaque lame partielle monte assez horizontalement dans chaque siphon partiel, en un mot s'il n'y a point de cause bien sensible pour que sa surface se brise en montant jusqu'à ce que la

lame liquide se courbe, il n'y a pas de raison pour qu'elle se brise par un mouvement dans le sens horizontal. On doit se préoccuper, quant au brisement, au sommet de la colonne surtout, de ce qui se présente quand la lame se courbe. Si donc elle n'a qu'une épaisseur assez petite, il n'y a pas plus de raison pour qu'elle se brise qu'il n'y en a pour la colonne liquide des siphons d'un petit diamètre.

Il résulte de cette communication que des appareils élévatoires sans pièce mobile, présentés autrefois par M. de Caligny comme des appareils de physique, sont peut-être appelés à rendre plus de services qu'on ne devait le croire. Cela montre une fois de plus que les principes entièrement nouveaux ne doivent jamais être dédaignés, même au point de vue de l'utilité publique.

Quant aux diamètres dépassant certaines limites, il faut d'ailleurs tenir compte de la manière dont l'eau pourra se diviser dans la branche descendante de chaque tuyau partiel, de ceux surtout qui seront les plus longs à l'extrémité opposée du coude et de la manière dont l'eau pourra se diviser au delà. Il ne s'agit que d'exposer ici le principe des effets à étudier par l'expérience.

Dans la même séance, M. de Caligny a ajouté quelques détails à ceux qu'il avait déjà communiqués dans deux des séances précédentes, sur les recherches relatives aux frottements de l'eau dans des siphons projetés dans les États romains, et dont la partie inférieure sera soumise à d'énormes pressions.

Si le frottement des molécules d'eau sur elles-mêmes augmente quand les pressions sont très-grandes, il faut ajouter à ce qui a été dit dans une des précédentes communications sur la manière dont cela peut modifier, par diverses raisons, la couche d'eau qui touche aux parois, que l'entraînement d'une espèce particulière qui peut en résulter modifiera peut-être les effets de la communication latérale du mouvement de l'eau ; de sorte qu'il est prudent de tenir compte de cette circonstance dans la manière de mesurer les pressions au moyen de piézomètres.

D'après la nouvelle théorie de la chaleur, le frottement serait, selon l'un des savants auteurs qui ont traité de cette théorie, une fiction mathématique cachant la réalité. Le véritable effet du frottement serait un dégagement de chaleur, quand les surfaces frottantes ne sont pas usées d'une manière sensible. On conçoit donc combien il serait essentiel de pouvoir faire des observations

thermométriques à diverses hauteurs des siphons renversés, pour étudier d'une manière plus intime la nature du frottement sous des pressions très-diverses.

Un savant ingénieur des ponts et chaussées auquel M. de Caligny parlait de ces expériences, qui vont être faites par le père Secchi, lui a représenté combien il serait utile, dans divers cas, de varier, au besoin, les pressions en chaque point, au moyen d'un robinet plus ou moins ouvert. Mais il sera peut-être assez difficile d'avoir alors la véritable section d'écoulement, en tenant compte des effets de la contraction de la veine fluide. Il serait donc à désirer que ces expériences pussent être variées, le tuyau étant entièrement ouvert à ses extrémités, et le régime étant d'abord établi avant de prendre les mesures pour chaque expérience, et que ces expériences fussent faites avant la fin des travaux, afin qu'on pût varier avec sûreté les diverses pressions, en observant d'ailleurs les plus grandes vitesses qu'il soit possible d'obtenir dans les circonstances dont il s'agit.

Séance du 3 février 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. Vaillant fait une communication sur la manière dont la *Cyclas cornea* flotte à la surface de l'eau.

MM. Janssen et Fischer demandent à ce sujet quelques explications.

M. Fischer fait part à la Société d'un cas de pseudo-parasitisme de la *Cyclas cornea* sur l'Écrevisse, observation due à M. Girard, et des remarques faites à la ménagerie du Muséum sur les métamorphoses de l'Axolot.

Séance du 10 février 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

Un passage du travail de M. Stéphan inséré par extrait dans le dernier Bulletin (page 133) donne lieu à une réclamation de priorité de la part de M. Alphonse Heegmann, membre correspondant, relativement à la question

des cercles, ou des sphères, coupés sous le même angle. Il rappelle son mémoire sur la sphère, imprimé à Lille en 1826.

M. Catalan fait une communication sur un système d'équations simultanées.

MM. Transon et Picard demandent à ce sujet quelques explications.

M. de la Gournerie communique à la Société l'extrait d'une lettre adressée à M. Dini par M. Cremona pour établir des relations d'échange entre la Société philomathique et l'Académie de Bologne.

M. Kretz est élu membre titulaire dans la première section, en remplacement de M. Bresse, devenu membre honoraire.

M. Gilbert est nommé membre correspondant.

La Société se forme en comité secret pour entendre la lecture d'un rapport de M. Fischer sur la candidature, au titre de membre correspondant, de M. Weitenweber, secrétaire général de l'Académie de Prague.

Séance du 17 février 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

MM. Barande, Renard et Gilbert remercient la Société de leurs récentes nominations.

M. Alix annonce que la description faite par lui des organes génitaux femelles du Kanguroo de Bennett avait été faite antérieurement par M. Poëlman. Mais il ne pense pas, comme ce dernier, que le sperme puisse jamais pénétrer par le vagin médian.

M. Fischer fait une communication sur l'organisation des Bryozoaires qui, suivant lui, devraient être rangés parmi les Rayonnés.

M. Vaillant présente à ce sujet quelques observations contradictoires.

M. Picard indique les résultats d'un de ses précédents travaux sur deux systèmes de sphères tels que chaque sphère d'un système coupe les différentes sphères de l'autre système sous des angles dont les cosinus sont proportionnels à des quantités données.

M. Darboux fait une communication sur les surfaces orthogonales.

M. Gilbert fait remettre une note sur les équations fondamentales de la théorie analytique de la chaleur.

M. de Caligny envoie une note intitulée : *Observations relatives à la théorie de la houle.*

Sur les organes de la parturition chez les Kanguroos, par M. Alix.

Depuis la séance du 12 janvier dernier, où j'ai fait à la Société une communication relative aux organes de la parturition des Kanguroos, j'ai trouvé dans les Bulletins de l'Académie des sciences de Bruxelles pour l'année 1851 un mémoire de M. Poëlman, professeur d'anatomie comparée à l'Université de Gand, où le même sujet a été traité. Dans ce mémoire, la communication directe du vagin médian avec le vestibule urétro-génital est, non-seulement décrite, mais encore figurée. Le sujet de l'observation est également un Kanguroo de Bennett. Je me fais un devoir de reconnaître immédiatement et avant toute réclamation la priorité de M. Poëlman. Ces deux observations, faites séparément à des époques éloignées, se confirment l'une l'autre, et établissent le fait pour le Kanguroo de Bennett. Une observation de Duvernoy pourrait être invoquée pour prouver que la communication existe aussi chez d'autres espèces. Dans un Kanguroo thetys, cet auteur a trouvé que le vagin médian n'était séparé du cul-de-sac urétro-génital que par une membrane excessivement mince (*Anat. comp.* t. VIII, 2e éd. 1846). Rien n'est plus facile à concevoir que la perforation ou même la résorption de cette mince cloison.

M. Poëlman pense que le sperme peut être introduit directement dans le vagin médian. Je ne dirai pas que cela soit absolument impossible, mais il ne me semble pas que ce soit là le chemin ordinaire des animalcules spermatiques. S'ils prennent cette route, c'est par erreur, le sperme étant versé audelà de l'orifice du vagin médian, dans la partie du vagin latéral qui succède immédiatement au vestibule urétro-génital. Dans tous les cas, l'orifice du vagin médian est trop étroit pour que cette poche, dans l'état normal, puisse servir à la copulation.

Sur les surfaces orthogonales, par M. Darboux.

Depuis les travaux de MM. Dupin et Lamé sur les surfaces orthogonales, le problème de la recherche des systèmes orthogonaux a pris une grande importance. Divers géomètres, MM. Bouquet, Serret, Bonnet, Michael Roberts, se sont occupés de cette recherche, et l'on connaît aujourd'hui un assez grand nombre de systèmes de surfaces orthogonales. M. Ossian Bonnet, dans une série de communications fort intéressantes faites à l'Académie des sciences en 1861, a montré que le problème se ramène à l'intégration d'une équation aux dérivées partielles du troisième ordre linéaire par rapport aux dérivées d'ordre supérieur. Ce résultat a un grand intérêt parce qu'il indique et précise l'ordre de difficulté du problème. C'est ainsi qu'on a fait un grand pas dans la solution du problème des surfaces applicables les unes sur les autres quand on a montré que toutes les surfaces applicables sur une surface donnée s'obtiennent en résolvant une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre.

Je me propose de démontrer le résultat de M. Bonnet en suivant une voie tout à fait différente. Dans un problème aussi difficile, dont la solution générale est loin d'être trouvée, il me semble utile de varier les méthodes parce que chacune d'elles met en évidence certaines solutions particulières.

Soit
$$(1) \qquad \alpha = \varphi(x, y, z)$$

l'équation de l'un des systèmes orthogonaux. Il passe en un point quelconque une surface du système (α), et l'on peut déterminer en ce point les directions des lignes de courbure par deux équations de la forme

$$(2) \qquad \frac{dx}{L} = \frac{dy}{M} = \frac{dz}{N}$$

$$(3) \qquad \frac{dx}{L'} = \frac{dy}{M'} = \frac{dz}{N'}$$

Dans ces équations L, M, N, L', M', N' sont fonctions des dérivées premières et secondes de α par rapport à x, y, z. Or les tangentes

aux lignes de courbure sont les normales aux deux autres systèmes de surfaces. Ainsi les droites dont la direction est déterminée en chaque point par l'équation (2) doivent être normales à un système de surfaces. Il faut donc, d'après des théorèmes connus, que

$$\lambda\,(Ldx + Mdy + Ndz)$$

soit une différentielle exacte, ce qui donne entre L, M, N la condition nécessaire et suffisante :

$$(4)\qquad L\left(\frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy}\right) + M\left(\frac{dN}{dx} - \frac{dP}{dz}\right) + N\left(\frac{dP}{dy} - \frac{dM}{dx}\right) = 0$$

Si cette condition est remplie, on déterminera le facteur, et en intégrant

$$\int \lambda\,(L\,dx + M\,dy + N\,dz) = \beta,$$

on aura un système de surfaces orthogonal au système (α). Les lignes d'intersection des surfaces (α) et (β) seront des lignes de courbure communes.

De même si l'on a

$$(5)\qquad L'\left(\frac{dM'}{dz} - \frac{dN'}{dy}\right) + M'\left(\frac{dN'}{dx} - \frac{dL'}{dz}\right) + N'\left(\frac{dP'}{dy} - \frac{dM'}{dx}\right) = 0$$

on intégrera

$$\int \lambda'\,(L'\,dx + M'\,dy + N'\,dz) = \gamma,$$

et l'on aura un nouveau système de surfaces formant avec les surfaces (α) (β) un système orthogonal. Ainsi la condition néces-

saire et suffisante pour obtenir une solution, c'est de trouver les solutions communes aux équations (4) et (5).

Mais ces équations (4) et (5) sont identiques : le problème est donc ramené à résoudre l'équation (4), qui est une équation du troisième ordre linéaire par rapport aux dérivées du troisième ordre. Toute solution de cette équation donnera un système triple de surfaces orthogonales.

L'identité des équations s'exprime géométriquement par le théorème suivant :

Si deux systèmes de surfaces orthogonales se coupent suivant leurs lignes de courbure, il y a un troisième système de surfaces orthogonal aux deux premiers.

Ce théorème est simple et n'a pas encore été, je crois, énoncé.

L'équation (4) a été obtenue par MM. Bouquet et Serret dans le cas particulier où l'on suppose α de la forme

$$\alpha = X + Y + Z.$$

On peut la déduire aussi d'une équation obtenue par M. Puiseux dans une note sur les systèmes de surfaces orthogonales. (*Journal de mathématiques pures et appliquées*, 1863.)

M. Puiseux obtient une démonstration très-simple des théorèmes de M. Lamé en développant les paramètres suivant les puissances des variables et en choisissant pour axes les normales aux trois surfaces. Ainsi l'on a par exemple :

$$\alpha = z + cz^2 + fx^2 + iy^2\, zlyz - zgzx + lz^3 + ox^3 + vy^3 + \gamma\, x^2y + \zeta\, xy^2 + \mu\, yz^2 + \pi\, z^2x + \tau\, zx^2 + \chi\, xyz + \ldots$$

On obtient l'équation :

$$\chi = 8\, eg.$$

Si l'on suppose que l'on revienne à des axes quelconques, χ e g seront remplacés par des fonctions des dérivées de α, et l'on aura une équation aux dérivées partielles du troisième ordre. Mais M. Puiseux n'a pas fait cette remarque, et du reste sa méthode ne prouverait pas que cette équation, qui est nécessaire, est aussi suffisante.

Sur les équations fondamentales de la théorie analytique de la chaleur, par M. Ph. Gilbert.

Les équations aux dérivées partielles qui régissent la température dans un milieu solide homogène se déduisent, comme on sait, de l'expression du *flux élémentaire*, c'est-à-dire de la quantité de chaleur qui, dans un instant dt, est échangée entre les molécules du corps à travers un élément plan ω. Fourier a le premier donné l'expression de ce flux, en admettant pour l'échange moléculaire la loi suivante : μ et μ' étant deux molécules très-voisines dans le milieu solide, ζ leur distance mutuelle, V et V' les températures respectives en μ et μ', la quantité de chaleur cédée par la première molécule à la seconde a pour expression :

$$\mu\,\mu'\,(V - V')\,F\,dt,$$

F étant un coefficient positif, fonction de la distance ζ, et qui a la même valeur en tous les points du milieu solide.

Généralisant le problème, M. Duhamel a donné dans le tome XIII du *Journal de l'École polytechnique* l'expression du flux élémentaire pour le cas, qui paraît être celui des milieux cristallisés, où la conductibilité varie avec la direction autour d'un même point ; alors le facteur F est fonction, non-seulement de ζ, mais des angles (φ, ψ) qui caractérisent une direction quelconque partant du point μ ; toutefois F admet la même valeur pour deux directions diamétralement opposées l'une à l'autre. Enfin, l'illustre créateur de la théorie des *coordonnées curvilignes*, dans un ouvrage plus récent (*Leçons sur la théorie analytique de la chaleur*, 1861), s'est proposé d'étendre les lois de la propagation de la chaleur aux cristaux qui n'offrent pas la même conductibilité *dans deux sens opposés*, en « écartant la restriction imposée par l'identité admise des valeurs de la fonction-facteur F pour deux directions opposées l'une à l'autre. (*Introd.*, *p. XVI.*)

Il n'objecte rien, pour le moment, à cette supposition d'une conductibilité inégale dans deux sens directement opposés, bien qu'elle soulève certaines difficultés ; mais, en admettant la gé-

néralisation proposée sur la nature du coefficient F, je crois pouvoir démontrer qu'elle conduit à des résultats tout autres que ceux auxquels l'illustre géomètre est arrivé.

En effet, la marche que l'on suit pour trouver l'expression du flux est celle-ci : on considère un élément plan ω, dont la direction est donnée par les cosinus $(m, n, p,)$ des angles que fait sa normale avec les axes; on applique l'expression de l'échange calorifique, donnée plus haut, à tous les couples de molécules μ, μ', situées de part et d'autre du plan de ω qui échangent entre elles de la chaleur à traverser; puis on fait une intégration quadruple qui s'étend à toutes ces molécules. On arrive ainsi à l'expression suivante du flux élémentaire :

$$-\omega\, dt \left(A \frac{dV}{dx} + B \frac{dV}{dy} + C \frac{dV}{dz}\right), \text{(p. 6)},$$

où les coefficients A, B, C désignent des intégrales doubles qui s'étendent à toutes les directions (φ, ψ) situées d'un même côté du plan de l'élément ω, à partir du centre M de cet élément, et qui, outre les cosinus m, n, p, renferment sous le signe $\int$ un facteur $\mathfrak{F}(\varphi, \psi)$ dont la valeur est :

$$\mathfrak{F} = \int_{\zeta_0}^{\zeta_1} F\, \zeta^4\, d\, \zeta$$

et que l'on nomme *conductibilité angulaire*.

Or, en vertu du principe adopté, le coefficient F est une fonction de ζ, φ, ψ, qui, dans le cas de dyssymétrie, n'a pas la même valeur pour deux directions opposées l'une à l'autre, non plus que les limites ζ_0 et ζ_1 ; il s'ensuit que, dans l'expression de l'échange de chaleur entre μ et μ', le coefficient F devra recevoir deux valeurs différentes l'une de l'autre, suivant que la température de μ sera supérieure ou inférieure à celle de μ', c'est-à-dire suivant que la température V sera croissante ou décroissante à partir du point M, dans la direction (φ, ψ). Cette observation, au reste, M. Lamé la fait lui-même, lorsqu'il dit (p. 6) que « si la fonction V était croissante, ses dérivées seraient positives, l'échange deviendrait négatif, c'est-à-dire que ce serait μ et non μ' qui gagnerait de la chaleur ; mais alors le coefficient

F correspondrait à la direction $(-\varphi, \pi + \psi)$, et pourrait avoir une valeur différente de celle qui correspond à la direction $(\varphi\,\psi)$ ».

Jusqu'ici nous sommes donc d'accord.

Mais alors, l'expression de $\mathfrak{F}$ conduira nécessairement aussi à deux valeurs différentes pour cette fonction $\mathfrak{F}$, suivant que V est croissant ou décroissant à partir de ω dans la direction(φ, ψ); donc, dans les intégrales doubles A, B, C, non-seulement le facteur $\mathfrak{F}$ variera avec la direction (φ, ψ), mais, pour une direction donnée (φ, ψ), il affectera deux valeurs différentes suivant le sens dans lequel varie la température V dans cette direction, en partant du point M; donc, ces intégrales renferment, sous le signe $\int$, un facteur dont la valeur dépend de la distribution de la température autour du point M : de sorte qu'il n'est pas permis de regarder A, B, C, comme ayant des valeurs déterminées et invariables pour un milieu cristallisé donné et pour une direction donnée m, n, p, de l'élément ω, ni même comme des constantes qui ont la même valeur en un point quelconque du cristal.

Il en est de même, pour les mêmes raisons, des coefficients appelés α, β, γ, δ, etc., par M. Lamé, et qui ne sont autre chose que les (A, B, C) dans le cas où l'élément ω devient normal à l'un des axes coordonnés. Ainsi, lorsque ω est normal aux x, il est visible que l'expression du flux peut se rapporter au cas où le flux se porte dans le sens des x positifs, ce qui revient à admettre que $\frac{dV}{dx} < 0$; et la valeur de pour chaque direction (φ, ψ) se rapportera à cette hypothèse. Mais si le contraire avait lieu, si $\frac{dV}{dx}$ était positif, il faudrait partout introduire le facteur $\mathfrak{F}$ avec la valeur opposée, et α, β, γ auraient des valeurs très différentes.

Concluons donc que ces coefficients α, β, γ, δ, etc., que M. Lamé regarde comme des constantes tout à fait déterminées pour un milieu cristallisé donné, peuvent avoir des valeurs très-variables suivant la répartition des températures dans le cristal, et qu'ainsi tous les développements qui font l'objet des cinq premières leçons de l'ouvrage cité n'ont aucune réalité. Et si plus tard, au § L, l'auteur arrive au même coefficient ρ de conductibilité résultante pour les deux directions opposées à

travers un même élément, ce résultat, si contradictoire avec le principe d'où il est parti, est dû uniquement à l'erreur commise en regardant α, β, γ, etc. comme des constantes absolues pour un milieu cristallisé donné.

J'ai cru devoir signaler ces difficultés à l'attention des géomètres, afin d'éviter qu'une erreur ne passe inaperçue dans des notions de cette importance.

Observations relatives à la théorie de la houle, par M. A. de Caligny.

On n'est pas d'accord sur cette question : y a-t-il un transport réel dans la houle, longtemps après la cessation du vent qui avait engendré les ondes ? Cette note a seulement pour but de montrer comment les effets peuvent se transformer.

M. de Caligny a depuis longtemps communiqué à la Société des expériences d'après lesquelles les ondes ayant été produites par le mouvement de va-et-vient vertical d'un corps d'une forme convenable, les mouvements de progression à la surface et de recul au fond d'un canal de certaines dimensions, *observés à une assez grande distance de l'origine*, ne changeaient plus assez sensiblement la position des petits corps flottants ou tenus en suspension dans l'eau pour qu'on fût sûr de leur déplacement quand on les observait avant et après le passage des ondes.

Comme le mouvement de va-et-vient qui les a engendrées n'est pas toujours rigoureusement vertical, il en résulte des ondes d'une autre espèce, dites *solitaires*, qui font courber en volute le sommet des autres ondes, dites *courantes;* de sorte que la chute de l'eau qui en résulte peut finir par *purger* en quelque sorte ces ondes courantes de ces ondes secondaires, dont la force vive est employée en percussions, au lieu d'occasionner un transport aussi réel qu'il semble au premier aperçu que cela devait être. C'est de ce fait qu'il s'agit de tirer parti d'abord pour étudier la houle en mer après la cessation du vent.

Les ondes soulevées par le vent laissent nécessairement des creux derrière elles, puisqu'elles sont formées aux dépens de ces creux. On voit déjà que ce ne sont pas même à l'origine de

véritables ondes dites de translation. M. de Caligny a toujours en effet observé, tant en mer que sur des fleuves et de grandes pièces d'eau, que leur mouvement de progression à la surface est en général suivi d'un mouvement de recul, aussi à la surface.

Une expérience familière peut donner une idée de la manière dont les choses se passent sous un vent assez fort. Il suffit de prendre un soufflet de chambre ordinaire et de le faire agir en inclinant convenablement le tuyau de sortie de l'air sur le niveau de l'eau d'un réservoir. On voit ainsi de quelle manière le vent creuse le niveau, accumule le liquide en avant, fait briser la crête de la première onde, et détermine, tant en arrière que de chaque côté, des courants faciles à observer au moyen de petits corps flottants qui se dirigent vers cette onde.

Il n'est peut être pas sans intérêt de remarquer que, si l'on fait une expérience semblable dans une cuvette de grandeur convenable et de forme analogue à une calotte sphérique, on voit le mouvement d'ondulation s'accroître graduellement, de manière à donner quelque idée de l'accroissement graduel des vagues sous la force du vent qui les engendre.

On admet ordinairement, je crois, d'après La Coudraye, qu'en général les ondes, quand elles sont établies, sont bien plus fortes que ne semblait l'indiquer le vent qui les a engendrées. Or, si l'on admettait que la force du vent fût très-peu de chose par rapport au poids de ces ondes, encore d'une petite hauteur, tel en un mot qu'à cette époque le transport horizontal réel ne pût être bien grand, et que ces ondes ne pussent augmenter de hauteur qu'en vertu de la même force, la composante horizontale de cette dernière tendrait à engendrer des ondes secondaires de translation, mais d'un genre probablement analogue au genre de celles dont M. de Caligny a montré comment les ondes principales d'un canal factice avaient pu être purgées de manière à ne plus conserver de traces bien sensibles de transport réel.

Il est au reste plus facile de se rendre compte des effets précités, du déversement au sommet des ondes, que des effets de la manière dont les ondes s'entremêlent sous l'action du vent, quand elles ne se brisent pas encore au sommet. Après la cessation du vent, quand un canal est terminé par un plan vertical, M. de Caligny a remarqué l'effet suivant : une série d'ondes parallèles au plan vertical contre lequel se sont réfléchies les on-

des formées par le vent, reviennent en sens contraire de la direction qu'avait celui-ci ; mais il est bien à remarquer que chaque onde s'étend comme une barre sur toute la largeur du canal, si cette surface de réflexion n'est pas courbe, tandis que les ondes qui avaient été formées par le vent étaient entremêlées, quand elles étaient établies depuis un certain temps.

Or, il semble rationnel de conclure de *l'empiétement* des ondes occasionnées par le vent, les unes sur les autres, que les creux, qui sont un des éléments du mouvement oscillatoire, étant plus ou moins occupés par suite de cet empiétement, sont une raison pour que les ondes n'augmentent pas plus de hauteur qu'elles ne le font sous l'action constante d'un vent parallèle à l'axe du canal, d'autant plus que les effets de la réaction de l'extrémité du canal n'ont point paru dans ces circonstances se propager à une très-grande distance en amont, pendant la durée du vent. Quand le plan vertical terminant le canal dans la direction du vent n'est pas perpendiculaire à cet axe, la réflexion des ondes peut être observée au contraire à une assez grande distance, lorsque ces ondes réfléchies arrivent dans une région abritée contre le vent par un promontoire ; elles se propagent alors comme des barres régulières et parallèles dans cette région abritée.

Ce qui vient d'être dit sur *l'empiétement* des ondes soumises à l'action du vent est très-délicat à interpréter, à cause des expériences connues sur la rencontre des ondes élevées et déprimées, mais devait être signalé, quoique avec réserve.

Quant au déversement, il est intéressant de remarquer que le sommet des ondes donne plus de prise au vent que les creux. Abstraction faite de l'abri mutuel que peuvent se prêter les vagues, la composante horizontale du vent agit d'autant plus longtemps sur les tranches d'une vague que ces tranches sont plus élevées. La dernière tranche qui se trouve découverte à la partie inférieure ne peut recevoir immédiatement l'action de cette composante que pendant un temps très-court.

En résumé ces considérations, sur lesquelles on reviendra, montrent comment la houle peut ne conserver qu'un mouvement de translation réelle, et assez faible malgré l'action directe en apparence de la composante horizontale du vent qui a endré les ondes.

Séance du 24 février 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

Une lettre de M. Cremona annonce à la Société que l'Académie des sciences de Bologne accepte d'échanger ses publications.

M. Gaudry fait une communication sur les types intermédiaires trouvés à l'état fossile et insiste spécialement sur les êtres découverts par lui à Pikermi.

M. Mannheim, de la part de M. Haag, expose un théorème relatif aux rayons de courbure.

M. Breton, comme suite à ses recherches sur les lignes d'égale teinte, communique un travail sur les théories applicables au lavis.

Sur les rayons de courbure, par M. Haag.

De la part de M. Haag, M. Mannheim communique le théorème suivant :

Si l'on mène à une surface algébrique une transversale quelconque, et qu'on désigne par R, R′ *les rayons de courbure principaux en l'un des points d'intersection, par* u, α, β *les angles que fait en ce point la transversale avec la normale de la surface et les axes de l'indicatrice, on a :*

$$(1) \qquad \sum \frac{R \sin^2 \alpha + R' \sin^2 \beta}{R R' \cos^3 u} = 0.$$

En effet, menons par la transversale un plan quelconque **P**; il coupe la surface suivant une certaine courbe, et l'on a :

$$(2) \qquad \sum \frac{1}{\rho \cos^3 \psi} = 0,$$

ρ étant le rayon de courbure en l'un de ses points d'intersection avec la transversale, ψ l'angle que fait en ce point sa

normale avec la direction de cette transversale. Mais, en désignant par θ, Ω et Ω', les angles du plan P avec la normale à la surface et les axes de l'indicatrice en ce point, on a :

$$\frac{1}{\rho \cos^3 \psi} = \frac{1}{R R' \cos^3 \psi \cos^3 \theta} (R \sin^2 \Omega + R' \sin^2 \Omega'),$$

ou, à cause de $\cos \theta \cos \psi = \cos u$:

$$\frac{1}{\rho \cos^3 \psi} = \frac{1}{R R' \cos^3 u} (R \sin^2 \Omega + R' \sin^2 \Omega').$$

D'ailleurs,

$$\text{Sin}^2 \Omega = \sin^2 \alpha \sin^2 \Psi = \frac{1}{2} \sin^2 \alpha (1 - \cos 2 \Psi)$$

$$\text{Sin}^2 \Omega' = \sin^2 B \sin^2 \Psi' = \frac{1}{2} \sin^2 \beta (1 - \cos 2 \Psi')$$

Ψ et Ψ' étant les angles du plan P avec les plans menés par la transversale et les axes de l'indicatrice, en sorte que l'équation (2) revient à :

$$\sum \frac{R \sin^2 \alpha (1 - \cos 2 \Psi) + R' \sin^2 \beta (1 - \cos 2 \Psi')}{R R' \cos^3 u} = 0 ;$$

et comme cette équation a lieu, quelle que soit d'ailleurs la direction du plan P, en donnant à ce plan deux positions rectangulaires et ajoutant membre à membre les deux équations qu'on obtient, il reste :

$$\sum \frac{R \sin^2 \alpha + R' \sin^2 \beta}{R R' \cos^3 u} = 0,$$

ce qu'il fallait démontrer.

Remarques sur le théorème précédent, par M. Mannheim.

En s'occupant de la transformation par polaires réciproques des propriétés relatives aux rayons de courbure [1], M. Mannheim a rencontré le théorème précédent.

Le théorème, sur lequel s'appuie M. Haag, exprimé par la relation :

$$\sum \frac{1}{\rho \cos^3 \psi} = 0 \text{ (Théorème 1)} \text{ [2]}$$

n'est autre que le résultat de la transformation par polaires réciproques de ce théorème de M. Duhamel :

Théorème 2. — *Si l'on mène à une courbe géométrique toutes ses tangentes parallèles à une même droite, la somme des rayons de courbure relatifs aux divers points de contact de ces tangentes sera généralement égale à zéro* [3].

Il était naturel de chercher la transformation de l'extension suivante de ce théorème :

Théorème 3. — *Si l'on mène à une surface géométrique tous ses plans tangents parallèles à un même plan, la somme des rayons de courbure principaux relatifs aux divers points de contact de ces plans, sera généralement égale à zéro* [4].

Cette transformation conduit au théorème de M. Haag.

Le théorème 3 n'est autre que la combinaison du théorème 2 et du théorème suivant :

Théorème 4. — *La somme des rayons de courbure des contours apparents d'une surface sur deux plans rectangulaires*

---

(1) Les résultats de ce travail seront bientôt communiqués.

(2) Ce théorème a été donné, en 1837, par M. Reiss, dans un mémoire qui a paru dans la *Correspondance mathématique* de M. Quételet. T. IX, page 289.

(3) *Journal de mathématiques* de M. Liouville. T. VI, page 364 (1841).

(4) Cette extension a été faite par M. Liouville. Tome VI de son journal, page 369.

entre eux, et respectivement perpendiculaires à l'un des plans tangents de cette surface, est toujours égale à la somme des rayons de courbure principaux, relatifs au point de contact de ce dernier plan, quels que soient les plans rectangulaires sur lesquels on cherche ces contours apparents.

D'après cela, le théorème de M. Haag n'est que la combinaison du théorème 1 et du théorème suivant, qui correspond par polaires réciproques au théorème 4 :

Théorème 5. — *Lorsque deux plans rectangulaires tournent autour d'une droite passant par un point* M *d'une surface donnée, ils déterminent, à chaque instant, dans cette surface, deux sections pour lesquelles on a :*

$$\frac{1}{\rho \cos^3 \psi} + \frac{1}{\rho' \cos^3 \psi'} = \left(\frac{\sin^2 \alpha}{R'} + \frac{\sin^2 \beta}{R}\right) \frac{1}{\cos^3 u}$$

ρ et ρ' sont les rayons de courbure de ces sections relatifs au point M, les angles ψ et ψ' sont comptés dans chacune des sections, comme on l'a dit précédemment.

Sur les théories applicables au lavis, par M. Philippe Breton.

Je tâcherai, dans cette communication, d'éviter autant que possible de faire double emploi avec les notions déjà exposées succinctement dans l'Essai dont j'ai l'honneur de faire hommage à la Société; toutefois il est indispensable d'indiquer la nature des questions que j'ai abordées.

Le problème de la représentation graphique d'un corps opaque et mat n'est qu'un cas très-particulier de celui de la peinture; mais il est propre à habituer l'esprit de l'artiste à se rendre un compte approximatif des effets de lumière que la nature présente à ses yeux, quelle que soit leur complication réelle. Ceci deviendra, je pense, sensible, par les solutions de quelques problèmes de lumière diffuse.

Éclat apparent. Il faut distinguer la quantité de lumière reçue

par chaque unité superficielle d'une surface opaque et mate, quantité que je nomme l'*éclairage*, et l'intensité de la sensation perçue par l'œil qui voit cette partie de la surface du modèle; j'admets que cette intensité est proportionnelle à la quantité de lumière envoyée vers l'œil; on lui donne le nom d'*éclat apparent*. On admet qu'il est fonction des 3 angles plans du trièdre dont les arêtes sont le rayon lumineux éclairant ou *incident*, la normale à la surface du corps, et le rayon lumineux *émergent* qui va du point de la surface considéré vers l'œil du spectateur, rayon qui prend la qualification de visuel. Des expériences vulgaires et nombreuses montrent l'influence de ces trois angles sur l'éclat lumineux apparent des diverses parties d'un modèle qu'on veut représenter en peinture ou en lavis. Je remarquerai seulement que les corps très-rugueux, tels que la craie, le plâtre, la terre, la maçonnerie, paraissent moins brillants vus de face que vus très-obliquement, parce que sur ces corps vus de face, la multitude des petits trous sombres dont la surface est criblée ne sont cachés par rien, et leur visibilité assombrit la teinte moyenne perçue par l'œil; tandis que la même surface vue très-obliquement ne laisse pas voir le fond sombre de ces cavités, qui sont cachées par les saillies mieux exposées aux diverses lumières incidentes et à la vue. Pour d'autres corps tels que certains métaux mats, le contraire arrive, les parties de la surface les plus voisines du contour sont sensiblement assombries par l'obliquité de l'émergence des rayons visuels. Mais ces effets sont souvent peu importants, et il convient de les négliger, au moins dans une approximation assez simple pour l'enseignement. Nous admettrons donc que l'angle d'incidence détermine seul l'éclat apparent. Cela suppose que le raccourci dû à l'obliquité de l'émergence compense exactement l'affaiblissement de la radiation oblique. Cette hypothèse est d'ailleurs admise comme loi physique de la chaleur, et il paraît naturel de l'étendre à la lumière. Car il est certain que toute lumière est chaleur; et si toute chaleur rayonnante (ou mieux ondulante) n'est pas lumière pour nous, c'est uniquement parce que nos yeux sont frappés d'amaurose partielle.

Dans notre hypothèse l'éclat apparent de divers éléments de la surface d'un modèle opaque et mat est simplement proportionnel à son éclairage, lequel est mesuré par l'intensité du faisceau de lumière incidente multipliée par le cosinus de l'angle

d'incidence compris entre le rayon incident et la normale au modèle.

Parallélogramme des lumières. Si on représente l'intensité d'un faisceau de lumière parallèle par une longueur mesurée sur la direction d'un rayon, l'éclairage qu'il donne sur un plan oblique sera mesuré de même par la projection de cette longueur sur la normale au plan. De là résulte directement que l'effet lumineux de plusieurs faisceaux de lumière dont on connaît les intensités et les directions peut se construire exactement comme la résultante de plusieurs forces. Deux faisceaux donnés équivalent, quant à leurs effets, à un faisceau fictif qui prend le nom de *résultant*, et dont l'intensité et la direction sont données par la diagonale du parallélogramme construit sur les droites qui représentent les faisceaux *composants*. De même trois faisceaux lumineux composants, tombant ensemble sur un corps opaque et mat, l'éclairent comme un résultant fictif qui est représenté par la diagonale intérieure du parépipède (1) construit sur les trois composants. Réciproquement, un faisceau lumineux réel étant donné, on peut le décomposer en trois composants fictifs de directions données, en menant par le bout de la longueur qui représente l'intensité donnée trois plans parallèles respectivement à ceux qui sont déterminés par deux directions des composants demandés. Il faut seulement prendre garde que les composants et les résultants doivent toujours faire des angles aigus, ou au plus des angles droits, avec la partie de la normale à la surface qui est hors du corps opaque ; ou simplement, que les composants et le résultant doivent être hors de ce corps, sans quoi ils seraient arrêtés par l'opacité, avant d'atteindre le point de la surface que l'on considère. On peut aussi opérer la décomposition d'un faisceau donné en deux composants seulement donnés en direction, pourvu que ces directions soient en même plan avec la normale à la surface, toujours sous la restriction relative à l'opacité.

Lumières diffuses. Un modèle imaginé ou observé étant toujours éclairé par des lumières venues de tous les points des

---

(1) C'est une forme du mot *parallèlépipède* aussi correcte que *parabole* et plus facile à prononcer que le barbarisme *parallélipipède*.

corps éclairés, visibles des divers points du modèle, et ces lumières diffuses ayant toujours une importance considérable et souvent prépondérante, il faut étudier leurs effets, faute de quoi les théories sur une ou plusieurs lumières directes demeureront sans application pratique possible, et seront d'autant moins généralement comprises.

Suivant la loi admise par les physiciens pour le rayonnement calorique et étendue ici au rayonnement lumineux, la surface d'un corps opaque et lumineux envoie à un point de l'espace des lumières qu'on peut mesurer sur une sphère photométrique de rayon = 1 centrée sur ce point. Le cône dont ce point est le sommet et qui enveloppe la surface éclairante intercepte sur cette sphère une aire sphérique, à laquelle il faut attribuer, pour chaque élément superficiel, l'intensité lumineuse de la surface éclairante proposée. Les faisceaux élémentaires qui vont de tous les points de cette aire sphérique vers le centre de la sphère ont un résultant unique, et celui-ci passe par le centre de gravité de l'aire sphérique éclairante. En pratique, il importe plus de connaître le faisceau résultant que la somme de ses composants. Ici la mesure de l'éclairage de l'aire sphérique sur une facette plane située au centre de la sphère se mesure par le moment de cette aire éclairante par rapport au plan de cette facette, c'est-à-dire par la projection de l'aire éclairante sur le plan de la facette. Il est bien entendu que ce plan ne coupe pas le contour de l'aire sphérique éclairante ; s'il le coupait, il faudrait exclure les parties de l'aire éclairante cachées aux points de la facette par l'opacité du modèle.

Les exemples les plus simples sont: 1° celui d'un triangle sphérique birectangle, faisant partie de l'hémisphère céleste au-dessus de l'horizon, éclairant un plan horizontal; la projection est un secteur circulaire dont l'amplitude est l'angle au zénith du triangle céleste éclairant. Dans l'ombre portée au soleil par un prisme vertical qui a des arêtes vives, les lignes d'égale teinte sont donc des arcs de cercles capables d'angles constants, les côtés de ces angles s'appuyant sur deux arêtes du prisme; un des points d'appui change de place brusquement quand le sommet de l'angle, en décrivant une ligne d'égale teinte, vient rencontrer le prolongement d'un côté de la base du prisme. Ce saut brusque fait jarreter la ligne d'égale teinte, qui se continue suivant un arc d'un autre cercle capable du même angle

décrivant, mais passant par un nouveau point d'appui. Les lavis exécutés d'après cette indication présentent des effets d'une justesse inattendue.

2° On peut trouver facilement l'éclairage reçu par divers points d'un plancher, éclairé par une fenêtre rectangulaire percée dans un mur mince. Sur une sphère photométrique de rayon = 1 centrée sur un point du plancher, on considère le quadrilatère sphérique limité par les grands-cercles dont les plans passent par les 4 côtés de la fenêtre, et on construit la projection horizontale de ce quadrilatère, qui se réduit à la différence de deux secteurs elliptiques.

3° L'éclairage d'un plancher par une fenêtre ronde ou elliptique percée dans un mur mince peut être déterminé, pour un point du plancher, par la projection horizontale d'une conique sphérique dont on trouve facilement la grande et la petite amplitude dans ses plans de symétrie; puis, le centre de gravité de l'aire de cette courbe étant sur le rayon de la sphère qui passe par l'intersection de ces deux amplitudes, on peut, sans altérer l'éclairage, faire tourner cette courbe autour de ce rayon, de manière à placer une des deux amplitudes dans un azimut; dès lors la mesure de l'aire de la projection est ramenée à celle d'une ellipse facile à déterminer.

Si on considère un modèle sphérique éclairé par l'hémisphère supérieur du ciel, uniformément lumineux, et par un plan horizontal étendu à l'infini, uniformément lumineux mais plus ou moins brillant que le ciel, les lignes d'égale teinte sur cette surface sont de petits cercles horizontaux; leurs éclats respectifs se composent de deux termes, proportionnels l'un à leur hauteur au-dessus du point le plus bas de la sphère, l'autre à la hauteur au-dessous du point le plus haut; car le plan tangent en un point A de la sphère modèle y laisse arriver la lumière diffuse d'une partie du ciel et d'une partie de l'horizon remplissant deux dièdres supplémentaires; ceux-ci correspondent sur la sphère photométrique du point A à deux fuseaux supplémentaires, dont les projections sur le plan tangent sont égaux à l'aire du grand-cercle multipliée par les sinus-verses des deux dièdres supplémentaires, c'est-à-dire à un demi-disque circulaire plus ou moins une demi-ellipse ; ce sont ces deux projections qu'il faut multiplier par les éclats respectifs du ciel et de

l'horizon, pour avoir les deux termes de l'éclairage diffus en A. La somme est représentée par l'ordonnée horizontale d'une ligne droite, qui coupe l'axe de ses abscisses verticales au dehors de la sphère; en dessus si le ciel est moins brillant que l'horizon, en dessous dans le cas contraire. Cet axe des abscisses sert d'échelle des teintes; le point de rencontre qu'on vient d'indiquer est le zéro de lumière de cette échelle, et on place son point blanc à une distance du point noir telle que le point le plus éclairé ait la teinte due à la totalité de la plus intense des deux lumières diffuses. On peut ensuite, à ces deux lumières diffuses, ajouter la lumière directe du soleil, à laquelle on attribue une intensité connue; cette lumière se combine avec les deux lumières diffuses dans toute l'étendue de l'hémisphère du modèle où elle arrive; là ses lignes d'égale teinte propres sont des petits cercles parallèles au grand-cercle servant de séparante pour la lumière directe; il faut voir comment le mélange avec les deux lumières diffuses altère les lignes d'égale teinte. Or, en projetant le tout sur l'azimut du soleil, on voit que l'éclairage direct sur chaque point du modèle est une fonction du premier degré des coordonnées linéaires mesurées dans cet azimut; il en est de même des deux éclairages diffus. On reconnaît ainsi que les lignes d'égale teinte dans l'hémisphère au soleil sont encore des petits cercles parallèles entre eux, mais ils ne sont plus parallèles au grand-cercle faisant fonction de séparante. Ils le coupent généralement dans des points où la ligne d'égale teinte se retourne en jarretant, pour se continuer horizontalement dans l'hémisphère où arrivent seules les lumières diffuses. Ces considérations conduisent à une épure très-simple de la distribution de la lumière dans la projection du modèle sur l'azimut du soleil; puis on revient, par les procédés connus, de cette projection auxiliaire aux projections horizontale et verticale. L'image d'une sphère ainsi éclairée et projetée horizontalement présente un relief et une énergie remarquables; et on peut l'employer, comme type sphérique, pour construire les séries de lignes d'égale teinte des surfaces rondes, suivant le procédé indiqué dans l'Essai mentionné ci-dessus. Les lavis ainsi construits représentent d'une manière satisfaisante l'apparence de ces surfaces rondes, des formes les plus variées, telle qu'on la verrait en exécutant ces formes en une matière blanche, opaque, et suffisamment rugueuse. Ce sera là, probablement, qu'on pourra

trouver l'occasion de préparer les lavis les plus instructifs, pratiquement et théoriquement.

Pénombre au soleil. Quand un corps exposé au soleil reçoit l'ombre portée d'un corps assez éloigné, cette ombre est bordée d'une large pénombre, dans laquelle j'ai observé des effets très-singuliers, dont il est utile de se rendre compte. A cet effet, je prends des cas simples, et d'abord je considère un écran plan, terminé par un bord rectiligne, dont le plan est normal au rayon central du soleil, c'est-à-dire au rayon de lumière venu du centre du disque solaire; cet écran porte ombre sur un tableau plan parallèle à l'écran. La pénombre est alors comprise entre deux limites parallèles, dont la médiane peut être regardée comme l'ombre du bord de l'écran pour le rayon solaire central. Un point quelconque de la pénombre voit un segment du disque lumineux; en conséquence, sur la largeur de la pénombre comme diamètre, on trace un cercle dans lequel on mesure les aires des segments circulaires compris entre le point où ce cercle touche la limite obscure de la pénombre et une suite de parallèles à cette limite. La courbe figurative de ces segments est en forme d'S; elle aboutit normalement aux deux limites sombre et claire de la pénombre, en deux points qui sont des rebroussements lorsqu'on donne à la courbe toute sa généralité géométrique; mais dans l'étude pratique une seule S de cette courbe suffit pour régler la distribution de la lumière dans la pénombre, sur ses lignes d'égale teinte parallèles à ses deux limites.

Mais si le bord de l'écran est une ligne courbe ou brisée, le tracé des lignes d'égale teinte dans la pénombre est plus difficile. Voici un moyen prompt et facile de résoudre la difficulté, malgré sa complication théorique apparente. D'un point A de la pénombre comme sommet on mène un cône enveloppant le disque éclairant, et coupant le plan de l'écran suivant une certaine perspective de ce disque; supposons d'abord que cette perspective coupe seulement en deux points B et C le bord de l'écran, je prouve, sans calcul, que la droite AB est parallèle à la tangente à la ligne d'égale teinte dans la pénombre au point A; en conséquence je mène par A une courte *amorce rectiligne* parallèle à la corde BC. Si la perspective du disque lumineux ainsi tracée sur le plan de l'écran coupe son bord en 4 points B, C, D, E, je montre de même qu'on peut construire un triangle auxiliaire dont deux côtés sont égaux et parallèles aux deux cordes BC et DE, et

dont le 3me côté est parallèle à la tangente en A à la ligne d'égale teinte qui y passe ; on mène de même par A une amorce suivant cette direction. Quand la partie de la pénombre où se produisent ces circonstances est parsemée d'amorces tangentes assez nombreuses et assez rapprochées, il devient *pratiquement* très-facile d'interpoler graphiquement au travers de ce système d'amorces, et de dessiner ainsi autant de lignes d'égale teinte qu'on le juge utile. C'est au fond une application du procédé général d'intégration graphique de toutes les équations différentielles du premier ordre à deux variables. Car si on cherche la série des courbes représentées par une équation $Pdx+Qdy=0$, dans laquelle P et Q représentent des fonctions données de x et y, on peut concevoir que, par tous les points du plan xy, on a mené une amorce rectiligne infiniment courte, ayant sur l'axe de x une pente égale à $-\frac{P}{Q}$; ces amorces s'ajustent nécessairement bout à bout en une série de courbes, sans qu'il faille pour cela assujettir P et Q à aucune condition ; et dans la pratique on peut dessiner, avec une approximation suffisante, des lignes montrant aux yeux la figure des courbes exactes, soit que l'on connaisse ou non un moyen d'intégrer l'équation différentielle donnée.

Pour un disque rond comme celui du soleil, les épures de pénombre dont je viens d'indiquer le principe présentent des simplifications telles que leur emploi est très-abordable à des études pratiques. On pourra ainsi analyser géométriquement des effets très-singuliers qui existent réellement dans les pénombres au soleil, et, par la suite, mieux observer et imiter plus facilement ces effets que je crois peu connus.

Éclairage par une source lumineuse de forme et d'étendue quelconques. — Je considère ici un atelier d'artiste, recevant en plein jour, par une grande fenêtre, une lumière diffuse, abondante, et il s'agit de se rendre compte de la distribution de cette lumière sur un modèle de dimensions petites en comparaison de la distance à la fenêtre. On suppose que, suivant toutes les directions qui pénètrent par la fenêtre du dehors dans l'atelier, il arrive des quantités égales de lumière.

Il faut partager la surface du modèle en trois régions : 1° celle de laquelle on voit toute la fenêtre ; 2° celle de laquelle on n'en

voit aucune partie, c'est l'ombre propre du modèle ; 3° ces deux parties de la surface du modèle sont séparées par une zone de pénombre propre, des divers points de laquelle on voit des fractions plus ou moins grandes de la fenêtre. Cette pénombre propre remplace la séparante de la théorie ordinaire des ombres et l'œil ne distingue pas sa position précise. Les ombres portées elles-mêmes sont bordées d'une large pénombre qui remplace les tranchantes de la théorie ordinaire, et dont un œil médiocrement exercé a grand'peine à distinguer les formes. De là vient en partie l'habitude des artistes d'effacer beaucoup trop les bords des ombres portées, et encore plus ceux des ombres propres, même quand ils veulent représenter des corps exposés en plein soleil.

Mais les parties du modèle qui voient toute la fenêtre, parties que nous désignerons comme étant *en pleine lumière*, présentent des lignes d'égale teinte qui ne diffèrent pas sensiblement de celles que produirait un faisceau résultant unique de lumière parallèle. Et voici comment on peut concevoir la détermination de ce faisceau résultant. Une sphère photométrique de rayon $= 1$ étant centrée en un point du modèle en pleine lumière, on circonscrit un cône enveloppant la fenêtre du centre de la sphère comme sommet ; ce cône coupe la sphère suivant un contour fermé embrassant une aire sphérique ; et la ligne droite qui joint le centre de gravité de cette aire au centre de la sphère donne la direction du faisceau résultant, ou l'*axe d'éclairage*. On voit d'abord que cet axe peut être loin de passer par le centre de gravité de la fenêtre, surtout si elle est ouverte dans un mur oblique par rapport à cet axe.

Puis, si les dimensions du modèle sont petites en comparaison de la moindre distance à la fenêtre, les axes d'éclairage des divers points du modèle seront sensiblement parallèles, et les intensités respectives des divers faisceaux résultants seront sensiblement égales. Ainsi les lignes d'égale teinte en pleine lumière suivront à très-peu près les lois que j'ai exposées dans l'Essai sur les lignes d'égale teinte, Essai où je considère un modèle plongé dans un faisceau unique de lumière parallèle. On observera ainsi, dans les effets de la lumière largement diffuse des ateliers de peinture, les lois que je vais rappeler en quelques mots, et qui sont exposées plus au long dans l'Essai.

En un point ordinaire (1) du modèle (pourvu qu'il voie toute la fenêtre) la tangente à la ligne d'égale teinte et la trace du plan d'incidence dans le plan tangent sont deux tangentes conjuguées de la surface, c'est-à-dire deux diamètres conjugués de l'indicatrice. Un point du modèle éclairé normalement par le faisceau résultant est un point *blanc elliptique*, c'est-à-dire que son éclat est maximum absolu, et qu'à une distance infiniment petite du premier ordre ce point est entouré d'une ellipse d'égale teinte *quasi-blanche*, ou dont la teinte est moins claire que le point blanc d'une quantité infiniment petite du second ordre de petitesse ; les axes de cette ellipse quasi-blanche sont dirigés suivant les deux courbures principales du modèle et leurs grandeurs sont proportionnelles aux rayons de ces deux courbures. Le long d'une limite de cambrure (ligne qui sépare les parties du modèle à deux courbures dans le même sens de celles à courbures opposées), les lignes d'égale teinte sont tangentes à celle des lignes de courbure où la courbure superficielle change de sens, c'est-à-dire à la ligne de courbure évanouissante. Les points *à large teinte* éclairés obliquement, c'est-à-dire ceux autour desquels la teinte ne change qu'avec une lenteur infinie, se placent sur les limites de cambrure, là où le plan d'incidence se trouve tangent à la courbure évanouissante. En ces points l'éclairage peut être maximum sans être aussi intense que dans les points blancs, auquel cas on les nomme *pâles*, ou minimum, auquel cas on les nomme *sombres*, et ces deux espèces de points à large teinte sont *elliptiques*, c'est-à-dire entourés à distance infiniment petite d'une ellipse d'égale teinte ; les points à large teinte peuvent encore être d'un troisième genre, lorsque deux branches distinctes de ligne d'égale teinte s'y croisent sous un angle fini, auquel cas on les nomme *points croisés :* or, ces trois genres de points à large teinte doivent toujours être considérés comme les centres de coniques d'égale teinte évanouissantes, lesquelles sont elliptiques ou hyperboliques, et ont une forme et une orientation déterminées pour chaque direction donnée à la lumière dans le plan d'incidence. Les diverses formes de coniques qui peuvent ainsi résulter des valeurs de

---

(1) Je nomme *ordinaire* tout point qui n'est pas singulier, c'est-à-dire où ne se produit aucune circonstance qui ne puisse s'étendre continuement à toute l'étendue d'une surface.

l'angle d'incidence ont toutes un couple commun de directions diamétrales conjuguées, composé de la direction de la courbure évanouissante et de celle de la limite de cambrure. Parmi les valeurs possibles de l'incidence, il y en a deux que je nomme *allongeantes*, parce qu'elles donnent, pour ligne d'égale teinte autour du point à large teinte, une ellipse rectiligne évanouissante. Une de ces incidences allongeantes est l'incidence nulle, ou normale, qui donne un *point blanc long*. Il peut arriver, dans des points singuliers d'une limite de cambrure, que les deux incidences allongeantes coïncident entre elles et avec la normale au modèle, auquel cas le point blanc long est infiniment plus allongé que quand on le fait naître en tout autre point. Ces points singuliers de la limite de cambrure sont ceux où elle est *rétrotordue*, c'est-à-dire où sa torsion change de sens, pourvu qu'en même temps son plan osculateur y soit tangent au modèle. Si le modèle possède une *ligne plate*, et si on l'éclaire normalement à son plan circontangent, la ligne plate tout entière devient une *double ligne blanche*. Enfin, si le modèle a une courbe plate, et si en un de ses points elle touche le plan d'incidence, ce point est nécessairement du genre des points croisés; il y passe deux lignes d'égale teinte qui s'y coupent, savoir la ligne plate elle-même et une deuxième ligne de même teinte.

Tous ces résultats, qui peuvent paraître obscurs, ainsi condensés, deviendraient très-clairs avec quelques développements aidés de quelques figures. Mais surtout, en en donnant des exemples sur des lavis choisis exprès, ils acquerraient, je crois, un degré de clarté suffisant pour être compris presque sans étude par les intelligences primesautières des artistes. Je tâcherai d'en faire l'expérience, en décomposant en une suite graduée de zones d'égale teinte une très-belle photographie du masque de la Vénus de Milo que j'ai fait préparer pour cet usage. Cette décomposition sera teintée par le procédé purement expérimental de l'*éprouvette des teintes;* si elle réussit, c'est-à-dire si le lavis qui en résultera reproduit approximativement le relief et la beauté de cette photographie, de simples remarques théoriques sur la série des lignes d'égale teinte rendront visibles la plupart des notions de théorie pure énoncées ci-dessus, et sans doute aussi plusieurs autres que je n'ai pas su prévoir.

Paris, impr. Paul Dupont, 45, rue Grenelle-St-Honoré.

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS.

Séance du 3 mars 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. Alix fait une communication sur la signification des vertèbres cervicales dans l'Aï. Suivant lui, on devrait adopter l'idée de M. de Blainville qui considérait les deux vertèbres surajoutées comme réellement surnuméraires et à joindre aux vertèbres cervicales intermédiaires. Cette hypothèse serait basée sur les différences qui existent entre ces vertèbres et la proéminente.

MM. Berthelot, Gaudry et Vaillant demandent à ce sujet quelques explications.

M. de Caligny fait parvenir une note sur un moyen de faire des épuisements à toutes les profondeurs par l'action d'une chute d'eau motrice.

Sur un moyen de faire des épuisements à toutes les profondeurs par l'action d'une force motrice, par M. A. de Caligny.

Si une colonne liquide est en mouvement de bas en haut, quelle que soit la hauteur de cette colonne, quand on fermera un robinet à l'extrémité inférieure, il en résultera une suc-

cion, et si une soupape s'ouvre à cette extrémité dans l'eau d'un puits, une certaine quantité de l'eau de ce puits sera aspirée, *quelle que puisse être sa profondeur,* pourvu que cette extrémité plonge dans cette eau convenablement. Ce principe est tellement simple, que M. de Caligny ne sait s'il n'aurait pas été signalé par quelqu'un avant lui, ce qu'il s'empresserait, au besoin, de reconnaître dans le cas où il en serait ainsi.

Il s'agit seulement aujourd'hui de montrer comment ce principe augmente l'utilité d'un appareil qu'il a présenté il y a quelques années. Il suffit de rappeler que si un tuyau de conduite descendant d'un réservoir rempli d'eau se recourbe inférieurement dans un réservoir d'air, et que si l'on ouvre au-dessous de ce réservoir un robinet, une partie de l'eau qui remplit par hypothèse ce tuyau de conduite entrera dans le réservoir d'air, où la compression, en vertu de la vitesse acquise, sera plus grande, si les choses sont bien disposées, que la pression qui ferait équilibre à la hauteur de l'eau dans le réservoir supérieur. Mais en supposant même que l'air ne se comprimât que comme dans la machine de Schemnitz, il est clair que la compression serait plus forte que celle qui ferait équilibre à une colonne d'eau qui se terminerait au niveau du sol, c'est-à-dire au-dessous du niveau des eaux motrices, quelle que puisse être la profondeur du puits dans l'eau duquel on peut d'ailleurs supposer le réservoir d'eau plongé.

Si à l'époque de la plus grande compression de cet air, on ferme la communication entre le réservoir d'air et ce tuyau de conduite, pour l'établir entre ce réservoir d'air et un autre tuyau de conduite également rempli d'eau, mais s'élevant seulement jusqu'au niveau où l'on veut élever l'eau du puits, à un point inférieur au réservoir des eaux motrices, le liquide contenu dans ce second tuyau de conduite acquerra évidemment une certaine vitesse. Si à cette époque, quand une vitesse suffisante sera acquise, on interrompt la communication entre ce dernier tuyau et le réservoir d'air, il est évident qu'à quelque profondeur que soit ce réservoir d'air, l'eau du puits pourra être aspirée par une soupape comme elle le serait au moyen d'un piston de pompe aspirante qui serait disposé à cette profondeur.

M. de Caligny n'entre aujourd'hui dans aucun détail sur la manière de faire fonctionner ce système automatiquement, indéfiniment abandonné à lui-même. Il s'agissait seulement de montrer l'application à cet appareil du principe dont l'utilité pratique, qui peut avoir d'autres applications, est l'objet de cette communication; il se contente de rappeler que, sauf les clapets de retenue ci-dessus indiqués, l'appareil pourrait être réduit à n'avoir qu'une seule pièce mobile, de sorte que, par son extrême simplicité, ce système, considéré de cette manière, paraît appelé à rendre de nombreux services.

Séance du 10 mars 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. le Président fait part à la Société de la perte qu'elle vient de faire dans la personne de M. Bour, membre titulaire.

M. Verdet propose que la Société, pour témoigner la part qu'elle prend à ce malheur, lève immédiatement la séance.

Cette proposition est adoptée à l'unanimité.

Séance du 17 mars 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

MM. Laussedat, de la Gournerie, Mannheim, présentent, comme membre correspondant, M. Warren de la Rue, de Londres.

M. Laurent fait une communication sur le sondage qu'il effectue actuellement place Hébert.

Une discussion à laquelle prennent part MM. Vaillant, Bureau, Delanoue et Berthelot, s'engage sur cette communication.

M. Bert dépose sur le bureau le manuscrit d'une table générale des Bulletins de la Société de 1836 à 1863. La Société remercie

l'auteur de ce travail et renvoie ce dernier à la commission de publication.

M. Bert, éloigné de Paris par de nouvelles fonctions, demande à passer membre honoraire.

M. Weitenweber est élu membre correspondant.

Sur le sondage de la place Hébert, par M. Laurent.

« Dans la séance du 20 mai dernier, j'ai présenté à la Société une série de coupes de sondages exécutés autour du puits de la place Hébert. Ces coupes portaient déjà une assez grande lumière sur la nature du travail à exécuter.

» Après avoir sommairement indiqué les difficultés déjà rencontrées par l'administration municipale de la ville de Paris dans la construction d'un grand puits maçonné jusqu'à la profondeur de $34^{m},50$, je disais que nous venions de descendre dans ce puits une colonne en tôle le garnissant dans toute sa hauteur. Pour laisser le moins possible à l'inconnu, après avoir réglé nos gros outils et nous être assuré de leur bon fonctionnement, nous avons pratiqué au centre du grand puits un forage d'étude de $0^{m},25$ de diamètre, et nous l'avons poussé jusqu'à la profondeur de 140 mètres (c'est-à-dire dans la craie).

» Toutes les couches des terrains traversés ont été relevées avec le plus grand soin; les parties dures découpées et extraites en colonnes fournissent les échantillons irrécusables des roches et de leur nature.

» La série des calcaires grossiers se présente dans cet espace qui sépare Montmartre des buttes Chaumont sous un aspect si différent de celui connu par les carrières où on l'exploite, qu'il était indispensable de bien étudier ses allures. Après des alternances très-irrégulières de marnes et de plaquettes, elle se termine par un développement assez grand de la partie glauconieuse. Le dernier banc se présente à $67^{m},90$ de profondeur.

» Au-dessous se trouvent les sables glauconifères, puis

toute la série des sables et des argiles plastiques, les marnes lacustres, et enfin la craie, à 137 mètres.

» Le calcaire pisolithique, s'il a été traversé, a échappé à notre examen; on a senti à 125^{m},60, sans certitude bien grande, une seule petite plaquette de 0^{m},25 d'épaisseur, et à cette place d'ailleurs on était au milieu des marnes. Il est donc probable que cette partie plus dure n'était qu'une solidification accidentelle du terrain sous forme de rognon.

» Je n'ai pu, il y a quelque temps, céder à la demande de notre président et vous entretenir de ce travail; nous étions encore trop peu avancés, trop peu sûrs d'arriver sans de graves accidents à la base des terrains calcaires.

» Dès le début, nous ne pensions pas traverser avec un seul tubage toute cette série qui, comme le constate non-seulement le sondage d'étude, mais aussi le forage au grand diamètre, se compose de vingt-six bancs irréguliers de calcaires et de quelques plaquettes intercalées dans les marnes et dont l'épaisseur n'a pu être déterminée. Les bancs de calcaire n'ont jamais dépassé une hauteur de 0^{m},60.

» On comprend que ces bancs irréguliers, disséminés à toutes les hauteurs dans un ensemble de marnes et de sables argileux plus ou moins coulants, devaient être bien menaçants au point de vue de leur chute sur les instruments destinés à les pénétrer en les brisant. Non-seulement on devait craindre leur irrégularité naturelle les constituant en blocs plutôt qu'en couches qui entamées en partie, laissaient dans les parois les portions restantes plus ou moins prêtes à s'échapper, mais encore les éclats inévitables laissés dans les parois par le passage du trépan. Toutes ces parties isolées, supportées par des terrains déliquescents, devaient donc tomber assez souvent; on devait même redouter un effondrement qui pouvait être assez considérable et ensevelir les instruments sous plusieurs mètres d'éboulements. Heureusement ce dernier fait ne s'est pas présenté, et nous avons pu atteindre la profondeur de 68^{m},67.

» Pour un semblable travail il faut compter l'accident comme faisant partie de la marche normale. Effectivement, si on jette les yeux sur le journal du sondage, on voit que ce travail, commencé le 16 décembre dernier et terminé le 7 mars, a employé environ 80 jours, dont 48 seulement s'appliquent au sondage en marche plus ou moins régulière;

le reste a été consacré aux accidents et à quelques chômages forcés. Il est bien entendu que, sauf les deux ou trois premiers jours, le travail est de vingt-quatre heures.

» On peut se rendre compte facilement qu'un instrument qui pèse par lui-même 4800 kilogr. et qu'une force suffisante fait mouvoir, donne lieu, s'il est arrêté par un obstacle brusque, à des accidents immédiats de rupture, bien qu'une transmission par courroies laisse quelque latitude au glissement.

» Pendant le cours de ce premier travail le trépan s'est trouvé engagé huit fois assez sérieusement pour que les sondes se soient rompues par suite des efforts faits pour le dégager; une fois c'est la roue d'engrenage du treuil de batterie qui a volé en éclats.

» Malgré ces accidents, on peut regarder que cette première période a été traversée avec quelque bonheur. Les instruments ont bien fonctionné ; mais, comme on doit le supposer, ils ont été mis dans les mains d'un personnel aussi intelligent que dévoué.

» D'ici à quelques jours nous allons être en mesure de commencer la descente d'un colonne de $1^m,62$ de diamètre et qui, comme la première, aura $0^m,02$ d'épaisseur. Cette colonne, pour les 68 premiers mètres, pèse 50 à 55 000 kilogrammes ; nous espérons la faire pénétrer dans les sables et la pousser jusqu'aux argiles et au delà si nous pouvons ; elle aura à ce point une longueur de $92^m,78$ et un poids qui lui permettra probablement de couper les premières argiles qui se prolongent jusqu'à la profondeur de $96^m,92$. Si nous arrivons à ce point, il est à espérer que nous traverserons encore $4^m,33$ de sables purs et quartzeux, qui nous mènent à plus de 100 mètres , où commencent les véritables argiles plastiques. Nous avons déja pris des dispositions spéciales pour ajouter au poids des colonnes des pressions énergiques.

» Arrivés à 100 mètres et jusqu'à 125 mètres, nous serons en plein dans la grande couche argileuse, et selon toute probabilité une deuxième colonne deviendra nécessaire. »

M. Laurent a mis sous les yeux de la Société les différents instruments mis en œuvre.

Séance du 24 mars 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. de Caligny remet une note contenant des remarques sur l'application du dernier appareil dont il a entretenu la Société aux circonstances où la colonne d'eau motrice est soumise à des pressions très-variables par suite d'une prise d'eau dans une ville.

M. Artur Gris offre à la Société un exemplaire de ses *Recherches pour servir à l'histoire physiologique des arbres*, et expose les principaux résultats de ses études à ce sujet.

MM. de la Gournerie, Persooz et Delanoue demandent quelques explications.

M. Alix fait une communication complémentaire sur les organes génitaux femelles des Kangouroos. Il a pu vérifier ses précédentes observations sur le Kangouroo de Bennett et les étendre au Kangouroo de Parma.

M. Collignon expose ses recherches sur l'emploi d'un triangle plan pour représenter les différentes valeurs du moment d'inertie d'un corps solide autour d'axes passant par un même point fixe.

L'ordre du jour appelle la nomination du comité de publication.

Sont nommés : MM. de la Gournerie, d'Almeida, Alph. Milne-Edwards.

La Société se forme en comité secret pour entendre la lecture d'un rapport de M. Laussedat sur la candidature de M. Warren de la Rue au titre de membre correspondant.

Sur un moyen de faire des épuisements à toutes les profondeurs par l'action d'une force motrice; application aux circonstances où la colonne d'eau motrice est soumise à des pressions très-variables par suite des prises d'eau d'une ville, par M. A. de Caligny.

Il arrive souvent qu'on voudrait pouvoir utiliser les fortes pressions auxquelles sont soumises les conduites d'eau dans

les villes, par exemple pour tirer de l'eau d'un puits très-profond. Dans sa dernière communication, M. de Caligny a montré comment on pourrait le faire. Mais le procédé qu'il a proposé semblait exiger, pour qu'on obtienne une marche automatique, que la pression motrice fût assez sensiblement constante. Il fait remarquer aujourd'hui que, si pour obtenir une compression donnée dans un réservoir d'air, compression dont on fera ensuite l'usage indiqué dans sa dernière communication, on renonce à profiter du bénéfice du mouvement acquis pour obtenir cette compression, et que l'on compte seulement sur la pression hydrostatique pour comprimer l'air comme dans la machine de Schemnitz, cette difficulté n'existe plus.

En effet, si par l'ouverture momentanée d'une borne-fontaine ou d'une prise d'eau quelconque, la pression au point voulu est diminuée, il suffira d'attendre le temps nécessaire afin que, cette pression étant rétablie, l'air finisse par être comprimé au degré où il doit l'être pour le jeu de l'appareil.

M. de Caligny n'entre pas aujourd'hui dans des détails qu'il a donnés ailleurs, sur le mouvement des flotteurs et dans la chambre de compression. Son but en ce moment est seulement de faire une remarque utile pour montrer comment on peut généraliser les applications de cette classe d'appareils, dans des circonstances où cela ne semblait pas possible au premier aperçu. Cette remarque peut d'ailleurs être appliquée à d'autres systèmes où l'air n'aurait besoin, pour être comprimé, que d'une pression hydrostatique, si l'on renonçait aussi au bénéfice de l'emploi du mouvement acquis d'une colonne liquide pour une raison quelconque, par exemple si l'on croyait avoir à craindre un effet quelconque du coup de bélier dans les tuyaux de conduite d'une ville.

Sur l'emploi d'un triangle plan pour représenter les différentes valeurs du moment d'inertie d'un corps solide autour d'axes passant par un même point fixe, par M. Collignon.

Le moment d'inertie I d'un corps solide invariable par rapport à un axe OP, mené par un point fixe O, est donné par la formule

$$I = A \cos^2 \alpha + B \cos^2 \beta + C \cos^2 \gamma$$

A, B, C, désignant les moments d'inertie du solide par rapport aux axes principaux menés par le point O, et α, β, γ, les angles de la direction OP avec ces trois axes. Le lieu des points M obtenus en prenant sur chaque droite OP une longueur $OM = \frac{1}{\sqrt{I}}$, est la surface d'un ellipsoïde, dont les demi-axes principaux sont

$$\frac{1}{\sqrt{A}} \qquad \frac{1}{\sqrt{B}} \qquad \frac{1}{\sqrt{C}}$$

et la valeur du moment d'inertie I est représentée par la fraction $\frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$, x, y et z étant les coordonnées du point M.

Avec des côtés proportionnels aux moments principaux, A, B, C, on peut toujours construire un triangle. En effet, soient ξ, η, ζ, les coordonnées d'un point quelconque de masse m, on aura :

$$\begin{aligned}
A &= \Sigma\, m\, (\eta^2 + \zeta^2) = \Sigma\, m\, \eta^2 + \Sigma\, m\, \zeta^2 \\
B &= \Sigma\, m\, \zeta^2 + \Sigma\, m\, \xi^2 \\
C &= \Sigma\, m\, \xi^2 + \Sigma\, m\, \eta^2 \\
\text{Donc} \quad \Sigma\, m\, \xi^2 &= \tfrac{1}{2}\,(B + C - A) \\
\Sigma\, m\, \eta^2 &= \tfrac{1}{2}\,(C + A - B) \\
\Sigma\, m\, \zeta^2 &= \tfrac{1}{2}\,(A + B - C)
\end{aligned}$$

Les sommes étant positives, chaque moment A, B, C, est moindre que la somme des deux autres.

Le triangle ABC étant construit, sous les conditions $\overline{BC} = A$, $\overline{CA} = B$, $\overline{AB} = C$, à chaque point M de la surface de l'ellipsoïde correspond un point unique M′ dans l'intérieur du triangle ABC.

Du point M′ abaissons sur les trois côtés les perpendiculaires M′a, M′b, M′c, que nous représenterons par les lettres a, b, c. Puis déterminons a, b, c, par la série de rapports égaux :

$$\frac{a}{x^2} = \frac{b}{y^2} = \frac{c}{z^2}$$

x, y, z étant les coordonnées du point M. Le point M′ se trouvera sur le plan du triangle à l'intersection des droites lieux géométriques des points dont les distances aux côtés du triangle sont dans un rapport donné. De la série de rapports égaux ci-dessus, on déduit :

$$\frac{a}{x^2} = \frac{b}{y^2} = \frac{c}{z^2} = \frac{Aa + Bb + Cc}{Ax^2 + By^2 + Cz^2}$$

Or, $Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1$, puisque le point M appartient à l'ellipsoïde, et $Aa + Bb + Cc = 2T$, T étant l'aire du triangle plan ABC. Donc, enfin, les formules de transformation des coordonnées de l'espace x, y, z en coordonnées planes a, b, c, sont $a = 2Tx^2$, $B = 2Ty^2$, $c = 2Tz^2$.

Au point M′ ainsi déterminé, correspondent sur l'ellipsoïde les huit points M qui ont même x^2, y^2 et z^2. On a aussi :

$$a + b + c = 2T\,(x^2 + y^2 + z^2),$$

et comme $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{I}$, on obtient en définitive la relation $I = \frac{2T}{a + b + c}$.

Cette équation donne une expression très-simple du mo-

ment d'inertie autour de l'axe OM, connaissant le transformé M′ du pôle M sur le plan du triangle.

L'aire T du triangle ABC s'exprime par le radical

$$\sqrt{\frac{A+B+C}{2} \times \frac{A+B-C}{2} \times \frac{A+C-B}{2} \times \frac{B+C-A}{2}}$$

ou par la racine carrée du produit des moments d'inertie du corps *par rapport à ses trois plans principaux*, multiplié par la somme des produits des masses élémentaires du corps par le carré de leur distance au point O.

Le lieu géométrique des points M′ du plan du triangle, pour lesquels la valeur du moment d'inertie I est donné, a pour équation $a + b + c = \frac{2T}{I}$.

C'est une ligne droite dont le parallélisme est le même quel que soit I, à moins que les trois moments principaux A, B, C, ne soient égaux entre eux. L'application de la règle de *Tschirnhaus* pour le tracé des normales aux lieux définis par une relation entre les distances d'un point mobile à des points ou lignes fixes, conduit immédiatement à la construction d'une parallèle à la droite cherchée.

En général, une ligne tracée sur l'ellipsoïde par l'intersection d'une surface du second degré ayant les mêmes plans principaux, aura pour transformée sur le triangle une ligne droite, car les coordonnées a, b, c, de ces points n'entreront qu'au premier degré dans son équation, au lieu et place des carrés x^2, y^2, z^2.

Supposons maintenant que le corps solide considéré, sans être sollicité par aucune force, tourne autour de son point fixe O. Il est facile de trouver le chemin décrit dans ce mouvement par le point M′, transformé du point M qui sert à chaque instant de pôle à la rotation instantanée.

Désignons par ω la vitesse angulaire à un moment donné autour du rayon OM ; par α, β, γ, les angles formées par OM avec les trois axes principaux; par p, q, r, les projections de ω sur ces trois axes. Les coordonnées planes a, b, c, du point M′ sont proportionnelles aux carrés x^2, y^2, z^2, des coordonnées du point M dans l'espace, et par suite propor-

tionnelles aux carrés $\cos^2 \alpha$, $\cos^2 \beta$, $\cos^2 \gamma$, des cosinus des angles α, β, γ; donc

$$\frac{a}{\cos^2 \alpha} = \frac{b}{\cos^2 \beta} = \frac{c}{\cos^2 \gamma} = \frac{a+b+c}{1}$$

mais $a + b + c = \frac{2T}{I}$, I étant le moment d'inertie du solide autour de OM; donc

$$a = \frac{2\,T}{I} \cos^2 \alpha, \quad b = \frac{2\,T}{I} \cos^2 \beta, \quad c = \frac{2\,T}{I} \cos^2 \gamma.$$

Multiplions haut et bas les seconds nombres par ω^2, et observons que $\omega \cos \alpha = p$, $\omega \cos \beta = q$, $\omega \cos \gamma = r$, et qu'enfin $I\,\omega^2 = H$, force vive du corps; il viendra

$$a = \frac{2\,T}{H} p^2, \quad b = \frac{2\,T}{H} q^2, \quad c = \frac{2\,T}{H} r^2.$$

On pourrait déduire de là la formule connue $H = A\,p^2 + B\,q^2 + C\,r^2$.

La force vive H du corps est une quantité constante; les formules précédentes donnent donc la position du point M′ en fonction des rotations simultanées qui s'opèrent autour des axes principaux.

L'axe G du couple résultant des moments des quantités de mouvement est aussi de grandeur constante; il a pour composantes sur les axes principaux les quantités Ap, Bq, Cr, et par suite les rotations sont liées entre elles par l'équation $A^2\,p^2 + B^2\,q^2 + C^2\,r^2 = G^2$.

Remplaçant p^2, q^2, r^2, par $\frac{H\,a}{2\,T}$, $\frac{H\,b}{2\,T}$, $\frac{H\,c}{2\,T}$, on a pour équation du lieu décrit par le point M′

$$A^2\,a + B^2\,b + C^2\,c = \frac{2\,T\,G^2}{H}$$

équation qui représente une droite dont le parallélisme ne dépend que des moments principaux A, B, C.

L'axe G a une position fixe dans l'espace, mais l'ellipsoïde d'inertie étant mobile, l'axe G a un mouvement relatif par rapport à l'ellipsoïde et le rencontre en des points qui y dessinent un lieu géométrique. Si l'on appelle a' b' c' les coordonnées planes des points correspondants sur le triangle, on trouve pour définir ce lieu l'équation :

$$\left(H - \frac{G^2}{A}\right) a' + \left(H - \frac{G^2}{B}\right) b' + \left(H - \frac{G^2}{C}\right) c' = 0$$

qui représente encore une ligne droite.

Enfin cherchons la vitesse du point M', transformé du pôle de la rotation instantanée, sur la droite qu'il décrit dans l'intérieur du triangle. Pour cela, nous ferons usage des trois équations du mouvement du corps,

$$A \frac{dp}{dt} + (C - B) qr = 0$$

etc., dans lesquelles nous remplacerons p, q, r, par leur valeur en a, b, c. Il vient, toute réduction faite :

$$\tfrac{1}{2} A \frac{da}{dt} + \sqrt{\frac{H}{2T}} (C - B) \sqrt{abc} = 0$$

$$\tfrac{1}{2} B \frac{db}{dt} + \sqrt{\frac{H}{2T}} (A - C) \sqrt{abc} = 0$$

$$\tfrac{1}{2} C \frac{dc}{dt} + \sqrt{\frac{H}{2T}} (B - A) \sqrt{abc} = 0$$

Dans ces équations $\sqrt{\frac{H}{2T}}$ est supposé toujours pris positivement; $\sqrt{abc}$ doit être pris successivement avec le signe + et le signe —, mais toujours avec le même signe à la fois dans les trois équations. On voit que la vitesse du

point M′ sur le plan est proportionnelle à l'expression $\sqrt{a\,b\,c}$; elle est nulle aux points où le point M′ atteint le périmètre du triangle; elle est maximum en un certain point du parcours de M′ sur sa trajectoire rectiligne. Enfin la discussion de la formule montre d'une manière très-simple que lorsque cette trajectoire passe par le sommet B correspondant au moment moyen, le point M′ mettra un temps infini à atteindre le sommet B.

Séance du 7 avril 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. Gilbert adresse une lettre de remercîments pour sa récente nomination au titre de membre correspondant.

M. Alix fait une communication sur le système musculaire interosseux de la jambe chez le Phascolome et le Phalanger. Il insiste sur la présence chez ce dernier d'un os sésamoïde spécial dans l'épaisseur du ligament postérieur de l'articulation tibio-tarsienne, disposition en rapport avec la mobilité du pied sur la jambe.

M, Marey décrit une disposition nouvelle d'appareil enregistreur destiné à mesurer la secousse musculaire.

M. Prillieux donne des détails anatomiques sur les cellules de la peau des grains de raisins qui renferment la matière colorante. Cette substance, contenue dans les cellules sous forme d'un disque solide, est dissoute par l'alcool formé lors de la fermentation.

Sur le membre abdominal du Phalanger fuligineux; muscle carré pronateur à la face dorsale de la jambe; os sésamoïde et fibro-cartilage inter-articulaire dans l'articulation du pied avec la jambe; par M. Alix.

J'ai signalé précédemment à la Société l'existence chez le Phascolome-wombat d'un faisceau musculaire particulier placé

à la face dorsale de la jambe, et tendu entre le tibia et le péroné de manière à faire tourner le péroné autour du tibia, et à exagérer ainsi la pronation du pied. Ce muscle reproduit pour la forme et pour la fonction le carré pronateur de l'avant-bras, mais il est situé à la face dorsale, tandis que ce dernier muscle se trouve à la face palmaire.

Comme je désirais savoir si une disposition semblable existait chez d'autres animaux, j'ai saisi avec empressement l'occasion qui m'a été fournie par M. Édouard Verreaux de faire cette vérification sur un *Phalanger fuligineux*.

J'ai trouvé chez cet animal, dans le tiers inférieur de la jambe, une lame charnue d'une épaisseur médiocre, insérée à la fois sur la face dorsale du tibia et sur la face dorsale du péroné. C'est encore, pour la forme et pour la fonction, un véritable carré pronateur placé à la face dorsale de la jambe. En tournant d'avant en arrière, le péroné permet au pied de se placer dans une demi-supination; en tournant d'arrière en avant par l'effet du muscle que nous signalons, le péroné ramène le pied dans la pronation, et finit par le placer dans une pronation exagérée.

Le carré pronateur dorsal n'est d'ailleurs qu'un faisceau de ce qu'on pourrait appeler le système des muscles inter-osseux de la jambe. Dans les deux tiers supérieurs de l'espace inter-osseux, on trouve encore, en considérant la face dorsale, un plan charnu qui va du péroné au tibia. Il est recouvert par une lame aponévrotique, et une autre lame fibreuse, qui est le véritable ligament inter-osseux, sépare sa face profonde d'un autre plan charnu situé de l'autre côté de la jambe. Ce dernier plan existe dans toute la hauteur de l'espace inter-osseux; supérieurement, il est formé par le muscle poplité dont le tendon d'origine, parti du condyle externe, adhère en passant à la capsule articulaire et à la tête du péroné; inférieurement, il descend jusqu'au ligament tibio-péronier, et envoie un faisceau sur un petit os dont nous allons parler.

Il est, en effet, fort intéressant d'examiner chez le Phalanger l'articulation du pied avec la jambe.

On y trouve un ligament en partie fibro-cartilagineux qui se rattache à un os sésamoïde particulier. Ce petit os sésamoïde a la forme d'une pyramide triangulaire. La face pos-

térieure de la pyramide est recouverte par le ligament tibio-péronier ; les faces latérales sont en contact l'une avec le péroné, l'autre avec le tibia; la face inférieure appuie sur l'astragale ; la pointe se continue avec un ligament qui s'avance d'arrière en avant sur l'astragale, puis se porte en dehors en contournant le bord antérieur de la malléole externe, et va se fixer sur la face externe du calcanéum, immédiatement en avant du ligament latéral externe, au fond de la gouttière où passent les tendons des muscles péroniers latéraux, en s'insérant à l'apophyse qui limite extérieurement cette gouttière. Ce ligament, dans son trajet entre le tibia et le péroné, est fibro-cartilagineux, et présente au contact de l'astragale, de chaque côté, un bord tranchant semblable à celui d'une ménisque. Il glisse facilement sur l'astragale dans les mouvements de flexion et d'extension du pied. Ce n'est pas seulement dans le Phalanger que l'on rencontre cette disposition. Le sésamoïde et le ligament se trouvent aussi chez le Phascolome.

Outre ce curieux ligament qui traverse d'arrière en avant l'articulation du pied avec la jambe, il faut noter deux cordons fibreux gros et courts qui se fixent sur chacun des côtés de l'astragale et s'insèrent d'autre part sur la face profonde de la malléole correspondante. Ils reproduisent presque exactement par la forme et la situation ces ligaments, si remarquables chez les Singes anthropoïdes, que j'ai désignés sous le nom de ligaments de Gratiolet. (*Bulletin de la Soc. philom. 1865*, et journ. *l'Institut.*)

L'extrémité inférieure du péroné chez le Phalanger ressemble beaucoup à l'extrémité inférieure d'un cubitus, la facette articulaire destinée à l'astragale étant presque horizontale, et le sommet de la malléole dessinant une saillie comparable à celle de l'apophyse styloïde. Comme ce stylet est lisse et revêtu de cartilage, on pourrait penser, lorsqu'on se borne à étudier un squelette artificiel, qu'il entre en contact avec le calcanéum ; mais il n'en est pas ainsi, cette surface lisse n'ayant de rapports qu'avec les ligaments de l'articulation et avec les tendons des muscles péroniers latéraux.

A l'égard des muscles de la jambe, on doit observer que le plantaire grêle est en grande partie confondu avec le jumeau externe. C'est une ressemblance avec les Singes an-

thropoïdes chez lesquels on a coutume de signaler l'absence absolue de ce faisceau musculaire, quoiqu'il soit possible de le distinguer par une dissection attentive.

Il n'y a chez le Phalanger qu'un seul fléchisseur profond, commun à tous les doigts, qui s'attache à presque toute la hauteur du péroné, autour duquel il s'enroule. Ce muscle me paraît devoir être considéré comme résultant de la fusion des deux faisceaux que l'on observe généralement chez les Mammifères. Trois raisons me paraissent justifier cette opinion. La première, c'est que par une dissection attentive on parvient à séparer les éléments de ces deux faisceaux. La seconde, c'est que le fléchisseur superficiel des doigts, dont le corps charnu chez le Phalanger, comme chez le Phascolome, appartient à la région de la jambe et non à la région du pied, émane de la surface du fléchisseur profond. Or, chez ceux des Mammifères où ce muscle émane de l'un des fléchisseurs profonds, c'est toujours sur le tendon du fléchisseur commun des orteils (c'est-à-dire du faisceau qui vient du tibia) qu'il prend son origine. La troisième raison, c'est que le jambier postérieur n'adhère nulle part au tibia, et qu'il prend son origine sur la tête du péroné. Tous les muscles longs de la région jambière sont donc rejetés sur le péroné, ce qui rend indépendants de la rotation de cet os les mouvements du pied, déterminés par ces muscles. Je pourrais ajouter que chez le Phascolome les deux corps charnus sont assez distincts dans leur partie supérieure, quoique les tendons soient confondus en un seul, et que chez les Kanguroos, où il n'y a qu'un seul fléchisseur profond, on parvient également à distinguer, par la dissection, les deux éléments qui concourent à la formation de ce muscle.

Extrait de *l'Institut*, 1re section, 1866.

Séance du 14 avril 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MANNHEIM.

M. Fischer fait une communication sur une Algue perforante de l'Huître.

M. Cailletet expose les résultats de ses expériences sur la composition des gaz qui existent dans les hauts foyers industriels. Ces gaz ont été obtenus au moyen d'un appareil de son invention qui permet de les recueillir en les refroidissant subitement.

M. Delanoue présente à ce sujet quelques observations.

MM. Mannheim, Moutard et de la Gournerie présentent M. Luigi Cremona comme membre correspondant.

Séance du 21 avril 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. Fischer complète sa communication sur une Algue perforante de l'Huître. Il fait ensuite quelques remarques sur les amputations spontanées chez les Échinodermes (*Ophiures*) et les Mollusques (*Solen, Eolis, Lobigère, Harpe, Helix imperator*).

M. Alix demande si l'on ne devrait pas rapprocher de ces faits ce qu'on remarque pour l'Hectocotyle.

M. Alix expose le résultat de ses recherches anatomiques sur l'usage chez les Oiseaux de l'accessoire du fléchisseur perforé. Ce muscle manque chez la Pie, le Corbeau, le Geai, et existe chez l'Autruche, suivant la remarque déjà faite par M. Augton. Ce muscle n'est donc pas en rapport avec l'acte du percher.

MM. Alix, Fischer et Vaillant présentent M. O. des Murs comme membre correspondant.

M. Waren de la Rue est élu membre correspondant à l'unanimité.

La Société se forme en comité secret pour entendre le rapport de M. de la Gournerie sur M. Luigi Cremona, présenté comme membre correspondant.

Séance du 28 avril 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. Alix ajoute quelques détails à sa communication sur l'absence du fléchisseur perforé chez certains Oiseaux percheurs.

M. Laurent donne quelques explications sur les résultats de forages faits à Venise, et qui ont donné lieu à l'issue de gaz combustibles.

La Société se forme en comité secret pour entendre la lecture d'un rapport de M. Alix sur la candidature de M. O. des Murs au titre de membre correspondant.

Sur l'absence de l'accessoire du fléchisseur perforé chez certains Oiseaux percheurs, par M. Alix.

J'ai déjà précédemment appelé l'attention de la Société sur le muscle que l'on désigne chez les Oiseaux sous le nom d'accessoire du fléchisseur perforé, et que Meckel considérait comme représentant le droit antérieur de la cuisse des Mammifères ; et j'ai combattu l'opinion qui attribue à ce muscle la flexion passive des doigts chez les Oiseaux percheurs. Meckel avait signalé son absence chez le Grèbe huppé, le Guillemot, le Macareux et le Cormoran, Oiseaux qui ne perchent pas, et ce fait même semblait impliquer la nécessité de son existence chez les Oiseaux qui perchent. Contrairement à cette manière de voir, j'ai signalé son absence chez le Grand-Duc. Dans des recherches plus récentes, j'ai vérifié qu'il n'existe pas chez plusieurs Oiseaux de l'ordre des Passereaux, tels que le Moineau (*Passer domesticus*), le Friquet (*Passer montanus*), le Chonca (*Corvus monedula*), la Pie (*Pica caudata*), le Geai (*Garrulus glandarius*), le Troupiale (*Trupialis guianensis*), la Perruche (*Palæornis docilis*), tous Oiseaux qui perchent. Il n'existe pas non plus chez le Coq

de roche (*Rupicola crocea*), ni chez l'Hirondelle (*Hirundo rustica*).

Le grand développement de ce muscle chez l'Autruche et chez l'Outarde semblerait devoir lui faire attribuer un rôle important dans la marche et dans la course. Cette opinion, que je suis très-disposé à adopter, a été développée par M. Samuel Haughton qui, dans un mémoire sur la locomotion de l'Autruche (*On the muscular mecanism of the leg of the Ostrich.—Proceedings of the Royal Irish Academy,* 1865), considère ce muscle comme l'agent principal des mouvements exécutés par cet Oiseau dans sa course rapide.

Les exemples que j'ai cités pourraient suffire pour démontrer la proposition que j'ai émise relativement au rôle de ce muscle dans la flexion passive des doigts. Mais il serait peut-être utile de vérifier son absence ou sa présence chez un grand nombre d'Oiseaux, afin de voir s'il n'y aurait pas là un caractère particulier à certains groupes. Je suis, il est vrai, bien loin de penser que ce soit avec des faits de ce genre que l'on doit faire une classification, mais il me semble aussi que l'on aurait grand tort de les négliger.

Séance du 5 mai 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. Guillemin fait une communication sur les phénomènes que présente la décharge d'une forte batterie lorsqu'on change la nature ou la disposition d'un fil dérivateur.

MM. Germain de Saint-Pierre, Ch. Laboulaye et Laussedat présentent M. Filippo Parlatore comme membre correspondant.

Influence de la configuration des conducteurs sur l'intensité du courant de la batterie électrique, par M. C.-M. Guillemin.

D'après la loi d'Ohm, l'intensité du courant parvenu à l'état stable ou permanent est indépendante de la surface du conducteur. Mes expériences démontrent que, pour le courant de la bouteille de Leyde, qui représente l'état variable sans état permanent sensible, la surface des conducteurs facilite le passage du courant.

Pour faire cette démonstration, je dispose deux conducteurs, de manière qu'ils soient traversés simultanément par la décharge d'une forte batterie de six jarres représentant au total un condensateur d'environ un mètre carré de surface. L'un deux contient un fil de fer de $\frac{1}{10}$ de millimètre de diamètre, dont on varie la longueur à volonté; l'autre dérive une partie du courant. C'est ce dernier dont on modifie la forme et la disposition, sans changer sa section. L'influence de ces modifications est mise en relief par la longueur plus on moins grande qu'on peut donner au conducteur, sans qu'il cesse d'être fondu.

Ce conducteur étant formé d'une lame mince d'étain de 2 mètres de longueur et de 6 centimètres de largeur, isolé sur une table de verre, on s'assure d'abord que cette lame dérive une assez grande partie du courant de la batterie pour empêcher le fil de fer, d'environ 15 centimètres de longueur, d'arriver à la température rouge. Si alors on replie la lame d'étain sur elle-même, suivant sa longueur, de manière à diminuer sa surface, sans changer ni sa section ni sa longueur, le fil de fer s'échauffe au rouge sombre, et si la surface de la lame a été suffisamment réduite, il entre en fusion dans toute son étendue.

Le résultat est le même lorsque l'on compare une lame de cuivre mince à un fil de même longueur, même section et même conductibilité, au courant voltaïque.

L'avantage est encore au conducteur à grande surface, quand, au lieu de le mettre en dérivation, on l'emploie à transmettre le courant au fil de $\frac{1}{10}$ de millimètre de diamètre.

Cet effet semble dû aux actions inductrices que les diffé-

rents éléments des conducteurs exercent les uns sur les autres pendant l'état variable; l'augmentation de surface facilite le passage du courant instantané en éloignant les parties réagissantes. L'expérience suivante paraît confirmer cette explication.

On dispose, comme conducteur dérivant le courant de la batterie, 60 fils métalliques de 2 mètres de long et de $\frac{1}{4}$ de millimètre de diamètre. Lorsque ces fils sont éloignés les uns des autres d'un centimètre, le fil de fer est bien protégé et ne s'échauffe pas à 300°; mais si l'on rapproche les fils métalliques, le fil fin s'échauffe davantage, il est recuit, puis il rougit et fond quand les fils sont très-rapprochés. L'effet est à son maximum lorsqu'on tord ensemble les fils métalliques de manière à en faire un câble.

En exagérant les conditions du phénomène, il est facile de constater que le conducteur à grande surface peut être beaucoup plus résistant au courant voltaïque que le fil cylindrique, sans qu'il cesse de conduire mieux le courant de la batterie. En résumé, pour le courant de la batterie, l'augmentation de surface a plus d'influence que l'augmentation de section.

Il devenait intéressant de voir si la conductibilité du métal se manifestait pour le courant de la batterie, comme pour le courant de la pile. Dans ce but j'ai comparé un fil de fer à un fil de cuivre de mêmes dimensions, en les plaçant alternativement dans la dérivation. L'expérience a montré que le fil fin est mieux protégé par le fer que par le cuivre, bien que la résistance du fer soit environ sept fois plus grande que celle du cuivre.

Il semble, d'après cela, que le fer conduise mieux le courant de la batterie que le cuivre; mais si l'on emploie le conducteur de fer à transmettre ce courant au fil fin, ce dernier s'échauffe beaucoup moins que dans le cas où le courant lui est transmis par un fil de cuivre de mêmes dimensions, et le conducteur de fer protége, dans les deux cas, le fil d'un faible diamètre.

Ces résultats ont été vérifiés par les indications du thermomètre de Riess.

On est naturellement conduit à penser, d'après ces faits d'expérience, qu'il y aurait avantage à substituer aux fils de

cuivre, qui établissent les communications avec la terre des parafoudres télégraphiques, des lames de cuivre de 2 ou 3 centimètres de largeur, d'une épaisseur d'au moins un millimètre; il est à présumer que la protection en deviendrait plus efficace.

Séance du 12 mai 1866

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. Prillieux fait une communication sur la nature de la racine dans la famille des Orchidées.

M. Gris présente quelques remarques à ce sujet.

MM. Mannheim, Moutard et Janssen présentent au titre de membre correspondant M. Volpicelli, professeur à l'Université de Rome, secrétaire de l'Académie de cette ville.

La seconde section nomme une commission, composée de MM. Delanoue, Laurent et Gaudry, pour présenter une liste de candidats en remplacement de M. Collomb, démissionnaire.

Observations générales sur l'organisation des racines des Orchidées, par M. Prillieux.

I. — Les racines des Orchidées sont toutes des racines adventives; jamais, à aucune époque de leur vie, ces plantes ne portent de racines qui soient d'une autre nature. — L'embryon contenu dans la graine au moment de la germination n'a pas de radicule. La plante jeune vit durant un espace de temps plus ou moins long sans avoir de racines, puisant au dehors l'humidité et les substances qui lui servent d'aliment à l'aide de papilles, sorte de poils semblables à ceux qui couvrent d'ordinaire les racines, mais qui sont ici portés non par la racine (qui n'existe pas), mais par l'axe renflé

en tubercule. D'ordinaire cette phase, durant laquelle la plante vit sans racine en absorbant l'humidité par tous les points de sa surface, est d'assez courte durée; toutefois, il est quelques plantes (*Corallorhiza Epipogum*) qui offrent cette organisation pendant la durée entière de leur vie et végètent ainsi durant une suite indéterminée d'années sans jamais porter de racines.

II. — Les racines des Orchidées terrestres sont tantôt fibreuses, tantôt renflées en tubercule. Le plus souvent toutes les racines de la même plante sont semblables; toutefois il n'en est pas ainsi dans la tribu des Ophrydées, où toutes les plantes présentent à la fois des racines fibreuses, minces et déliées, et des racines charnues et renflées en tubercules. Ces dernières se développent seulement à la base des bourgeons, et, soudées avec ces derniers organes, constituent ce qu'on nomme les bulles des Ophrydées.

Les racines des Orchidées sont d'ordinaire recouvertes de papilles ou poils destinés à l'absorption; toutefois, ces petits organes manquent dans certaines plantes telles que le *Neottia nidus avis* et le *Lemodorum abortivum*, qui ne portent jamais de feuilles vertes et ont l'aspect de plantes parasites.

Les racines des Orchidées aériennes sont blanches. Cette coloration est due à ce que les couches superficielles de cellules sont remplies d'air. Elles s'imbibent facilement d'eau et alors deviennent vertes, la couleur des tissus situés au-dessous de la couche extérieure se montrant par transparence à travers cette dernière, qui est transparente quand l'eau a chassé l'air que contenaient les cellules. Cette couche superficielle des racines aériennes paraît jouer un rôle physiologique important : on lui a donné un nom particulier; on l'a nommé enveloppe de la racine (*velamen radicis*).

III. — Pour donner en peu de mots une idée de la structure anatomique des racines des Orchidées, le mieux est de faire connaître l'organisation qu'elles présentent là où elles atteignent au plus haut degré de complication, c'est-à-dire dans les plantes épiphytes. On pourra ensuite aisément, en effaçant les différences qui distinguent les zones successives, arriver à la structure très-simple des Orchidées terrestres de nos pays, qui ne présentent sur une tranche de racine qu'un

cercle de faisceaux vasculaires d'une grande ténuité au milieu d'une masse de parenchyme homogène.

Une coupe transversale de racine aérienne présente, quand elle atteint son complet développement, les parties suivantes :

1° Au centre, une moelle formée de cellules ordinairement assez larges, à parois tantôt minces, tantôt épaisses et ponctuées, et passant souvent, par des transitions insensibles, à la forme ordinaire des fibres ligneuses. Cette moelle contient assez souvent quelques grains de chlorophylle. Dans quelques Vanda, au milieu de la moelle, se trouvent quelques faisceaux fibro-vasculaires. — La moelle est souvent très-resserrée : dans les Épipactidées elle manque complétement.

2° La moelle est entourée par un anneau ligneux, formé de faisceaux disposés en cercle. Au milieu de chaque faisceau est un paquet de cellules allongées à parois très-minces (cellules conductrices) autour duquel sont placées les fibres ligneuses, qui ont des parois très-épaisses et ponctuées. Dans l'intervalle des faisceaux, sont placés les vaisseaux en lignes rayonnantes, les plus gros près du centre, les plus étroits à la circonférence. — A la périphérie de l'anneau ligneux est une assise de cellules très-allongées, qui le plus souvent ont des parois très-épaisses vis-à-vis des faisceaux ligneux, et présentent en ces points un aspect tout à fait semblable à celui des fibres libériennes.

3° Au delà se trouve une zone souvent fort épaisse de parenchyme cortical, qui présente dans les racines aériennes une coloration verte très-remarquable. Quand les racines aériennes pénètrent dans le sol, comme cela arrive fréquemment dans les serres, la coloration verte disparaît. — Les cellules de cette région présentent souvent sur leurs parois des aréoles, des anneaux, etc., d'un apparence remarquable.

4° La couche suivante est formée d'une seule assise de cellules qui montrent une disposition singulière et qui est caractéristique. Les cellulles qui la composent sont alternativement allongées et courtes, épaisses et minces. Cette couche a été à tort considérée comme une épiderme, et ses cellules courtes comme des stomates. Cette couche forme au-

tour de la racine un étui résistant percé de très-nombreuses ouvertures, qui laissent une communication facile entre le parenchyme cortical et la couche extérieure, qu'on a nommée l'enveloppe de la racine (*velamen radicis*).

5° Le nom de *velamen* a été donné à la couche superficielle par les auteurs qui ont considéré la couche sous-jacente comme un épiderme, en se fondant surtout sur la croyance qu'on y peut observer des stomates. — En réalité, le *velamen* doit être considéré comme un épiderme multiple, et l'épiderme des auteurs, comme une couche sous-épidermique.

Le *velamen* forme une assise souvent fort épaisse de cellules à parois le plus souvent très-minces et doublées de fils spiraux très-nombreux et très-fins.

Séance du 19 mai 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. Léon Vaillant fait une communication sur le développement du *Polycelis levigatus* (de Quat.).

MM. Dausse, Delanoue et Prillieux demandent à ce sujet quelques explications.

M. Mannheim démontre un théorème sur les surfaces gauches.

MM. de la Gournerie et Moutard prennent la parole sur cette communication.

M. O. des Murs est nommé membre correspondant à l'unanimité.

Sur le développement du Polycelis levigatus *Quatrefages*, par M. Léon Vaillant.

Les faits recueillis dans ces derniers temps sur le développement des animaux inférieurs ont donné à ces études un

intérêt tout particulier, c'est ce qui m'engage à exposer à la Société quelques observations que j'ai pu faire sur une Planaire dendrocèle commune sur les côtes de la Manche, à laquelle M. de Quatrefages a donné le nom de *Polycelis levigatus*.

Cet animal, qu'on rencontre très-fréquemment sous les pierres, sur le rivage de Saint-Malo où je l'ai examiné, habite de préférence les points qui se découvrent à toutes les marées bien qu'étant toujours recouverts à la pleine mer, même aux *mortes eaux*; c'est cette zone que MM. Audouin et Milne Edwards, dans un de leurs mémoires sur les animaux sans vertèbres des côtes de France, ont désignée sous le nom de *seconde zone*. Le *Polycelis levigatus* vit avec beaucoup de facilité dans les aquariums même de petites dimensions; il peut y pondre ses œufs, mais ceux-ci n'y trouvent pas sans doute toutes les conditions nécessaires à leur développement, et leur évolution s'arrête après le fractionnement. Toutefois, comme, on peut avec une certaine habitude trouver sur la côte un grand nombre de ces œufs et qu'ils se conservent quelque temps en continuant leur évolution, on comprend que ces études n'offrent que peu de difficultés.

C'est au mois de juillet dernier que j'observai sur les parois d'un bocal contenant un certain nombre de ces Planaires de petites plaques de formes très-irrégulières, dont les plus grandes à peu près quadrilatères mesuraient environ trois à quatre millimètres de côté. Leur couleur est jaunâtre, d'une teinte qu'on ne peut mieux comparer qu'à celle de l'amadou. L'examen microscopique montre que ces plaques sont formées d'une multitude d'œufs, avec une coque bien distincte, réunis par une substance amorphe très-peu granuleuse. Le diamètre de chacun d'eux est de $0^{mm},141$, la paroi est épaisse de $0^{mm},008$. Le contenu est granuleux; il est d'ordinaire facile de reconnaître un ou deux globules polaires.

On peut s'assurer que ces œufs se rapportent bien à l'animal que j'ai cité en observant des *Polycelis* chez lesquels ces produits se développent. On trouve çà et là dans certaines de ces Planaires des corps dont la dimension assez variable est de $0^{mm},120$ à $0^{mm},180$; ils sont formés de corpuscules fortement réfringents, rappelant absolument par

leur aspect les granules vitellins et renfermant un noyau transparent clair de $0^{mm},032$ pourvu d'un nucléole de $0^{mm},0086$. C'est là sans aucun doute un ovule avec sa tache et sa vésicule germinatives. Un peu plus tard, la vésicule germinative disparaît et les granules réfringents se fondent de telle sorte que l'œuf ne présente plus qu'une masse homogène finement granuleuse. A cette période de leur développement, les œufs sont visiblement renfermés dans un tube auquel on peut donner le nom d'oviducte. Lorsqu'ils ont encore leur tache germinative, peut-être sont-ils également dans un conduit, mais il m'a été impossible de le mettre en évidence, tandis que pour les œufs arrivés à la seconde période, ce canal est très-net. Les œufs y sont rassemblés en masses arrondies sur différents points de sa longueur où cet oviducte est extraordinairement dilaté; ils s'aplatissent en se pressant les uns contre les autres, de manière à paraître polyédriques, mais si l'on rompt la paroi pour les mettre en liberté ils reprennent la forme sphérique ; leur diamètre est de $0^{mm},130$.

Par leur aspect, ces corps rappellent si complétement les œufs pondus décrits plus haut, moins la coque, qu'il ne peut y avoir aucun doute sur l'identité de ces produits. Plus loin dans l'oviducte, chez l'animal adulte, les œufs s'isolent, mais je ne les ai jamais vus munis d'une enveloppe; on doit donc supposer que cette dernière ne se forme que très-peu de temps avant la ponte, comme cela a été observé chez d'autres animaux analogues. Cette coque n'est pas formée d'un tissu homogène; sur les œufs vides il est facile d'y distinguer une sorte de réticulation formant des mailles arrondies, très-régulières, de $0^{mm},026$.

Le fractionnement dans les œufs pondus en captivité se manifeste très-vite, et au bout de cinq ou six heures on peut sur une même plaque en trouver tous les degrés. Mais, comme je l'ai dit, ce n'est que sur les œufs sauvages qu'on observe la suite des développements; il n'est donc pas possible de connaître, même approximativement, l'époque de chacune des périodes; cette détermination n'aurait d'ailleurs que peu d'intérêt, vu l'influence considérable sans doute des agents extérieurs.

Quoi qu'il en soit, le contenu de l'œuf après le fractionnement complet renferme de gros granules réfringents d'en-

viron $0^{mm},025$ et une substance amorphe parsemée de granulations moléculaires. Cette masse, presque aussitôt semble, en se contractant, s'isoler de la paroi et s'anime d'un mouvement de giration dû à des cils vibratiles très-courts et bien évidents si on fait sortir le contenu de l'œuf, ce qui arrête instantanément les mouvements. C'est un peu plus tard qu'apparaissent les yeux, au nombre de deux; à cette époque l'embryon, dont la structure intime n'est pas modifiée, mesure, lorsqu'on l'isole de sa coque, $0^{mm},133$ sur $0^{mm},119$; il est encore incapable de se mouvoir dans l'eau.

On ne tarde pas à observer des changements plus considérables; c'est d'abord l'existence d'une seconde paire d'yeux; et surtout la formation d'un tégument distinct qui apparaît comme une mince zone plus transparente tout autour de l'animal; on voit aussi à la partie postérieure un cercle indiqué par une simple ligne, c'est le rudiment d'une ventouse ou plutôt d'une trompe. Les dimensions sont, à cette période, de $0^{mm},213$ sur $0^{mm},156$ quand l'animal est sorti de sa coquille. Dans l'intérieur de celle-ci, outre le mouvement de giration, cet être se contracte de manière à augmenter sur certains points, d'une manière irrégulière, la distance qui le sépare de la paroi. Mis en liberté, l'embryon se meut avec rapidité dans le liquide au moyen de ses cils vibratiles, qui n'ont pas changé de dimension.

C'est sans doute à cette époque qu'a lieu la sortie normale du jeune *Polycelis,* car tous ceux que j'ai observés à partir de cette période vivaient librement dans les aquariums.

Les changements suivants portent sur la forme, qui devient plus allongée; l'animal mesure $0^{mm},281$ sur $0^{mm},099$; en même temps la trompe, qui est encore circulaire ou ovalaire, devient plus visible: on y distingue nettement des fibres musculaires rayonnantes et circulaires, ses dimensions sont de $0^{mm},062$ sur $0^{mm},042$; enfin le tégument, épais de $0^{mm},005$, présente de distance en distance de longues soies de $0^{mm},029$, entre lesquelles existent toujours les cils vibratiles.

Le dernier état qu'il m'ait été donné d'examiner était peu différent du précédent. Les dimensions étaient à peu près les mêmes; le tégument plus épais, mesurant $0^{mm},010$; les yeux étaient toujours au nombre de quatre; la trompe plus accusée, surtout par instants, ce qui doit porter à penser

qu'elle exécute déjà certains mouvements. Mais ce qui était plus remarquable, c'était d'abord la disparition complète de tous les granules vitellins dont on observe encore un grand nombre dans le stade précédent; la présence de nombreuses taches pigmentaires réunies en une sorte de réseau à la périphérie, et, fait plus important, deux cellules très-transparentes avec deux noyaux réfringents un peu en arrière des yeux : il faut y voir le premier rudiment du système nerveux.

A partir de cette époque, la difficulté de procurer à ces petits êtres une nourriture convenable, l'impossibilité de renouveler l'eau sans les perdre ou introduire d'autres êtres, ce qui aurait pu jeter quelque confusion dans les observations, m'ont empêché de pousser plus loin ces études.

En résumé, on voit que, dès cette époque, l'animal présente tous les caractères d'une véritable Planaire, mais qu'on rapporterait plutôt à la section des Rhabdoceliens, la position de la trompe les rangeant parmi les *Opistomea* de Max Schultze. Le type fondamental de l'organisation étant dès lors réalisé, on ne peut douter que l'animal n'arrive à son état parfait par des changements simples, en un mot que le développement ne soit direct.

Ces observations rapprochent le *Polycelis levigatus*, sous ce rapport, des genres *Vortex*, *Dinophilus*, *Allostoma*, dont M. Van Beneden (1) nous a fait connaître le développement, mais s'écartent singulièrement des faits cités par Joh. Muller sur une larve décrite comme se rapportant à la classe des Turbellariés et à la famille des Planaires(2). La forme singulière de la barbe, dans ce dernier cas, les modifications profondes qu'elle subit, la rapprocheraient plutôt des Nemertes; aussi l'espèce n'ayant pas été déterminée, il est prudent, je pense, de se tenir en garde contre les déductions qu'on pourrait en tirer.

---

(1) *Recherches sur la faune littorale de la Belgique. Turbellariés. Mém. de l'Acad. des sciences de Belgique.* T. XXXII.

(2) *Archiv. für Anat. Phys.*, 1850.

Séance du 26 mai 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. Bureau fait une communication sur la présence d'une couche de végétaux fossiles dans l'étage de calcaire grossier au Trocadéro.

MM. Laurent, Delanoue et Vaillant présentent quelques observations à ce sujet.

M. Mannheim complète sa communication sur les surfaces gauches.

M. Luigi Cremona est élu membre correspondant.

La seconde section présente la liste suivante en remplacement de M. Collomb :

En première ligne, M. de Mercey;
En seconde ligne, M. Louis Lartet.

Remarques sur le mouvement des ondes, par M. A. de Caligny.

M. de Caligny a communiqué dans cette séance quelques observations relatives à un moyen de faire, par des expériences en petit, des études préliminaires sur certains travaux maritimes. Il rappelle d'abord que diverses lois de l'hydraulique ont été établies au moyen d'expériences en petit, dont les résultats ont, il est vrai, quelquefois été modifiés d'une manière essentielle par des expériences en grand; ce qui n'empêche pas qu'elles n'aient jeté beaucoup de jour sur les questions les plus utiles de cette science. Ainsi l'on sait combien il est intéressant de faire d'abord en petit l'étude des machines hydrauliques.

Si l'on admet, quant à l'étude théorique des ondes, l'utilité des expériences en petit, il est assez singulier qu'on n'ait jamais pensé à s'en servir, non pour étudier d'une manière définitive des systèmes de travaux maritimes, mais pour ai-

der à se rendre compte de ce qui pourra résulter de certains effets des ondes, par exemple sur les travaux de défense des ports.

M. le commandant Cialdi a proposé, pour défendre l'embouchure de certains ports-canaux, des moyens approuvés par des ingénieurs distingués, comme le rappelle un rapport favorable à l'Académie des *Nuovi lincei* de Rome, et qui sont même actuellement en voie d'application pour le port de Pesaro. M. Cialdi a proposé une application semblable pour le grand canal de l'isthme de Suez.

Il semble donc très-intéressant de voir s'il n'y aurait pas un moyen d'étudier ce système, sans attendre l'achèvement des travaux de Pesaro, sur lesquels un mémoire de M. Cialdi a été depuis longtemps présenté à la Société philomathique.

Le but de la communication de M. de Caligny est de représenter que les principales ondes de chaque espèce peuvent être produites dans un modèle d'assez petites dimensions pour ne pas être bien coûteux; de sorte que, si l'un des gouvernements intéressés à la réussite du percement de l'isthme de Suez voulait faire, à l'occasion de l'Exposition universelle de 1867, les frais d'un modèle semblable, avec plages artificielles de sable, etc., on pourrait essayer de se rendre compte des effets résultant des vagues de diverses espèces dirigées à peu près comme celles qui résultent des effets connus des vents, que l'on redoute le plus particulièrement dans ces parages, combinés avec la disposition des lieux. M. de Caligny, avant de faire cette communication, a d'ailleurs consulté un ancien officier supérieur de la marine, dont les travaux sont bien connus et qui lui a exprimé combien le travail précité de M. Cialdi lui semble pouvoir être utile, sans offrir d'ailleurs aucun inconvénient.

IMPRIMERIE CENTRALE DES CHEMINS DE FER. — A. CHAIX ET Cᵉ, RUE BERGÈRE, 20.

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS.

Séance du 16 juin 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. Guillemin fait une communication sur l'influence réciproque des fils traversés par des courants de sens différents ou semblables par rapport à l'intensité du courant.

Séance du 23 juin 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. Laurent fait une communication relative à un appareil destiné à puiser de l'eau à de grandes profondeurs.

M. Delanoue offre un exemplaire d'un travail personnel *sur les minerais en gîtes irréguliers,* extrait des *Atti della Società Italiana di Scienze naturali*, et en donne la substance.

A la suite de cette communication, MM. Puel et de Mercey présentent des observations auxquelles M. Delanoue répond.

Sur les appareils destinés à puiser de l'eau à de grandes profondeurs, par M. Laurent.

Lorsque l'on va, par des sondages, à la recherche d'eau douce dans des terrains contenant des sources salées, ou lorsque, dans des terrains salifères proprement dits, on veut connaître le degré de saturation des eaux du fond, ou de tout autre point de la hauteur du forage, il est nécessaire, pour expérimenter exactement, d'en obtenir une certaine quantité qui ne soit pas mélangée avec celles qui l'environnent; il faut donc la remonter au sol, en vase clos, de l'endroit où elle se trouve.

Dans notre deuxième volume du *Guide du Sondeur*, nous décrivons un tuyau éprouvette qui remplit quelquefois les conditions voulues, surtout lorsque l'eau à puiser ne dépasse pas des profondeurs de 200 mètres; au delà nous avons tout lieu d'avoir des doutes sur l'inexactitude des résultats. Dans cet instrument, si bien construit qu'il soit, deux soupapes, reliées entre elles, devraient fonctionner avec une exactitude tellement grande que, sous de fortes pressions, nous avons la conviction que le joint ne peut être parfait.

Le sondage de Rochefort ayant rencontré différentes nappes jaillissantes entre 816 et 834 mètres, et ces eaux, avant leur arrivée à leur surface, ayant à traverser des eaux d'une nature différente, le problème se présente avec d'assez grandes difficultés.

Les marins possèdent différents instruments propres à prendre de l'eau à de grandes profondeurs en mer. Nous supposions que l'un de ces instruments aurait son application dans notre sondage. Jusqu'ici plusieurs essais ne nous ont pas encore donné de résultats satisfaisants. M. Courbebaise, directeur des travaux hydrauliques du port de Rochefort, en a fait disposer un qui, quoique fort ingénieux, n'a pu remplir jusqu'à présent les conditions voulues.

Un lieutenant de vaisseau, M. Fleury, nous en a soumis un autre que nous avions tout lieu de croire infaillible; néanmoins il n'a pas encore satisfait aux exigences que nous lui avons imposées, à savoir d'être rempli au jour d'une eau co-

lorée, descendu dans le forage et remonté sans avoir été ouvert, restant possesseur du liquide dont on l'avait rempli. Il faut donc, en attendant que ces instruments soient améliorés, chercher si d'autres dispositions ne présenteraient pas des chances plus favorables de réussite.

Nous devons à l'obligeance de notre président, M. Armand Moreau, un renseignement qui nous a mis sur la voie d'une solution assez bonne du problème, au moins nous le croyons.

Ce renseignement est un passage de Biot, dans les Mémoires de la Société d'Arceuil (vol. 1er, p. 273).

Voici la description que donne ce savant de l'instrument dont il s'est servi pour prendre de l'eau dans la mer à de grandes profondeurs.

On prend un vase de forme conique, muni à son orifice d'un couvercle qui se ferme de lui-même à l'aide d'un ressort qui le presse continuellement. On remplit le vase avec un cône solide de bronze débordant l'orifice et qui tient forcément le couvercle ouvert.

Sur les côtés opposés du vase sont deux lames de cuivre verticales auxquelles on attache deux cordes qui se réunissent en une seule à quelque distance et empêche l'instrument de chavirer. On descend l'instrument dans la mer et alors, en tirant une petite corde attachée à la partie inférieure, on le force à chavirer. Le cône de bronze tombe par son poids. L'eau entre et le couvercle se ferme en vertu de son ressort; on remonte l'appareil.

Cet appareil, comme tous ceux à culbutement, ne peut s'employer dans les sondages, qui le plus généralement ne présentent pas un diamètre suffisant pour l'accomplissement de cette manœuvre; mais il renferme une donnée bien précieuse, qui est celle de remplir la capacité du vase par un solide qui, en se déplaçant au moment voulu, donne la certitude de son remplacement par l'eau du milieu où il se trouve.

Les appareils que nous avons jusqu'à présent ne peuvent être descendus vides sous une pression de 80 atmosphères. Ils se remplissent donc, au départ, d'un liquide pris à la surface, liquide qui doit être expulsé, puis remplacé par celui que l'on désire; de là nécessité de deux soupapes, l'une d'introduction et l'autre d'expulsion.

Ces deux soupapes sont fatalement une cause d'insuccès;

il faut admettre, si bien rodées qu'elles puissent être sur leurs siéges, qu'elles ne ferment pas hermétiquement, et qu'enfin dans des eaux plus ou moins pures, il y a presque certitude qu'un gravier ou tout autre corps étranger viendra empêcher le joint parfait, Il y aura donc, dans le mouvement ascensionnel de l'instrument, l'établissement probable d'un courant qui changera la nature de l'eau prise au fond.

Mettant à profit l'idée ingénieuse de Biot et l'appliquant à un appareil qui présente à peu près la disposition de nos coulisses articulées, dont la première idée appartient à M. d'Olynhausen, nous formerons un instrument qui remplira, nous le croyons, les conditions voulues.

La partie inférieure d'une coulisse portera un piston plein en bronze assez semblable aux pistons des pompes alimentaires des machines à vapeur. La partie supérieure, au contraire, portera le cylindre; ces deux pièces, dans la construction, devront être légèrement conique pour permettre à l'eau de pénétrer facilement au plus léger déplacement. Un clapet est disposé de telle sorte qu'aussitôt le piston sorti de son cylindre, il vienne boucher l'orifice. L'eau, évidemment, viendra remplacer le volume du cylindre et pourra être ramené au sol.

Le clapet sera disposé de manière à fermer aussi bien que possible; mais le poids du piston et de la partie inférieure de la sonde viendra appuyer dessus et rendre ainsi la fermeture plus parfaite.

Nous avons admis ici le clapet à la partie supérieure; il est bien évident que la disposition inverse peut avoir lieu. La partie inférieure de la sonde porterait le cylindre et le piston appartiendrait à la partie supérieure. Cette dernière disposition présenterait peut-être encore plus de sécurité, le cylindre se trouvant transformé en une espèce d'éprouvette.

Dans la dernière séance de la Société géologique, M. Lartet fils a fait une très-intéressante communication sur la composition des eaux de la mer Morte; il a montré et expliqué le jeu de l'appareil qui a servi à se procurer des eaux de cette mer jusqu'à 300 mètres de profondeur. Cet instrument est celui que M. Aymé a employé pour l'exploration scientifique de l'Algérie en 1845; il est décrit au chapitre des recherches physiques sur la Méditerranée. M. Lartet, avec notre regretté

confrère M. Froment, a perfectionné cet appareil dans quelques détails qui pouvaient donner lieu à des erreurs plus ou moins grandes. C'est, comme l'appareil de Biot, un système à culbutement, et, par conséquent, pour cette cause, impossible dans les sondages de petite section. Il se divise en deux parties : une partie inférieure qui contient une éprouvette remplie de mercure, et une cuve destinée à recevoir en addition le mercure contenu dans l'éprouvette lorsque, par le mouvement de bascule, celle-ci la laissera échapper pour permettre à l'eau de prendre sa place. L'eau recueillie se trouve ainsi ramenée au sol dans une éprouvette et sur une cuve à mercure, comme on pourrait l'obtenir dans un laboratoire. Dans la descente, il faut maintenir l'éprouvette remplie de mercure l'orifice en haut. Arrivé à la profondeur voulue, il faut opérer le renversement du système. C'est là que vient jouer son rôle un petit appareil qui surmonte l'instrument et porte le crochet qui maintient l'éprouvette avec son ouverture en haut. Pour faire lâcher ce crochet, il suffit de laisser couler le long de la ligne de sonde un curseur assez pesant pour que, dans sa chute, il force le crochet à glisser et à abandonner la boucle de la corde qui retenait l'éprouvette ; celle-ci se renverse et vient prendre la position verticale, en laissant écouler le mercure qui se trouve remplacé par l'eau.

Une disposition presque analogue pour son jeu peut s'adopter aux tiges des sondes. La partie supérieure de nos sondes peut porter une cuvette remplie de mercure dans laquelle viendra plonger une éprouvette également remplie de mercure qui, elle, appartiendra à la partie inférieure des sondes. Lorsque la partie inférieure de la sonde touchera le fond, l'éprouvette sera soulevée ; elle se videra de son mercure que l'eau viendra remplacer. Au moment où on enlèvera, l'éprouvette viendra replonger dans le bain de mercure ; mais elle emprisonnera l'eau, qui reviendra ainsi au sol sans mélange possible.

Séance du 30 juin 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MOREAU.

M. Moreau fait une communication sur une formule relative à la vessie natatoire.

MM. Janssen, Foucault, Guillemin, Laurent, de Mercey, Fernet et Delanoue présentent des observations à ce sujet.

M. Janssen lit un rapport sur les travaux de M. Volpicelli, présenté pour le titre de membre correspondant.

M. Foucault donne la description d'une machine magnéto-électrique, nouvellement inventée en Angleterrre par M. Wild.

Séance du 7 juillet 1866.

PRÉSIDENCE DE M. DELANOUE.

M. Guillemin fait une communication relative au câble transatlantique. Il émet cette opinion que le câble enroulé en bobine met moins de temps à transmettre le courant que le câble étendu en ligne droite.

Des observations sont présentées par MM. Delanoue, Marès et Wolf.

Séance du 14 juillet 1866.

PRÉSIDENCE DE M. PICARD.

M. Mannheim développe la communication qu'il a faite à l'Académie des Sciences dans la séance du 25 juin.

Il montre que le théorème fondamental de cette communication

qui a pour objet de faire voir la liaison qui existe entre les normales aux courbes décrites pendant le déplacement continu d'un corps solide et la direction de l'axe de ce déplacement peut être considéré comme un cas particulier du théorème suivant : *Un corps solide se déplaçant d'une manière continue, les normales aux trajectoires des différents points qui s'appuient, à un point quelconque du déplacement, sur une droite, en rencontrent une deuxième.*

Ce théorème conduit très-simplement à la solution de cette question : conduire la tanjente à la trajectoire décrite par un point d'un corps solide qui se déplace d'une manière continue en restant tangent à cinq surfaces données.

M. Delanoue demande un congé pour faire un assez long voyage en Orient.

M. Alix fait une communication relative à un squelette de Chimpanzé qu'il désigne sous le nom de Chimpanzé de Girard.

M. Volpicelli est nommé membre correspondant.

Sur une nouvelle méthode des normales aux lignes ou surfaces décrites pendant le déplacement continu d'un corps solide, par M. Mannheim.

M. Mannheim développe la communication qu'il a faite, le 25 juin, à l'Académie des sciences; puis il ajoute :

Le théorème fondamental de cette communication a surtout pour objet de montrer la liaison qui existe entre les normales aux trajectoires des points d'un corps solide que l'on déplace d'une manière continue et la direction de l'axe de ce déplacement.

Si l'on n'a en vue que la détermination des normales aux lignes ou surfaces décrites pendant le déplacement du corps solide, il est avantageux de l'employer concurremment avec le théorème suivant, dont il n'est qu'un cas particulier :

Un corps solide se déplace d'une manière continue; les normales aux trajectoires des points de ce corps qui s'appuient à un instant quelconque du déplacement, sur une droite arbitraire, rencontrent une deuxième droite.

Ces deux droites, suivant une ancienne dénomination de M. Chasles, sont *des droites conjuguées* (1).

A proprement parler, ce théorème ne diffère que par la forme de celui-ci, qui est dû à M. Chasles :

Quand plusieurs plans passent par une même droite, leurs foyers sont sur une deuxième droite.

Il conduit à une solution très-simple du problème suivant :

Construire le plan normal à la trajectoire décrite par un point d'un corps solide assujetti, en se déplaçant, à remplir cinq conditions données.

Examinons, comme exemple, le cas où le corps doit toucher cinq surfaces données. Considérons, à un instant quelconque, les points où la surface du corps mobile touche ces surfaces. Menons en ces points les normales aux surfaces qui les contiennent. Prenons, parmi ces cinq normales, deux groupes de quatre droites; construisons les deux droites rencontrant à la fois les quatre lignes de chacun de ces groupes. On obtient ainsi deux couples de *droites conjuguées*.

Les deux droites issues d'un point quelconque du corps solide, qui s'appuient sur les droites de chacun de ces couples, déterminent en ce point le plan normal cherché.

Lorsqu'un corps solide n'est assujetti qu'à quatre conditions, ses points se déplacent sur des surfaces; à un instant quelconque, les normales à toutes ces surfaces s'appuient sur deux droits.

Appliqués à l'étude du déplacement continu d'une droite dans l'espace, ces théorèmes permettent de déterminer facilement le plan tangent à certaines surfaces réglées.

On arrive ainsi, par exemple, à déterminer le plan tangent en un point quelconque de la surface gauche engendrée par une droite tangente à une surface donnée et osculatrice à une deuxième surface.

Cette surface gauche est circonscrite aux deux surfaces

---

(1) Voir le mémoire présenté à l'Académie des sciences par M. Chasles, dans la séance du 26 juin 1843. Dans une communication faite à l'Académie le 3 juin 1861, M. Chasles désigne ces mêmes droites sous le nom d'*axes de rotations conjugués*.

directrices; comme conséquence de ce qui précède, on construit aussi la tangente à la courbe suivant laquelle elle touche l'une de ces surfaces directrices.

Sur un squelette de Chimpanzé provenant du Gabon,
par M. Alix.

Il serait fort intéressant de connaître exactement le nombre et les caractères distinctifs des diverses espèces de Chimpanzés. Mais cette question n'a pu être encore que très-peu étudiée, vu le petit nombre de sujets qui ont été soumis à l'observation. Il est donc utile de réunir autant que possible les matériaux qui peuvent servir à l'éclairer.

M. Édouard Verreaux possède en ce moment dans ses galeries le squelette d'un vieux Chimpanzé mâle, qui d'une part offre de grandes ressemblances avec la femelle que Gratiolet a décrite sous le nom de Chimpanzé d'Aubry (*Troglodytes Aubryi*) (1), mais qui en même temps s'en distingue par quelques caractères importants. Afin de rendre la comparaison plus facile, je le désignerai momentanément sous le nom de Chimpanzé de Girard, du nom de M. Girard, commissaire de la marine au Gabon, qui l'a envoyé en France, ainsi que le Chimpanzé d'Aubry; ces animaux habitent une forêt voisine de l'estuaire du Gabon.

Dans le Chimpanzé de Girard, comme dans le Chimpanzé d'Aubry, la dernière molaire d'en bas est pourvue de cinq tubercules. La forme de la tête, considérée dans son ensemble et dans ses détails, est à peu près la même, si ce n'est qu'en raison de l'âge et du sexe, il existe une crête lambdoïde bien distincte et une crête sagittale assez marquée. C'est d'ailleurs le même prognathisme et la même largeur

---

(1) Gratiolet et Alix. *Recherches sur l'anatomie du* Troglodytes Aubryi, dans *Nouv. arch. du Muséum*, t. II, 1866.

de la face. Chez tous les deux, le diastema, c'est-à-dire l'espace qui sépare, à la mâchoire supérieure, la canine de l'incisive latérale, a moins d'étendue que chez le *Troglodytes niger*. De même aussi les arcades zygomatiques sont moins arquées que chez ce dernier. La forme de l'omoplate est exactement la même; les pubis dessinent une courbe régulière, et le détroit supérieur du bassin est ovale. Par l'ensemble du tronc et des membres, la forme générale est la même, ainsi que les proportions. D'après cela, on serait immédiatement entraîné à penser que ces deux individus appartiennent à la même espèce, si l'on ne trouvait pas les différences suivantes :

Chimpanzé d'Aubry. — Apophyse épineuse de l'axis trilobée ; apophyse épineuse de la troisième cervicale très-courte ; quatorze côtes, quatorze vertèbres dorsales, trois vertèbres lombaires.

Chimpanzé de Girard. — Apophyse épineuse de l'axis unilobée ; apophyse épineuse de la troisième cervicale assez longue ; treize côtes et treize vertèbres dorsales ; quatre vertèbres lombaires.

Il suit de là que, si ces deux Chimpanzés appartenaient à la même espèce, il ne faudrait attacher aucune importance caractéristique, ni à la forme de l'apophyse épineuse de l'axis, ni au nombre des côtes, ni au nombre des vertèbres lombaires.

Si, d'un autre côté, on était amené, ce dont je doute beaucoup, par suite d'études très-complètes faites non-seulement sur des cadavres entiers, mais sur des animaux vivants, à confondre cette espèce avec le *Troglodytes niger* et avec le *Troglodytes tschego* de Duvernoy, il s'ensuivrait que la présence d'un cinquième tubercule à la dernière molaire d'en bas n'aurait pas d'importance caractéristique, et que de simples variétés individuelles suffiraient pour que cette molaire présentât tantôt cinq tubercules et tantôt quatre seulement. Une telle question ne peut être résolue que par un grand nombre d'observations ; aussi ne saurait-on avoir trop de reconnaissance pour les hommes dévoués à la science qui, à l'exemple de M. Girard, ne cessent de recueillir les documents les plus utiles et les plus intéressants.

En attendant ces études réservées à l'avenir, je dirai pour-

tant que, sur une tête de Chimpanzé mâle adulte que possède M. Édouard Verreaux, la dernière molaire d'en bas du côté droit présente nettement cinq tubercules, tandis que celle du côté gauche n'en offre que trois. Grâce à la complaisance de M. le docteur Emmanuel Rousseau, conservateur de la galerie d'anatomie du Muséum d'histoire naturelle, j'ai pu de nouveau examiner scrupuleusement la tête de Chimpanzé que Blainville a décrite et figurée dans son *Ostéographie* : à gauche, la dernière molaire d'en bas n'offre absolument que quatre tubercules; à droite, on peut découvrir, à force d'attention, le vestige à peine apparent d'une cinquième saillie. Je me borne à indiquer ces faits, pensant qu'il serait prématuré d'en tirer des conséquences.

Voici d'autres particularités, dont quelques-unes, probablement individuelles, offertes par le Chimpanzé de Girard.

L'appendice xyphoïde est en partie ossifié, mais sans pourtant revêtir la forme de l'os xyphoïde, que l'on trouve chez d'autres Singes, tels que les Macaques et les Papions. Le corps de l'avant-dernière lombaire est en partie soudé à celui de la dernière; cette soudure occupe les deux tiers de la surface; l'autre tiers est rempli par ce qui reste du disque inter-vertébral; aucun fait ne saurait mieux démontrer le peu de mobilité de cete région.

Le sacrum semble au premier abord composé de 6 vertèbres : la première vertèbre caudale étant complétement soudée à la dernière sacrée, tandis que les trois autres caudales sont mobiles; la présence d'une gouttière au lieu d'un canal fermé à la face dorsale de cette première caudale démontre d'ailleurs sa véritable nature.

Il y a derrière chaque ischion une petite épine sciatique fort courte et assez aiguë; cette saillie pourrait ne pas être appréciable sur un sujet plus jeune. Le trou sous-pubien semble tendre à se fermer par une ossification graduelle de la membrane obturatrice; par suite du progrès de cette ossification, il se trouve divisé par un étranglement en une partie supérieure plus petite, presque circulaire, donnant passage au nerf et aux vaisseaux obturateurs, et une partie inférieure ovalaire beaucoup plus grande. Ce degré avancé de l'ossification se manifeste encore dans les membres par la présence de tous les sésamoïdes normaux et en parti-

culier du trapèze hors de rang (sésamoïde de l'abducteur du pouce.

La dernière vertèbre lombaire, qui est cachée presque tout entière entre les os iliaques, présente deux apophyses transverses courtes et massives. Les apophyses transverses des autres lombaires sont grêles, aplaties, aiguës et longues. Cette longueur est surtout remarquable pour les apophyses transverses de la première lombaire qui prennent une apparence costiforme.

Le sacrum, articulé avec l'iléon par trois de ses vertèbres composantes, est assez large dans cette partie inter-iliaque ; l'angle sacro-vertébral n'est que médiocrement dessiné, et la ligne du détroit supérieur correspond nettement à l'articulation des deux premières vertèbres sacrées.

Quelques mesures donneront une idée générale des dimensions de ce squelette.

La longueur de l'omoplate, prise de son angle inférieur à la base de l'apophyse coracoïde, est de $0^m,165$. Le corps de l'apophyse coracoïde a en outre $0^m,03$ de haut, ce qui ferait $0^m,195$ pour la longueur totale de l'omoplate. La saillie, considérable, de l'acromion n'a pas moins de $0^m,06$. La longueur de la clavicule est de $0^m,135$.

La longueur totale de l'humérus est de $0^m,83$. Le cubitus, mesuré du sommet de l'olécrâne à l'extrémité de l'apophyse styloïde, a $0^m,335$, sur lesquels $0^m,03$ pour la masse olécrânienne, et $0^m,01$ pour l'apophyse styloïde.

La longueur du carpe mesuré sur sa face dorsale est de $0^m,035$, et sa largeur de $0^m,045$. La longueur totale de la main peut être appréciée par celle des éléments du doigt médius. Le métacarpien a $0^m,085$; la première phalange $0^m,065$; la deuxième $0^m,04$, et la terminale un peu plus de $0^m,02$. En somme, un peu plus de $0^m,21$. Le pouce atteint juste la hauteur de la tête du deuxième métacarpien.

La hauteur de l'iléon est de $0^m,20$, sa plus grande largeur de $0^m,10$. La cavité cotyloïde a $0^m,04$ de haut, et l'ischion $0^m,06$. La hauteur totale du bassin est donc de $0^m,30$. La hauteur de la symphyse pubienne est de $0^m,07$.

Les diamètres du détroit supérieur du bassin sont les suivants : le diamètre antéro-postérieur, mesuré de l'angle sacro-vertébral à la symphyse pubienne, serait de $0^m,165$;

mais si on le mesure à partir de la base de la première vertèbre sacrée qui correspond réellement au détroit supérieur, on n'a que $0^m,145$. Le diamètre transverse, pris au niveau de l'épine iliaque antérieure et inférieure, est de $0^m,11$. Les diamètres obliques ont $0^m,15$. Les éminences iléo-pectinées sont séparées par un espace de $0^m,09$, et la flèche abaissée de la symphyse pubienne sur une ligne passant par ces éminences (1), a $0^m,035$. Latéralement, de la symphyse sacro-iliaque à l'éminence iléo-pectinée, il y a $0^m,10$.

Le fémur a $0^m,34$ de long. Courbé suivant sa longueur, très-massif, il montre l'indice d'un troisième trochanter. La hauteur de la rotule n'atteint pas tout à fait $0^m,03$. La longueur du tibia est de $0^m,28$. Le péroné n'a que $0^m,26$ quoique dépassant le tibia inférieurement. La gracilité du corps de cet os contraste avec le volume et l'aspect massif de ses deux extrémités.

La longueur totale du pied est d'environ $0^m,24$, dont un peu plus de $0^m,08$ pour le tarse. La longueur du tarse est donc à peu près le tiers de la longueur totale du pied. Le pouce atteint la base de la deuxième phalange du second doigt.

La longueur du crâne est de $0^m,23$. La longueur totale de la colonne vertébrale est d'environ $0^m,63$, dont $0^m,10$ pour la région cervicale, $0^m,26$ pour la région dorsale, $0^m,12$ pour la région lombaire, et $0^m,15$ pour la région sacro-coccygienne. En prenant le tiers de la longueur totale de la colonne vertébrale, on a ce que Gustave Carus nomme le module. Ce module est donc ici de $0^m,33$. Il est facile de calculer le rapport qui existe entre cette mesure et les différentes longueurs que nous venons d'énumérer.

---

(1) V. Bullet. de la Soc. d'anthrop. T. VI, 1865, p. 48.

Séance du 21 juillet 1866.

PRÉSIDENCE DE M. MANNHEIM.

M. Marès fait une communication sur les faits qu'il a vus en Algérie relativement à l'invasion des Sauterelles.

M. Gaudry entre dans quelques détails sur les Sauterelles qu'il a observées dans l'ile de Chypre.

Séance du 28 juillet 1866.

PRÉSIDENCE DE M. DELANOUE.

M. de Mercey fait une communication sur les divisions de la formation cristalline sur la bande occidentale des Maures.

M. Gaudry fait une communication sur l'ordre de superposition des marbres de l'Attique.

M. Delanoue et de Mercey présentent quelques observations à ce sujet.

Sur la division de la formation cristalline sur la bande occidentale des Maures, par M. de Mercey.

Les roches cristallines stratifiées et les roches cristallines non stratifiées du massif des Maures ont été figurées en bloc, et par une seule teinte sur la carte géologique de la France, à cause, dit l'explication, de la difficulté de représenter les contours compliqués de leurs diverses masses, dont quelques-

unes sont très-peu étendues. Il en est de même sur la carte de M. Coquand qui ne donne que le détail des épanchements de roches éruptives, autres que le granite, disséminés dans le massif. Dans un travail plus récent, M. de Villeneuve a indiqué approximativement la limite du noyau granitique, et, dans le massif cristallin proprement dit, il a essayé de tracer une ligne de démarcation, mais en la plaçant à la limte d'un premier groupe composé des *gneiss* et des *micaschistes*, et d'un second groupe comprenant ce que l'auteur appelle les *terrains de transition modifiés*, il a été obligé de reconnaître que cette ligne ne pouvait être tracée qu'avec beaucoup d'incertitude (1). Aussi, dans la carte du canton d'Hyères, M. Falsan n'a-t-il pas figuré cette limite, tout en ne méconnaissant nullement, dans sa description, les caractères différents présentés par les diverses portions de la masse puissante de schistes cristallins qui entrait dans son cadre.

Dans l'état actuel des choses, la structure de cette petite région si remarquable des Maures n'est donc pas exprimée. Une bonne carte topographique aiderait beaucoup pour y arriver. Mais en attendant la publication de la carte de la guerre, la carte de la marine permet déjà d'obtenir un résultat. J'ai pu, avec son aide, étudier la région comprise entre Bormes et Hyères, afin de me rendre compte de la disposition des masses qui sont toutes représentées dans cet espace et des divisions réelles qu'elles comportent. C'est en partant de cette base, et en interprétant les indications fournies par les auteurs qui ont étudié les Maures, que je vais tenter une généralisation s'appliquant à l'ensemble du massif.

On sait qu'en laissant de côté l'Esterel, qui n'est que la portion la plus orientale de ce massif cristallin détachée par des fractures considérables, dans l'intervalle desquelles sont intercalées des roches spéciales, on peut considérer le massif des Maures proprement dit comme une bande cristalline littorale, sensiblement orientée du N.-E. au S.-O., sur une longueur d'environ 20 lieues, et une largeur d'environ

---

(1) Page 57.

5 lieues, mais qui va en diminuant beaucoup vers son extrémité occidentale.

C'est dans le voisinage des fractures qui ont amené la séparation de l'Esterel qu'apparaissent les masses de roches éruptives ayant quelque importance. Le granite constitue entre la forêt du Muy et le Plan de la Tour un noyau allongé du N. au S. et d'où rayonnent les ruisseaux qui aboutissent à l'Argens et au ruisseau de Sainte-Maxime ; ce noyau paraît entièrement enveloppé par le gneiss formant une bande qui s'allonge vers le S.-O., et qu'environne à son tour presque complétement le schiste micacé. C'est cette bande de gneiss qui constitue le trait essentiel, et je vais essayer d'établir qu'en en limitant avec précision les contours, on pourra arriver à exprimer la structure du massif. Le schiste micacé qui environne le gneiss, tout en pénétrant dans les sinuosités et en ayant pu être respecté dans quelques points de la région centrale par les dénudations, ne se confond pas avec lui. Il constitue une formation entièrement distincte et qui se prolonge jusqu'à la limite extérieure du massif, en comprenant les quartzites intercalés et les schistes phylladiens. Si l'on suit le contour de cette bande de gneiss, dont je n'ai pu relever les sinuosités de détail qu'aux environs de Bormes, on pourra s'assurer de la réalité de cette distinction indiquée, indépendamment du caractère minéralogique, par des différences dans les directions des roches, et par la topographie qui permet souvent de présumer d'avance cette limite et toujours de la contrôler.

Le gneiss qui circonscrit le noyau granitique paraît, entre le Muy et le Plan de la Tour, s'étendre au N. jusqu'au voisinage des grès rouges qui bordent le massif ; mais à l'O., entre le Plan de la Tour et la Garde-Frainet, il est entouré par une bande de schiste micacé qui le limite alors d'une façon continue et suivant une ligne qui peut être définie comme ne laissant en dehors de son tracé que quelques branches des ruisseaux de Cogolin et la Madelaine et circonscrivant tout le reste du petit bassin hydrographique de la Molle, ou, si l'on veut, du golfe de Grimaud. Sa direction sur ce parcours est sensiblement N.-E. à S.-O.; mais arrivée vers Berte, entre les ruisseaux de la Molle, du Pellegrin et du Bataillier, cette ligne s'infléchit brusquement au S., traverse la route impé-

riale de Toulon à Saint-Tropez un peu à l'O. de sa bifurcation vers Bormes, continue à tourner en passant à l'E. et en laissant en dehors tous les affluents de l'Argentière et du Pellegrin, et en englobant au contraire les ruisseaux qui se rendent dans le Bataillier jusqu'à Beau-Regard, suit ensuite le Bataillier jusqu'à son embouchure, pour venir aboutir au Lavandou au-dessous de Bormes. Le gneiss ne fait en quelque sorte qu'effleurer en ce point la rade de Bormes, car il s'en écarte aussitôt. Le schiste micacé, après avoir formé un lambeau au-dessous de Bormes, sur le bord d'un pli du gneiss, au fond duquel coule le torrent du Baguier, reparaît à l'E. de Saint-Clair et constitue la côte jusqu'à la rade de Cavalaire, en s'appuyant sur la chaîne de gneiss dont les crêtes sauvages et dénudées se reconnaissent de loin en mer, et dominent aussi la rive droite de la vallée de la Molle, en faisant face aux crêtes analogues qui, sur l'autre rive, séparent les Campaux de Collobrières. Après avoir décrit un arc assez étendu autour de la rade de Cavalaire, la ligne qui limite le gneiss paraît continuer de rester à distance de la côte découpée dans le schiste micacé, entre la Tour de Camarat et Saint-Tropez, dont la citadelle est assise sur le gneiss. Cette roche forme ensuite le rivage depuis le fond du golfe de Grimaud, jusqu'entre Sainte-Maxime et le cap Lisandre. Au delà, la bande de schiste micacé, coupée par le golfe de Grimaud, reparaît, en formant la côte jusqu'à l'embouchure de l'Argens. Cette bande s'atténue beaucoup en tournant vers Roquebrune, et en rejoignant, vers le Muy, le point de départ de ce circuit, le gneiss semble seul envelopper le granite d'un ruban très-mince.

On voit que le gneiss des Maures se dessine sous la forme d'une bande allongée du N.-E. au S.-O., percée à son extrémité orientale par le granite et perçant elle-même la masse schisteuse cristalline qui constitue le pourtour du massif. La longueur de cette bande de gneiss, depuis le Plan de la Tour jusqu'à l'O. de Bormes, est d'environ 7 lieues et sa largeur de 2 lieues en moyenne. Sa direction est remarquable; elle oscille du N.E.-S.O. au N.N.E.-S.S.O., et vient ainsi, aussi bien que la forme du tracé, dévoiler la structure du massif tout entier, dont le reste, composé par la masse schisteuse puissante qui commence avec les schistes micacés,

se présente, pour ainsi dire, comme modelé sur les contours du gneiss. Il resterait à savoir si cette masse de gneiss affecte, au moins dans son ensemble, un double pendage autour de cette direction, évidemment due à l'influence soulevante des matières éruptives depuis le granite dont, même en dehors du noyau du Plan de la Tour, on observe de nombreux filons, jusqu'aux serpentines et aux mélaphyres ou basaltes, qui, dans le prolongement de l'axe principal de relèvement, criblent surtout les alentours de Cogolin et de la Molle.

Le schiste micacé qui environne le gneiss d'une ceinture presque continue n'est que la première zone de cette épaisse masse schisteuse, zone plus cristalline, il est vrai, que celles plus extérieures, mais que rien ne paraît, jusqu'à présent, permettre d'en séparer. S'il existe, entre cette zone micacée et cristalline et la zone plus terreuse à laquelle appartiennent les schistes phylladiens de Pierrefeu, d'Hyères et de Toulon, une bande assez constante de quartzites, rien ne semble autoriser à y trouver une limite, pas plus que dans un grand nombre d'autres bandes analogues plus ou moins continues, intercalées soit dans les schistes micacés, soit dans les schistes phylladiens. Le caractère minéralogique ne peut donc être considéré que comme tout à fait relatif, et il suffit d'exprimer par les termes de *schiste micacé* et de *schiste phylladien* l'état de ces dépôts argileux modifiés plus ou moins énergiquement, et encore rencontre-t-on souvent dans le voisinage du gneiss des schistes tout à fait phylladiens, de même que l'on observe vers la limite opposée des schistes ne différant en rien des schistes micacés de la première zone. Mais la distinction est, au contraire, toujours possible, minéralogiquement, entre ces roches schisteuses et le gneiss ; car, lors même que les proportions de mica ou de talc, ainsi que de quartz, et leur aspect se rapprochent le plus, le feldspath n'existe jamais à l'état d'élément constitutif de la roche que dans le gneiss. Quant aux minéraux disséminés, grenat, staurotide, disthène, etc., quoique certains d'entre eux, tels que le grenat et le disthène soient communs au gneiss et au schiste micacé, leur gisement le plus fréquent est dans la zone de schiste micacé qui s'appuie sur le pourtour du gneiss et qui, largement développée entre la Garde-Frainet et Collobrières, offre tant d'attraits au naturaliste qui parcourt les Maures.

En contournant l'extrémité occidentale de la bande de gneiss à l'O. de Bormes, je signalerai un seul point entre tous ceux que j'ai observés et où, en recueillant ces cristaux, on pourra aussi s'assurer facilement de la limitation rigoureuse qu'il est permis d'établir entre le gneiss et le schiste micacé. Ce point est à environ 700 mètres avant la bifurcation de la route impériale de Toulon à Saint-Tropez vers Bormes, et à 400 mètres au S. de la route, sur un petit col, entre les eaux du Pellegrin et du Bataillier, et ouvert, du N.-O. au S.-E., entre deux collines, dont celle du N.-E. est formée par les dernières masses du gneiss dirigé N.-N.-E. à S.-S.-O. et plongeant très-fortement vers l'E.-E.-S., tandis que la colline située au S.-O. du col est dans le schiste micacé avec cristaux de staurotide, grenat, et dirigé exactement en sens inverse du gneiss, c'est-à-dire N.-N.-O. à S.-S.-E., et plongeant aussi en sens inverse vers l'O.-O.-S.; la ligne de contact passe donc précisément par le col, et elle paraît en général suivre une série de dépressions dont beaucoup sont constituées par des cols et quelques-unes par des vallons. Revenant à la zone cristalline, je rappellerai qu'elle est formée plus à l'E. par cette bande de schiste micacé appuyée sur le gneiss, que l'on peut suivre tout le long de la côte depuis l'E. du Lavandou jusqu'à la rade de Cavalaire, où, dans le voisinage d'un épanchement de serpentine, on renrencontre le fer chromé qui a rendu célèbre le gisement des Quarrades. J'ai déjà indiqué le tracé de cette bande, au-delà par Camarat, Saint-Tropez et Saint-Aigoût. L'île du Levant s'y rattache et est remarquable par la beauté des cristaux qui rappellent ceux du Saint-Gothard et qui sont répandus dans le schiste micacé qui compose la presque totalité de l'île à l'extrémité E. de laquelle pointe le gneiss sous le phare du Titan. Un autre pointement de la même roche existe sur le bord S. au Grand Cap, ou un dike de mélaphire est aussi l'indice d'un soulèvement auquel paraît correspondre, sur la côte opposée, l'arête qui traverse la presqu'île de Bénat depuis le S. de la route impériale jusqu'au cap et suivant l'axe de laquelle apparaissent quatre pointements de gneiss à travers le schiste micacé, mais qui, tout isolés qu'ils sont de la grande masse de gneiss, n'en sont pas assez éloignés pour être considérés comme de véritables poin-

tements éruptifs. Ils annonçent seulement l'action de roches soulevantes plus profondes.

Le gneiss paraît, du reste, présenter toujours dans les Maures, les caractères d'une roche stratifiée, même dans les points où la modification a été la plus intense et où le granite y pousse des filons, ou bien le traverse. Il est probable qu'il existe, en d'autres points, sur la bordure du schiste micacé, des pointements analogues. Ceux dont je viens de parler se montrent alignés, à peu près, suivant la direction de l'arête de la presqu'île de Bénat, du N.-O. au S.-E., qui est en même temps celle de la masse du schiste micacé qui la constitue. L'apparition du pointement le plus au S. entre le château de Brégançon et le Niel a déterminé la formation d'un col et d'une dislocation dans l'arête venant du Trapan, sur la sommité duquel se trouve le pointement voisin (1), arête qui, après avoir formé la colline des Fourches, vient aboutir au cap Bénat. Quelques roches amphiboliques apparaissent sur le versant E., au-dessous du sémaphore et sont dans le prolongement des pointements précédents. Beaucoup plus répandue dans les Maures que la serpentine, l'amphibolite est loin de présenter aussi bien, dans toutes les circonstances, l'allure d'une roche franchement éruptive; souvent elle est véritablement stratifiée et intercalée dans les schistes cristallins. Cependant les directions suivant lesquelles on l'observe paraissent presque toujours liées à des lignes de fracture, dans le voisinage immédiat desquelles la roche est généralement sans stratification.

Ainsi les trois pointements d'amphibolite qui se montrent sur la crête de Maurettes, entre Hyères et le Fenouillet sont alignés à peu près de l'O. à l'E., comme les masses de quartz du chateau et du Fenouillet, tandis qu'aux environs de Collobrières, les gisements amphiboliques avec sidérocriste, calcaire, cipolin, etc., paraissent former une bande dirigée du N.-E. au S.-O., à laquelle M. Coquand rattache même le calcaire intercalé dans le schiste phylla-

---

(1) Les deux autres pointements sont, l'un au S. de la maison des Tuiliers, et l'autre un peu au S. de la route impériale, vers la limite entre Bormes et Hyères.

dien de l'O. de la presqu'île de Giens. Mais ces lignes de fractures des schistes cristallins paraissent être fort complexes; ainsi, les filons de quartz qui les criblent et qui se distinguent des quartzites intercalés en ce qu'ils les coupent aussi bien que les schistes, paraissent affecter des directions fort variables. Cependant, il en est une qui paraît dominer, c'est celle de l'O. à l'E. ou plutôt de l'O. quelques degrés N. On peut suivre, dans le gneiss, depuis l'E. de la Garde-Frainet jusqu'à Sainte-Maxime, un filon de cette sorte connu dans le pays sous le nom de *roucas blanc;* il en existe un semblable à l'O. de la ville de Bormes et très-apparent de loin. Cette direction est aussi celle des masses de quartz qui traversent les schistes phylladiens des Maurettes depuis le château d'Hyères jusqu'au Fenouillet. C'est dans le voisinage de filons analogues qu'ont été recueillies quelques substances métalliques.

Cette variété dans la direction des fractures est en rapport avec celle de matières éruptives qui se sont fait jour dans les Maures à des époques très diverses. Un premier ridement qui, à une époque géologique très-ancienne, a affecté les dépôts stratifiés d'une grande partie de l'Europe, que M. Élie de Beaumont a signalé dans les Vosges et qu'il a appelé système du Westmoreland et du Hunds-Druk, a donné aux Maures leur forme générale ; il est surtout accusé par la direction N.-E. à S.-O. qui domine dans la grande masse de gneiss; les schistes micacés et phylladiens écartés de part et d'autre de cette grande bande paraissent, par leur direction, tourner autour d'elle. Dirigés du N.-E. au S.-O. vers Collobrières, ils passent au N. à la hauteur d'Hyères pour se diriger ensuite du N.-O. au S.-E. dans le massif de Bénat. Cependant, quoique leur ensemble paraisse ainsi contourner la bande de gneiss, le mouvement précité du N.-E. au S.-O. paraît leur avoir aussi imprimé son empreinte, en y déterminant une série de rides, dont les deux principales sont encore aujourd'hui accusées par les vallées de Collobrières et d'Hyères, dépressions où se sont accumulés les sédiments houillers et les dépôts qui les ont suivis jusqu'à ceux des mers jurassiques qui, largement ouvertes au N., venaient s'arrêter sur la bordure occidentale des Maures en y formant quelques golfes, dont le plus avancé pénétrait jusqu'entre Hyères et Giens, entre deux bandes

cristallines dont les prolongements vers l'E. forment encore aujourd'hui, le premier, la côte jusqu'à Saint-Tropez, le second, la rangée des îles d'Hyères.

De nombreuses dislocations successives ont affecté non-seulement les terrains postérieurs, mais aussi la formation cristalline. Ainsi, à l'E. de Toulon, entre le fort Sainte-Marguerite et la Garonne, on peut observer une série de failles, par suite desquelles les schistes phylladiens viennent buter contre le grès rouge et même contre le muschelkalk en donnant lieu à des dénivellations qui atteignent 300 mètres; aussi ne peut-on actuellement estimer qu'approximativement l'épaisseur de la formation cristalline composée, comme je viens de l'indiquer, par le gneiss et les schistes micacés et phylladiens avec bandes de quartzite intercalées. M. de Villeneuve a donné le chiffre minimum de 9100 mètres et qui, en effet, semble beaucoup trop faible. Mais il suffit pour indiquer la longueur des périodes correspondantes d'abord à la formation de ces assises puissantes, et ensuite aux modifications qu'elles avaient déjà entièrement subies avant de servir de rivages aux mers paléozoïques.

Séance du 4 août 1866.

PRÉSIDENCE DE M. DELANOUE.

M. de Mercey fait une communication sur les causes du creusement des vallées.

M. Janssen fait une communication sur l'origine aqueuse des raies telluriques du spectre solaire.

M. Foucault présente quelques observations à ce sujet.

Sur l'origine aqueuse des raies telluriques du spectre solaire,
par M. Janssen.

L'étude très-suivie du spectre solaire m'avait fait attribuer, il y a déjà deux ans, à l'action de la vapeur d'eau dissoute de notre atmosphère une part très-importante, sinon totale, dans la production des raies telluriques du spectre solaire.

Des comparaisons longuement suivies sur la lumière solaire pendant diverses saisons de l'année montraient très-nettement que, pour les mêmes hauteurs du Soleil, certaines raies du spectre étaient d'autant plus accusées que le point de rosée était plus élevé.

Les études que j'ai faites sur le Faulhorn confirmèrent encore ces indications; j'ai pu voir, par des jours de sécheresse extrême, les lignes en question s'évanouir presque complétement du spectre.

Aussi, dans l'expérience que j'ai faite sur le lac de Genève, en octobre 1864, expérience qui avait pour objet de démontrer directement l'action d'absorption élective de notre atmosphère sur la lumière artificielle, ai-je été déterminé à choisir le lac comme base d'expérience par cette considération que le faisceau lumineux en rasant la surface de l'eau, devait traverser des couches d'air nécessairement plus humides, ce qui ajoutait aux chances de succès. On se rappelle sans doute que l'événement confirma cette prévision : le spectre de la flamme d'un bûcher de sapin qui, à petite distance était bien continu (sauf la raie brillante du sodium), présentait à 21 kilomètres les bandes atmosphériques bien accusées du spectre solaire.

L'ensemble de ces résultats laissait bien peu de doute sur l'action de la vapeur d'eau comme cause du phénomène; cependant il était nécessaire, en raison même de l'importance du résultat, de soumettre ce point de théorie à une vérification directe, en étudiant les modifications qu'un faisceau lumineux de composition bien connue éprouverait par le fait de son passage dans un tube de longueur suffisante ne contenant que de la vapeur d'eau.

Malheureusement, cette expérience présentait d'assez grandes difficultés pratiques. Notre atmosphère contient une telle quantité de vapeur aqueuse, que pour réaliser artificiellement les effets qu'elle produit sur la lumière solaire, on était conduit à l'emploi d'appareils de dimensions exagérées et difficilement réalisables.

Un premier essai eut lieu à l'atelier central des phares (1). M. Allard, ingénieur en chef de cet établissement, voulut bien me prêter son concours; mais le tube de 10 mètres que nous montâmes à cet effet n'avait pas assez de longueur pour manifester suffisamment le phénomène.

Enfin, j'ai pu réaliser des conditions plus favorables. Un de mes amis, M. Goschler, directeur des études à l'École centrale d'architecture, me mit en rapport avec M. le directeur de la Compagnie parisienne du gaz et M. Arson, ingénieur en chef. Ces messieurs mirent à ma disposition, avec une obligeance dont je les remercie extrêmement, les grandes ressources de ce vaste établissement.

Un tube de 37 mètres a été monté; il est placé dans une caisse en bois de même longueur contenant de la sciure de bois, disposition qui empêche toute perte sensible de chaleur. La vapeur est fournie par une locomobile de la force de 6 chevaux, et la lumière par une rampe de seize becs de gaz disposés suivant l'axe du tube. Cette lumière qui, comme on sait, donne un spectre bien continu, permet d'apercevoir la production des plus faibles bandes obscures.

Les expériences se poursuivent en ce moment, et je viens seulement communiquer à l'Académie les premiers résultats. Ces résultats confirment de la manière la plus complète ce que l'étude du spectre solaire m'avait déjà indiqué.

Dans une expérience (3 août 1866) où le tube, bien purgé d'air, était plein de vapeur à la pression de 7 atmosphères, le spectre se présenta avec 5 bandes obscures, dont 2 bien marquées réparties de D à A (Fraunhofer) et rappelant le spectre solaire vu dans le même instrument vers le coucher du soleil.

D'après les premières comparaisons faites entre le spectre

---

(1) Comptes rendus, 30 janvier 1865.

de la vapeur d'eau et celui de la lumière solaire, le groupe *a* de Fraunhofer; B (en grande partie du moins); le groupe C; deux groupes en C et D, sont dus à l'action de la vapeur aqueuse de l'atmosphère; or, ces groupes forment la presque totalité des raies du spectre solaire du rouge au jaune.

Cette expérience a donné en outre un résultat bien intéressant. Le spectre de la lumière transmise s'est montré très-sombre dans la partie la plus réfrangible, tandis qu'il était brillant dans les régions du rouge et du jaune. Ainsi, bien que la vapeur d'eau absorbe énergiquement certains rayons rouges et jaunes, en somme, elle est très-transparente pour la plupart de ces rayons, tandis qu'elle agit d'une manière générale sur les radiations les plus réfrangibles. Il en résulte qne la vapeur d'eau est un gaz de couleur orangé-rouge par transmission, et d'autant plus rouge qu'il agit sur une plus grande épaisseur.

Si l'on réfléchit à l'énorme épaisseur de vapeur aqueuse que les rayons du soleil à l'horizon ont à traverser, on ne pourra se refuser à admettre que la couleur rouge observée au lever et au coucher de cet astre ne soit due à l'action de la vapeur d'eau.

Les conséquences de cette découverte du spectre de la vapeur d'eau n'échapperont sans doute à personne. Nous sommes enfin fixés sur l'origine de cette portion si considérable du spectre solaire que l'illustre M. Brewster découvrit sous forme de bandes visibles seulement quand le Soleil était à l'horizon; bandes que j'ai reconnues après lui être résolubles en raies fixes toujours présentes dans le spectre. La connaissance de cette propriété de la vapeur aqueuse permettra aussi d'étudier au point de vue de l'humidité les couches les plus élevées de notre atmosphère, couches inaccessibles aux méthodes ordinaires de mesure. Mais c'est surtout en astronomie que les résultats seront intéressants à développer. En me fondant sur la connaissance précise de ce spectre de la vapeur d'eau, je compte être bientôt en mesure de prononcer sur la présence de cet élément capital de la vie organique dans les atmosphères des planètes et d'autres astres Dès aujourd'hui, je puis annoncer que cette vapeur ne fait pas partie de l'atmosphère solaire.

Séance du 11 août 1866.

PRÉSIDENCE DE M. DE LA GOURNERIE.

M. Serret présente plusieurs théorèmes généraux relatifs aux courbes et surfaces algébriques.

M. Catalan annonce l'envoi d'un exemplaire de la deuxième édition de ses *Éléments de Géométrie*, et d'un mémoire sur les surfaces gauches.

Théorèmes relatifs aux courbes et surfaces algébriques, par M. Paul Serret.

1. Le nombre des *éléments* de même espèce — points, tangentes ou plans tangents — qui déterminent une courbe (une surface) algébrique de l'ordre m, ou de la m^{ieme} classe, étant désigné par μ; trouver une propriété de $\mu + 1$ éléments de cette courbe (ou de cette surface).

Les deux théorèmes suivants, jusqu'ici inaperçus, répondent à cette question.

Théorème I. Les m^{iemes} puissances des distances de $\mu + 1$ points d'une courbe (d'une surface) algébrique de l'ordre m, à une droite menée arbitrairement dans le plan de la courbe (à un plan indéterminé) sont liées par une relation *linéaire* et *homogène :*

$$\text{(I)} \qquad \Sigma_1^{\mu+1} \lambda_1 \, p_1^m = 0;$$

le signe $=$ désignant une identité. *Réciproquement*, etc.

Théorème II. Les m^{iemes} puissances des distances de $\mu + 1$ tangentes, ou plans tangents, d'une courbe ou d'une surface de la m^{ieme} classe à un point indéterminé du plan de la

courbe, ou de l'espace, sont liées par une relation linéaire et homogène :

$$\text{(II)} \qquad \Sigma_1^{\mu+1} \lambda_1 P_1^m = 0.$$

Réciproquement, etc.

Des recherches antérieures sur le plan des centres des ellipsoïdes tangents à sept plans donnés, m'ayant amené aux identités spéciales concernant six tangentes d'une conique, ou dix plans tangents d'un ellipsoïde ; les identités générales (I) (II) se trouvaient naturellement indiquées, et il ne restait plus qu'à les vérifier. C'est ce que l'on peut faire, d'une manière très-simple, à l'aide des propriétés les plus élémentaires des déterminants : ces identités apparaissant alors comme une transformation presque immédiate de la définition analytique ordinaire de toutes les lignes et surfaces algébriques. D'ailleurs, et bien que très-aisée, cette transformation peut n'être point inutile. Et si l'on devait juger du rôle de ces identités dans l'étude des lieux géométriques d'ordre supérieur, d'après tout ce qu'elles donnent, comme d'elles-mêmes, pour les lieux *plans* ou *solides* du second ordre, on serait conduit à leur attribuer une importance qui, peut-être, ne se vérifierait pas, mais qui ne paraîtrait point en désaccord avec leur simplicité.

2. Les cas singuliers des deux théorèmes précédents sont très-nombreux, et se traduisent par autant de théorèmes distincts. Ils résultent, d'ailleurs, de l'hypothèse où l'une des identités générales $\Sigma \lambda p^m = 0$, $\Sigma \lambda P^m = 0$ serait vérifiée par un nombre d'*éléments* inférieurs d'une ou de plusieurs unités au nombre normal $\mu + 1$.

On trouve ainsi, mais sans aucun calcul, la belle proposition (Lamé-Hesse) relative au huitième point commun à toutes les surfaces du second ordre qui passent par sept points donnés, ainsi que certaines propriétés nouvelles des courbes gauches du quatrième ordre, mais dont je ne dis rien aujourd'hui, me proposant d'y revenir, et ayant à donner quelques exemples du rôle que peuvent jouer les identités normales (I) et (II) dans la théorie des surfaces du second ordre.

3. Le *théorème de Pappus* peut s'exprimer analytiquement

par un déterminant du second degré égalé à zéro : les éléments de la première ou de la seconde rangée étant les produits des distances, d'un premier point x, ou d'un second point y d'une conique aux côtés opposés d'un quadrangle inscrit :

Le théorème analogue, dans la géométrie de l'espace, s'exprime de même par un déterminant du quatrième degré égalé à zéro : et les éléments de chacune des quatre rangées sont les produits des distances de chacun des sommets d'un quadrangle gauche, inscrit à la surface, aux plans des faces opposées d'un octaèdre inscrit.

Le premier théorème résulte de l'identité $\Sigma_1^6 \lambda p^2 = 0$; le second, de l'identité $\Sigma_1^{10} \lambda p^2 = 0$. D'ailleurs, une fois donnée la forme générale de la relation, ou les seuls éléments entre lesquels elle a lieu, il n'est rien de plus aisé que de l'établir, comme *à priori*.

L'équation de la surface du second ordre qui passe par neuf points donnés résulte encore de la même relation, et contient 24 termes, au lieu de 196608, qui est le chiffre où s'était arrêté un géomètre dans des recherches antérieures sur le même objet.

4. La proposition qui correspond, dans la géométrie de l'espace, au *théorème corrélatif de celui de Pappus,* s'exprime encore par un déterminant égalé à zéro : les éléments de chacune des quatre rangées étant les produits des distances de deux sommets opposés d'un hexaèdre circonscrit à une surface du second ordre, au plan de chacune des faces d'un tétraèdre également circonscrit.

Remarque. — Les deux théorèmes précédents entraînent certaines *propriétés descriptives* de dix points ou de dix plans tangents d'une surface du second ordre, mais dont l'analogie au théorème de Pascal, ou à celui de Brianchon, est plus apparente que réelle. Car, bien que l'on puisse définir et construire à l'aide de dix points (ou de dix plans tangents) d'une telle surface, quatre points situés sur un même plan (ou quatre plans concourant en un même point), comme la construction de chacun de ceux-ci exige l'intervention des dix points (ou des dix plans tangents) considérés, il paraît impossible d'en tirer, actuellement, aucune des applications

auxquelles donnent lieu les théorèmes correspondants sur les coniques.

Il n'en est pas de même, heureusement, pour les théorèmes qui correspondent à celui de Desargues et à son corrélatif; et nous allons voir qu'ils fournissent — neuf points, ou neuf plans tangents d'une surface du second ordre étant donnés, — la construction compliquée, comme on devait s'y attendre, mais linéaire, d'un dixième point de la surface, ou d'un dixième plan tangent; et, dès lors, de tous les éléments principaux de la surface.

5. Si l'on énonce, comme il suit, le *théorème de Desargues* :

« Une corde xy et un quadrangle 1234 étant inscrits à une même conique, les deux extrémités de cette corde, et ses traces sur les côtés opposés du quadrangle donné, font trois paires de deux *points conjugués* par rapport à une même *conique évanouissante* : un *système de deux points* situés sur la corde donnée $x\,y$ » ;

Le théorème correspondant, pour les surfaces du second ordre, pourra s'énoncer ainsi :

Un quadrangle *plan* $xyzt$ et un octaèdre 12.....6 étant inscrits à une telle surface : les deux paires de côtés opposés du quadrangle et les traces, sur son plan, des plans des faces opposées de l'octaèdre, font *six* paires de *droites conjuguées*, par rapport à une même *surface évanouissante* : une *conique* située dans le plan du quadrangle donné.

La démonstration est en évidence, aussi bien que l'énoncé, dans l'identité (I), qu'on doit écrire ici :

$$(1) \qquad a\,x^2 + b\,y^2 + c\,z^2 + d\,t^2 + \Sigma_1^6\,\lambda_1\,p_1^2 = 0.$$

Quant aux applications de ce théorème, on voit, la surface considérée étant définie par les neuf points 1, 2... 6; x, y, z, qu'il permet de construire — un dixième point t appartenant à la section de la surface par le plan xyz de trois d'entre eux — la tangente de cette section et, dès lors, le plan tangent en l'un de ces points x, ou y, ou z, etc. On aura, d'ailleurs à résoudre en chemin ce problème de géométrie

plane : « Construire le pôle d'une droite (xy) par rapport à une conique conjuguée à cinq paires de droites :

$$xt,\ yz;\ A,\ A';\ B,\ B';\ C,\ C';\ D,\ D';$$

ces lettres désignant les traces des plans des faces opposées de l'octaèdre sur le plan xyz. » Et c'est ce que l'on peut faire avec la règle seulement.

6. « Un quadrilatère et un angle étant circonscrits à une même conique, les deux côtés de cet angle et les deux paires de rayons menés de son sommet aux sommets opposés du quadrilatère font trois paires de *droites conjuguées*, par rapport à une même *conique-limite* : un *système de deux droites* qui se croisent au sommet de l'angle considéré. » C'est le *théorème corrélatif de celui de Desargues*. Le théorème correspondant, pour les surfaces du second ordre, est contenu dans l'identité

$$(2) \qquad a\,X^2 + b\,Y^2 + c\,Z^2 + d\,T^2 + \Sigma_1^6\,\lambda_1\,P_1^2 = 0,$$

et peut s'énoncer ainsi :

Un hexaèdre $P_1 \ldots P^6$ et un angle solide tétraèdre étant circonscrits à une même surface du second ordre, les arêtes opposées de cet angle solide et les quatre paires de rayons menés de son sommet O aux sommets opposés de l'hexaèdre font six paires de *droites conjuguées*, par rapport à une même *surface-limite* : un *cône du second ordre* ayant son sommet au point *O*; et les traces de toutes ces droites sur un plan quelconque font de même six paires de *points conjugués*, par rapport à une même conique.

Les applications de ce second théorème correspondent, une à une, à celles du précédent.

7. Un quadrangle plan et un pentagone gauche, inscrits à une même courbe gauche du quatrième ordre, donnent lieu à un théorème analogue à celui du n° 5, et ayant des applications semblables.

IMPRIMERIE CENTRALE DES CHEMINS DE FER. — A. CHAIX ET Ce, RUE BERGÈRE, 20.

CARTE GÉOLOGIQUE DES MAURES

par M. N. de Mercey, 1866.

1/300,000

0 5 10 15 20 25 30,000 Mètres

LÉGENDE DES TEINTES.

Terrains		
Post-pliocène	a	Sables littoraux.
		Alluvions { Limons. Tufs. Débris des terrains voisins. Cailloux roulés de la Crau.
Crétacé inf.r	c	Calcaire à Chama.
Jurassique	o	Dolomie oxfordienne.
		Oolite inf.re et G.de Oolite.
	l	Lias moyen et supérieur.
	i	Infra-lias.
Triasique	m	Muschelkalk et Marnes irisées.
	b	Grès bigarré.
Pénéen	r	Grès rouge.
Houiller		Grès et psammite houillers.
Cristallin	s	Schistes { Phylladiens Micacés. Filons de Quartz
	g	Gneiss.
	γ	Granite.
Eruptif	σ	Serpentine.
	a	Amphibolite.
		Mélaphyres.
	p	Basalte

L'ESTEREL
Fréjus
le Muy
Roquebrune
Argens R.
Vidauban
le Revest
Fournaris
Pte St Aigoul
le Plan de la Tour
Ste Maxime
C. Lissandre
la Moure
la Garde Fraineta
Gonfaron
Mayons
Pignans
780 la Sauvette
Grimaud
G. de Grimaud
S. Tropez
Cogolin
Gassin
Ramatuelle
Tour de Camarat
Cuers
Pierrefeu
Collobrières
Magdelaine
la Molle
Solliès Pont
Bormes
Rade de Cavalaire
C. Taillat
C. Lardier
C. Nègre
Rade de Bormes
I. de la Fournigue
C. de Bénat
Let F.t de Bregançon
C. de Leoube
Rade d'Hyères
TOULON
la Valette
la Garde
Hyères
le Coudon
Bandol
St Nazaire
I. des Embiez
I. du Gau
la Seyne
Pte Rade
Cde Rade
les Frères
Rade de Giens
les Fournigues
Cap d'Escampebariou
Petite Passe
Gd Ribaud
I. de Porquerolles
I. de Bagaud
Grande Passe
I. de Porteros
I. du Levant
LES MAURES
43°
4°

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS.

Séance du 20 octobre 1866.

PRÉSIDENCE DE M. PICARD.

M. Alix donne une description du larynx de l'Hippopotame et signale deux cartilages qu'il désigne sous le nom de *cartilages de Gratiolet*.

M. Laussedat rend compte des fouilles exécutées aux environs de Vichy par M. Bertrand.

Sur le mode de génération des tourbillons dans les matières en fusion scuterraines et sur un plan géneral d'observations à faire relativement à la manière dont le mouvement se propage pendant les tremblements de terre. par M. A. de Caligny.

Dans un note présentée à l'Académie des sciences le 24 septembre dernier, et dont un extrait a été publié, j'ai remarqué que, si des matières en fusion sont en mouvement sous la croûte terrestre, et rencontrent latéralement une surface inclinée qu'elles frappent par-dessous, comme elles rencontrent aussi en décomposant leur mouvement un espace

rempli inférieurement de liquide, il doit en résulter des phénomènes de percussion très-différents de ceux qui se présentent dans la mer le long des surfaces inclinées où le liquide peut s'élever. Or, si l'on suppose que les matières en fusion qui reçoivent ainsi un choc de haut en bas soient, je ne veux pas dire en repos, puisqu'on admet d'ailleurs qu'elles sont en vibration d'après la nouvelle théorie de la chaleur, mais qu'elles soient en repos relativement à celles dont elles reçoivent la percussion, il en résultera des considérations intéressantes qui feront encore mieux voir toute la portée du phénomène.

Quoique les matières dont il s'agit soient liquides, si elles sont en repos relatif sur une immense profondeur, elles offrent une résistance si puissante, que c'est évidemment bien autre chose que tout ce qu'on pourrait comparer à une paroi de bélier hydraulique, sauf les tourbillons dont je vais parler. On conçoit donc encore mieux comment peuvent se produire d'immenses coups de bélier sous les surfaces soulevées de la croûte terrestre, lorsque par une cause quelconque il se produit un mouvement local.

Ces idées sont d'ailleurs utiles pour répondre à des objections qui peuvent avoir été faites contre l'existence du feu central et reposent sur ce que, si la croûte terreste est aussi épaisse que quelques personnes l'ont supposé, on ne voyait pas bien au premier aperçu comment on pourrait expliquer l'ascension des matières en fusion dans des volcans qui auraient des *cheminées* d'une hauteur aussi immense; la considération des coups de bélier d'une espèce toute particulière dont je viens de parler fait qu'on ne doit plus être aussi étonné des effets de ce genre qui paraissent avoir embarrassé des géologues.

Il est d'ailleurs intéressant d'examiner comment le mouvement peut se propager par des tourbillons à la rencontre des surfaces inclinées au-dessous de la croûte terrestre. Considérons d'abord le choc sous une surface soulevée antérieurement; le mouvement, en se décomposant et tendant à se diriger principalement de haut en bas, jettera cependant assez de tourbillons de bas en haut. Mais il y a des raisons pour que la partie la plus élevée de la région soulevée antérieurement reçoive en général une secousse moins forte

que la partie latérale, plus directement opposée au sens du mouvement primitif.

Il semble, au premier aperçu, que, dans les secousses brusques de ces masses liquides, on doive tenir compte plus que cela n'est nécessaire de mes expériences déjà anciennes d'après lesquelles dans certains cas son mouvement d'introduction est brusque. Une veine liquide n'a pas le temps de se propager latéralement dans l'eau d'un réservoir de la même manière que si son mouvement est permanent. Mais il faut tenir compte, pour les *secousses brusques* qui peuvent se présenter dans les matières en fusion souterraines, de la manière dont résiste par son inertie la masse qui reçoit le choc.

Je rappellerai, à ce sujet, un de mes appareils hydrauliques, pour lequel j'ai trouvé moyen de supprimer une soupape intérieure en la remplaçant par l'inertie d'une longue colonne liquide. Il est clair que, s'il se produit par une cause quelconque une secousse brusque dans des matières en fusion souterraines, en dessous d'une surface soulevée antérieurement, et si cette masse de liquide vient frapper, en décomposant son mouvement, celle qui est au-dessous de l'arête antérieure de la courbure dont il s'agit, la masse choquée d'une immense longueur résiste par son inertie. Mais en vertu de cette inertie même qui, dans l'appareil que je rappelle, permet à une oscillation en retour de changer de direction, c'est-à-dire de se faire dans une autre partie de l'appareil, on conçoit que le mouvement qui tend à agir d'abord sur les régions qui lui sont immédiatement opposées peut produire des tourbillons sans être employé entièrement à produire immédiatement une augmentation de chaleur.

Ces tourbillons rendent encore plus intéressante l'étude de la manière dont les mouvements souterrains se propagent le long des surfaces inclinées, pendant les tremblements de terre, surtout quand les inclinaisons ne sont pas trop brusques.

Il serait très-utile, au lieu de se contenter de noter la direction et même le degré de force des mouvements dans les lieux où le tremblement de terre du 14 septembre a été observé, de conserver l'indication des niveaux où les secousses ont été remarquées, c'est-à-dire d'examiner si c'est

principalement dans les vallées et sur les surfaces inclinées.

Si c'était principalement dans les vallées et sur les *penchants* des hauteurs que les secousses auraient été observées plutôt qu'aux *sommets* des hauteurs ou dans les pays plats, ce résultat serait un argument en faveur de l'existence du feu central et des matières en fusion souterraines qui existeraient dans cette hypothèse au-dessous de la croûte terrestre.

Ce que j'ai dit ci-dessus quant à l'état de repos relatif possible de ces matières à une profondeur donnée dans certaines circonstances a seulement pour but de mieux expliquer ma pensée sur la possibilité des coups de bélier dont il s'agit. Il est clair que, si elles sont animées d'un mouvement plus général, elles pourront offrir, quant au mode de pénétration par une matière en secousse brusque, des obstacles analogues à ceux au moyen desquels j'ai expliqué ci-dessus la formation de certains tourbillons, dont je n'ai voulu d'ailleurs donner qu'une idée provisoire rendue plus sensible par les effets de l'inertie dans un de mes premiers appareils de physique.

Quant aux observations à faire sur la distribution du mouvement d'un tremblement de terre, il faut tenir compte que, si une vallée a été creusée par le mouvement des eaux, il peut se faire, abstraction faite de tout système de soulèvement, que la courbure des couches inférieures de la croûte terrestre ne suive pas les mêmes sinuosités que celles de la surface. J'ai donc seulement voulu donner une idée générale sur la manière de faire les observations dont il s'agit sans entrer ici dans des détails de ce genre.

Sur un nouvel hydrocarbure de la série $C^n H^{2n}$, par MM. Friedel et Ladenburg.

Les composés hydrocarburés ne présentent pas seulement un intérêt particulier comme points de départ de toute une série de corps renfermant même nombre qu'eux d'atomes de carbone. Ils en offrent un qui est peut-être encore

plus grand : leur étude est mieux faite que toute autre pour nous révéler les lois qui président à la combinaison dans les matières organiques. C'est en étudiant les hydrocarbures, les plus simples des composés organiques que M. Kekulé, et presque en même temps M. Couper, sont arrivés à formuler la loi si importante de la saturation partielle des atomes de carbone les uns par les autres. La comparaison des divers carbures d'hydrogène isomères doit jeter un jour aussi grand sur les arrangements possibles des atomes dans la molécule; nous voulons parler d'arrangements au point de vue de la saturation réciproque des atomes et non pas à celui de la position géométrique.

Nous avons été engagés par cette pensée à chercher à réaliser la synthèse d'un hydrocarbure dans lequel un atome de carbone lierait ensemble quatre groupes hydrocarbonés monoatomiques, comme le silicium tient réunis les quatre atomes d'éthyle ou de méthyle dans le silicium-éthyle ou dans le silicium-méthyle.

$$\mathrm{Si}\left\{\begin{array}{l}\text{Ꞓ}\ H^3\\ \text{Ꞓ}\ H^3\\ \text{Ꞓ}\ H^3\\ \text{Ꞓ}\ H^3\end{array}\right. \qquad \mathrm{Si}\left\{\begin{array}{l}\text{Ꞓ}^2\ H^5\\ \text{Ꞓ}^2\ H^5\\ \text{Ꞓ}^2\ H^5\\ \text{Ꞓ}^2\ H^5\end{array}\right.$$

L'idée qui devait se présenter en premier lieu pour arriver à construire un pareil composé était de suivre la marche qui a fourni le silicium-éthyle et le silicium méthyle, c'est-à-dire de faire réagir le chlorure de carbone $\text{Ꞓ}\ Cl^4$ sur le zinc-éthyle et sur le zinc-méthyle. MM. Beilstein et Rieth ont déjà essayé cette réaction avec le zinc-éthyle sans obtenir autre chose qu'un mélange de propylène, d'éthylène et de chlorure d'éthyle (*Bulletin de la Société chimique*, t. V, p. 242).

La même opération a été répétée sans plus de succès par l'un de nous, en prenant toutes sortes de précautions et en variant les conditions de l'expérience.

Nous n'avons pas été plus heureux dans plusieurs autres tentatives que nous avons faites en chauffant le bichlorure de carbone avec du zinc ou du sodium et avec l'iodure d'éthyle ou de l'iodure de méthyle, en chauffant du sodium avec du sulfure de carbone et de l'iodure d'éthyle.

Il nous a semblé que nous aurions peut-être de meilleurs résultats si, au lieu de vouloir opérer la réaction d'un seul coup, nous la terminions pour ainsi dire en deux temps, en prenant un composé qui renferme un atome de carbone uni déjà à des radicaux hydrocarbonés et en outre à du chlore qui permette de compléter la synthèse.

Il existe un pareil corps : c'est le *méthylchloracétol*, obtenu par l'un de nous (Comptes rendus, 1857, 2e série, p. 1013) par l'action du perchlorure de phosphore sur l'acétone.

D'après ce que nous savons maintenant sur la constitution de l'acétone, à la suite des nombreux travaux qui ont été faits dans ces derniers temps sur ce corps, la constitution probable du méthylchloracétol est la suivante :

$$\begin{array}{l} \text{C}\,H^3 \\ \text{C}'\,Cl^2 \\ \text{C}'\,H^3 \end{array}$$

c'est-à-dire qu'il renferme un atome de carbone qui sert de lien commun à deux groupes méthyle et à deux atomes de chlore.

Nous avons fait réagir ce corps sur le zinc-éthyle, corps plus facile à préparer que le zinc-méthyle. La réaction ne se produit point à froid ; quand on chauffe, elle devient tout d'un coup très-vive, et le violent dégagement de gaz qui se produit entraîne les corps volatils qui ont pu se former. Nous avons réussi à régler la réaction en renfermant le zinc-éthyle dans une fiole munie d'un entonnoir à robinet et d'un réfrigérant disposé de manière à faire refluer les vapeurs. On commençait par chauffer le zinc-éthyle à 70° et 80° à l'aide d'une très-petite flamme, puis on y laissait tomber goutte à goutte le méthylchloracétol. A l'extrémité du réfrigérant, on avait disposé une fiole vide, puis un tube renfermant de l'alcool dans lequel les gaz étaient obligés de passer. L'alcool pouvait retenir une partie des hydrocarbures volatils entraînés. Une fois tout le méthylchoracétol ajouté, ce qui exigeait plusieurs heures, même en n'opérant que sur des quantités assez petites de liquide, on continuait à chauffer, jusqu'à ce que le dégagement gazeux eût à peu près cessé. Le contenu de la fiole était devenu de plus en plus

pâteux. On soumettait le tout à la distillation; il passait une certaine quantité de liquide de 70° jusqu'à 90°, puis seulement quelques gouttes renfermant du zinc-éthyle. Le premier produit, versé dans de l'eau, donna lieu à un dégagement de gaz et au dépôt d'une petite quantité d'oxyde de zinc. En ajoutant quelques gouttes d'acide chlorhydrique, on obtient un liquide limpide nageant au-dessus de l'eau. Nous l'avons desséché en le distillant à plusieurs reprises sur du sodium. Il passait à la distillation en grande partie entre 85° et 90°. Il renfermait une petite quantité de chlore que nous n'avons pas réussi à lui enlever complétement, ni par la potasse ni par l'alcoolate de soude. Néanmoins les analyses que nous avons faites donnent des chiffres qui s'accordent entièrement avec ceux qu'exigerait un mélange d'une petite quantité de méthylchloracétol avec un hydrocarbure $\text{C}^7\,\text{H}^{16}$, isomérique avec l'hydrure d'heptyle, et dont la constitution, d'après son mode de formation, serait

$$\text{C}\left\{\begin{array}{l}\text{C}\ \ \text{H}^3\\ \text{C}^2\ \text{H}^5\\ \text{C}^2\ \text{H}^5\\ \text{C}\ \ \text{H}^3\end{array}\right.$$

Une densité de vapeur que nous avons prise se rapproche aussi beaucoup de celle de l'hydrure d'heptyle.

Nous espérons, en poursuivant ces expériences, en traitant le produit par un excès de zinc-éthyle pendant un temps prolongé, arriver à obtenir pur l'hydrocarbure $\text{C}^7\,\text{H}^{16}$. Néanmoins, interrompus en ce moment dans notre travail, nous demandons à la Société la permission de prendre date pour nos premiers résultats.

Séance du 27 octobre 1866.

PRÉSIDENCE DE M. PICARD.

M. de la Gournerie fait une communication sur les *points multiples*.

Quelques observations sont présentées à ce sujet par MM. Picard et Foucault.

M. Alix entretient la Société de la découverte récente d'une mâchoire humaine, dans la vallée de la Lesse, par M. Dupont.

Séance du 3 novembre 1866.

PRÉSIDENCE DE M. TRANSON.

M. Transon engage une discussion à propos de la dernière communication de M. de la Gournerie sur les points multiples.

M. de la Gournerie répond à M. Transon ; M. Foucault prend part à la discussion.

Séance du 10 novembre 1866.

PRÉSIDENCE DE M. PICARD.

M. Gris expose le résultat de ses recherches sur les réservoirs de matières nutritives contenues dans le tronc des arbres, et spécialement de ceux dont les fleurs se développent avant les feuilles.

M. Picard fait une communication sur l'intégration des équations aux différences partielles simultanées.

MM. Transon et de la Gournerie présentent quelques observations au sujet de la communication de M. Picard.

Séance du 17 novembre 1866.

PRÉSIDENCE DE M. TRANSON.

M. le président donne lecture d'une lettre de M. de Caligny, renfermant des considérations sur la manière d'épargner l'eau au passage des bateaux dans les écluses doubles.

M. Fischer rend compte des observations qu'il a faites dans l'aquarium d'Arcachon sur les Céphalopodes (Poulpes, Sèches, Calmars); il décrit leur progression et leur natation et distingue deux variétés dans celle-ci : la natation modérée et la natation accélérée. Il discute le rôle des bras et de l'entonnoir dans la natation, et donne quelques détails sur l'accouplement et la ponte des Sèches.

M. Cornu expose un nouveau système de projection de la sphère.

Sur un nouveau système de projection de la sphère, par M. A. Cornu.

Ce mode de projection est caractérisé par les propriétés suivantes :

1° La surface totale de la sphère est représentée par un carré ;

2° Les angles sont conservés.

On l'obtient en faisant usage de deux systèmes de courbes orthogonales :

$$\frac{\text{tang } x}{\text{tang } y} = \text{tang } \lambda$$

$$\cos 2x + \cos 2y = \cos 2\lambda.$$

Le premier système permet de tracer les méridiens en donnant à λ les valeurs des longitudes, et le second les pa-

rallèles, en substituant à λ des valeurs calculées d'après la condition de conservation des angles élémentaires. Au point de vue pratique, il se prête spécialement à la division de la sphère en quatre fuseaux égaux répartis autour d'un des pôles, comme la projection stéréographique à la division en deux hémisphères.

Les déformations de surface ne sont pas considérables, et les relations de symétrie que cette projection présente pourraient dans certains cas rendre des services.

Séance du 24 novembre 1866.

PRÉSIDENCE DE M. DE LA GOURNERIE.

M. Guillemin entretient la Société des essais de parafoudres destinés à protéger les employés des lignes télégraphiques.

M. Fischer expose le résultat de ses recherches sur la progression de quelques Mollusques acéphales et Zoophytes. Il décrit les procédés employés par le *Pecten varius* pour s'élever à des hauteurs considérables, en filant un nouveau byssus de centimètre en centimètre. Le *Pecten maximus*, dépourvu de byssus, exécute sur le sable des bonds prodigieux en fermant brusquement ses valves. Quelques espèces d'Actinies des côtes de France se déplacent très-souvent, mais leur locomotion est presque insensible.

M. Fischer signale enfin quelques particularités de l'histoire naturelle des Pagures; les coquilles qu'ils habitent sont presque toujours recouvertes par un Zoophyte du genre Hydractinie et renferment dans leur spire une grande Annélide qui vit en bonne intelligence avec le Pagure.

M. Guillemin indique les nouvelles dispositions qu'on a dû prendre pour assurer la transmission des dépêches par le câble transatlantique.

Une discussion, à laquelle prennent part MM. Foucault et Janssen, s'engage au sujet de cette communication.

Sur des essais de parafoudres destinés à protéger les postes télégraphiques, par M. Guillemin.

La décharge d'une forte batterie de six grandes jarres, représentant un mètre carré de surface condensante, est transmise simultanément par le parafoudre à essayer et par un conducteur dans lequel on intercale un fil de fer de $\frac{1}{15}$ de millimètre de diamètre, dont on varie la longueur à volonté.

Lorsque le parafoudre dérive une grande partie de la décharge de la batterie, le fil d'essai (fil de fer de $\frac{1}{15}$ de millimètre) fond sur une petite longueur. Dans le cas contraire, le même fil fond sur une longueur d'autant plus grande que l'appareil protége plus mal.

Avant de soumettre les parafoudres à l'expérience, on détermine la longueur du fil d'essai qui est fondu, lorsque les fils qui conduisent le courant instantané à l'appareil à essayer sont réunis entre eux par un contact métallique; cette longueur est de 15 millimètres. On intercale alors le paratonnerre dans le fil dérivateur, et la longueur du fil fondu dépasse toujours plus ou moins 15 millimètres. Dans tous les cas, on charge toujours la batterie à la même tension électroscopique; ce à quoi on parvient aisément, dans quelques secondes, au moyen de la bobine Ruhmkorff.

Les appareils qui ont été soumis à ces expériences sont :

1° Les parafoudres formés de deux plaques métalliques bien planes, de 24 centimètres carrés de surface, appliquées l'une sur l'autre et séparées par une lame de papier : c'est le parafoudre dit à lame isolante ;

2° Des paratonnerres à pointes mobiles, formés de deux colonnes de laiton de 15 centimètres de hauteur placées sur un socle de bois. Chaque colonne porte trois pointes de laiton qu'on approche de la surface plane de l'autre colonne à la distance de $\frac{1}{4}$ de millimètre ;

3° Un appareil analogue au précédent, avec cette différence qu'au lieu de six pointes il en porte douze.

L'expérience a donné les résultats suivants :

Les parafoudres à lame isolante ont laissé fondre de 20 à

25 millimètres de fil d'essai. En doublant la surface, la protection a été plus efficace.

Le paratonnerre à six pointes a laissé fondre 40 millimètres; l'appareil qui en porte douze n'a laissé fondre que 25 millimètres de fil d'essai. On n'a jamais observé qu'une seule étincelle. L'efficacité relativement plus grande du paratonnerre à douze pointes semble indiquer qu'il passe une décharge invisible par les pointes autres que celle qui transmet l'étincelle. A chaque nouvelle décharge de la batterie, l'étincelle éclate à une nouvelle pointe, qu'elle émousse sur une longueur de plus de $\frac{1}{4}$ de millimètre ; en sorte qu'après douze décharges, toutes les pointes sont émoussées et l'appareil ne fonctionne plus régulièrement.

En résumé, l'appareil qui protége le mieux la décharge foudroyante est le parafoudre à lame isolante, qui est aussi le plus simple et le moins coûteux.

Les paratonnerres sont encore utiles, lors même qu'il n'y a pas de décharge foudroyante à éviter; ils soutirent lentement l'électricité des nuages orageux. A ce point de vue, il est possible que les paratonnerres à pointes mobiles soient préférables aux parafoudres à lame isolante.

Lorsque le courant de la batterie est très-rapide, tous les paratonnerres paraissent protéger également bien. Pour apercevoir les différences qui viennent d'être mentionnées, il faut ralentir la décharge de la batterie, soit au moyen d'un fil d'un faible diamètre et d'une longueur suffisante, soit au moyen d'une hélice de fil de cuivre bien isolé. L'introduction d'un faisceau de fil de fer dans l'hélice ralentit le courant à tel point, que les phénomènes de fusion ne se produisent plus. L'interposition d'une colonne liquide dans le circuit donne des effets analogues. Il est d'ailleurs facile de trouver, par quelques tâtonnements, la disposition qui manifeste le mieux la différence des appareils.

En opérant de cette manière, on se rapproche des conditions dans lesquelles les parafoudres fonctionnent dans la pratique. Les nuages sont des conducteurs médiocres, et les fils de fer qui servent à la transmission des dépêches ralentissent la décharge atmosphérique, tant à cause de leur grande longueur, que de ce qu'ils sont formés d'un métal magnétique.

M. Guillemin propose, en conséquence, de placer des parafoudres à lame isolante dans tous les postes télégraphiques, sans exception, et de disposer, en outre, des paratonnerres à pointes mobiles sur les parties des lignes qui communiquent avec des fils entourés de gutta-percha, là où une tension électrique assez faible peut perforer l'enveloppe isolante.

Séance du 1er décembre 1866.

PRÉSIDENCE DE M. TRANSON.

M. Gaudry rend compte des découvertes de MM. Reboux et Martin dans le diluvium de Paris; un grand nombre d'ossements d'*Elephas*, *Hippopotamus*, *Rhinoceros*, *Cervus*, *Bos*, *Biso*, *Equus*, etc., ont été trouvés avec des silex éclatés.

M. Alix expose le résultat de ses travaux sur le système musculaire des Oiseaux, et les homologies qu'il présente avec celui des Mammifères.

M. Vaillant fait quelques objections aux vues théoriques de M. Alix.

Sur les écluses simples et doubles, par M. A. de Caligny.

Dans cette séance et dans les deux précédentes, M. de Caligny a donné des détails sur l'application aux écluses doubles du moyen qu'il a depuis longtemps proposé pour épargner l'eau dans les écluses simples, et qui vient d'être l'objet d'un rapport favorable d'une commission d'ingénieurs des ponts et chaussées. On est obligé de renvoyer, pour abréger, aux diverses communications faites sur ce système.

Pour employer ce système à vider le sas supérieur en relevant une partie de l'eau au bief d'amont, et à remplir le sas inférieur en tirant une partie de l'eau du bief d'aval, il suffit de plonger convenablement, au-dessous du niveau d'aval, l'extrémité du tuyau de conduite portant la tête de la machine, et d'ajouter à l'autre extrémité une bifurcation, permettant de mettre alternativement ce tuyau de conduite en communication avec chacun de ces deux sas, la communication avec l'autre sas étant interrompue. On n'entrera pas ici dans les détails d'exécution qu'il serait difficile de donner sans figures.

Quand on voudra remplir le sas supérieur, on pourra tirer une partie de l'eau du bief inférieur; mais quand le sas inférieur sera plein, il sera plus avantageux de tirer une partie de l'eau de ce dernier. Il suffira de mettre celui-ci en communication par un tuyau de conduite avec un réservoir d'où l'eau pourra entrer par une soupape dans le premier tuyau de conduite, lorsque la colonne liquide, comprise dans celui-ci sera animée d'une vitesse suffisante, par suite d'un écoulement provenant du bief supérieur, qu'on interrompra alternativement en temps utile, comme cela a été expliqué pour une écluse simple, quand on la remplit en tirant une partie de l'eau du bief d'aval.

Il résulte de cette dernière disposition une propriété intéressante qui, pendant la vidange du sas supérieur, permet de diviser en deux opérations bien distinctes l'effet de la vitesse acquise dans tout l'ensemble des tuyaux fixes par lesquels, si la soupape dont on vient de parler est ouverte, les deux sas peuvent être mis en communication.

Si, quand l'écoulement est, pour chaque période de l'appareil, convenablement établi du sas supérieur au sas inférieur qu'on veut remplir, on interrompt cette communication au moyen de la soupape dont il s'agit (qui peut être formée d'un tube vertical mobile ouvert par les deux extrémités et suffisamment prolongé), c'est alors que l'effet se divise en deux parties.

La colonne liquide en mouvement de la capacité intermédiaire au sas inférieur fait baisser le niveau dans cette capacité; et si la vitesse acquise est suffisante, elle peut tirer de l'eau du bief inférieur au moyen d'une soupape disposée

de manière à permettre à cette eau d'entrer dans le système en temps convenable.

Pendant que cet effet se produit, la colonne liquide venant directement du sas supérieur, et dont la communication avec celle dont on vient de parler est interrompue, continuant à se mouvoir, peut, si sa vitesse est suffisante, jeter une certaine quantité d'eau dans le bief supérieur, en passant par le tuyau vertical mobile, en ce moment en repos, qui met alternativement, à l'époque où le sas supérieur se remplit, ce sas en communication avec le bief d'amont.

Quant à ce qui se passe dans la capacité intermédiaire en communication avec le sas inférieur, il est intéressant de remarquer qu'à l'époque où l'eau venant du sas supérieur y entre, l'eau contenue dans le tuyau de conduite faisant communiquer cette capacité avec le sas inférieur résiste par son inertie. Il en résulte que l'eau venant du sas supérieur a le temps de faire une véritable oscillation ascendante dans cette capacité, dont les parois s'élèvent un peu au-dessus du niveau du bief supérieur. Si ce tuyau de communication n'existait pas, on verrait de suite comment cette oscillation pourrait, au moins dans les premières périodes de l'appareil, verser une certaine quantité d'eau dans le bief supérieur. On voit combien sont variées les études sur ces nouvelles combinaisons.

Si, par exemple, on bouchait alternativement le tuyau latéral dont il s'agit, on pourrait, quand on remplira le sas inférieur sans qu'il y ait d'eau dans le sas supérieur, tirer de l'eau du bief inférieur par l'intermédiaire de la capacité dont on vient de parler, sans qu'il fût, à la rigueur, indispensable d'établir la communication plus directement, en temps utile, du bief d'aval avec le tuyau de conduite, dont une des extrémités bifurquée peut communiquer, quand on le veut, avec le sas inférieur, tout se faisant d'ailleurs, pour les deux écluses, avec un seul et même appareil.

Il ne s'agit ici que d'une simple indication de principes, dont il est intéressant de conserver la trace, abstraction faite même de leur utilité. Il pourra être, dans la pratique, utile d'essayer si, dans certains cas du moins, il ne vaudrait pas mieux employer deux appareils, dont un pour chaque sas, le sas supérieur pouvant se vider pendant que l'autre se rem-

plirait, et réciproquement. Dans ce cas, l'appareil inférieur pourrait avoir trois tubes mobiles, comme on l'a expliqué dans l'avant-dernière séance; quand le sas inférieur se viderait, un de ces tubes mobiles pourrait, en se levant alternativement, verser de l'eau dans une capacité en communication avec un petit bassin contenant de l'eau, à un niveau convenable pour qu'on pût en retirer, au moyen de l'appareil du sas supérieur, à mesure qu'on en élèverait par l'appareil du sas inférieur. Mais on ne peut qu'indiquer ici les détails de ce genre, seulement pour donner une idée du travail dont il s'agit, dans une note qui doit avoir si peu d'étendue.

On ajoutera donc seulement qu'outre le jeu de l'appareil, susceptible d'être varié de diverses manières, on peut utiliser de très-grandes oscillations de nappes d'eau, à cause du mouvement acquis dans des tuyaux de conduite de grands diamètres et de grandes longueurs. Par exemple, on peut achever le remplissage du sas supérieur au moyen d'une grande oscillation de haut en bas dans un réservoir en communication avec le bief supérieur, si cette communication est alternativement interrompue en temps utile par une porte de flot. On concoit d'ailleurs que la baisse de l'eau dans ce réservoir intermédiaire peut avoir des avantages, non-seulement quand on videra le sas supérieur ou même le sas inférieur, mais qu'à l'époque où la machine ne marchera pas, il sera plus facile d'empêcher les pertes d'eau sous des pressions moindres.

Si la rigole de communication entre le bief d'aval et la tête de la machine peut, dans la localité, avoir d'assez grandes dimensions, on pourra, à la fin de la vidange du sas inférieur, faire de cette rigole une sorte de bassin d'épargne, au moyen d'une grande soupape disposée près de l'extrémité d'aval. Le sas inférieur, laissant écouler de l'eau par un grand tuyau de conduite, il en résultera une grande oscillation de décharge, dont l'eau pourra ensuite servir à faire une grande oscillation de rentrée quand on voudra remplir ce sas.

Séance du 8 décembre 1866.

PRÉSIDENCE DE M. DE LA GOURNERIE.

M. Alix fait une communication sur la disposition des replis de l'oreille chez le Gorille.

M. Gaudry rend compte d'un travail de M. Saporta, intitulé : *Études sur la végétation du sud-est de la France à l'époque tertiaire.*

Séance du 15 décembre 1866.

PRÉSIDENCE DE M. LABOULAYE.

M. Fischer décrit le crâne d'un grand Cétacé, *Ziphius cavirostris*, trouvé sur le rivage du bassin d'Arcachon. Ce crâne est identique à celui que Cuvier avait considéré comme fossile; mais il diffère notablement de celui que M. Gervais a découvert sur le littoral de l'Hérault et qui doit porter le nom de *Ziphius Gervaisi.*

Le secrétaire donne lecture d'une notice biographique sur M. Bour, membre titulaire de la Société.

Notice biographique sur Edmond Bour.

C'est un deuil public quand vient à mourir l'un de ces hommes que leur génie et les travaux d'une longue vie ont fait illustres entre les savants de leur temps; mais une tristesse plus amère encore saisit tous les amis de la science lorsque, au travers de leurs plus chères espérances, la mort frappe tout à coup, en pleine jeunesse, une haute et puissante intelligence.

Edmond Bour fut ainsi pleuré. — Comment mérita-t-il ce suprême hommage? Le simple récit de sa vie le dira peut-être.

Jacques-Edmond-Émile Bour naquit à Gray, en Franche-Comté, le 19 mai 1832. Dès son enfance, il se fit remarquer par son intelligence et son ardeur à l'étude, et, grâce à ces heureuses dispositions, parvint à acquérir, dans un petit collége communal, les éléments de cette solide instruction, ou, pour mieux dire, de cette érudition littéraire, que révélaient sa conversation et ses écrits.

Reçu bachelier ès lettres au sortir du collége de Gray, il aborda, au lycée de Dijon, l'étude des sciences, et, en 1850, à l'âge de dix-huit ans, après une année de mathématiques spéciales, il fut admis à l'École polytechnique. Classé par les examinateurs d'admission le soixante-quatrième parmi les quatre-vingt dix élèves de sa promotion, il s'éleva bientôt au premier rang, qu'il conserva jusqu'à la sortie de l'école; aussi l'Académie des sciences de l'Institut lui décerna-t-elle, dans sa séance publique du 27 décembre 1852, le prix annuel fondé par Mme la marquise de Laplace, en faveur de l'élève sortant le premier de l'École polytechnique.

Élève ingénieur des mines le 15 novembre 1852, Bour fut promu, le 14 juillet 1855, au grade d'ingénieur de troisième classe et envoyé à l'École des mineurs de Saint-Étienne comme professeur d'exploitation des mines et de mécanique. Nommé, le 5 décembre 1857, ingénieur de deuxième classe, répétiteur du cours de géométrie descriptive à l'École polytechnique en 1859, professeur à l'École des mines en 1860, il occupa, le 2 mars 1861, à l'âge de vingt-neuf ans, l'une des deux chaires de mécanique à l'École polytechnique.

Quelques dates résument ainsi la carrière officielle de Bour; mais une minutieuse analyse de ses travaux pourrait seule donner une idée complète des progrès que lui doivent les sciences mathématiques. A cette sérieuse étude, dont elle ne saurait comporter les longs développements, cette notice doit au moins suppléer par un rapide aperçu des sujets traités dans des mémoires désormais célèbres.

Le premier travail personnel de Bour qui ait appelé sur lui la sérieuse attention de ses professeurs fut une théorie nouvelle de l'électro-dynamique qu'il produisit dans ses examens à l'École polytechnique. Très-appréciée alors par M. de Senarmont, de regrettable mémoire, cette théorie n'a, malheureusement, jamais été publiée.

Encore élève à l'École des mines, Bour soumit, le 5 mars 1855, à l'Académie des sciences, un *Mémoire sur l'intégration des équations différentielles de la mécanique analytique.* « Les géomètres liront

» avec intérêt, dit, au sujet de ce travail, M. Liouville, au nom de
» la commission chargée de l'examiner, le mémoire de M. Bour.
» C'est dans les excellentes leçons de M. Bertrand que M. Bour a
» surtout puisé les idées premières de son travail; l'élève s'est
» montré digne du maître. Nous proposons à l'Académie d'ap-
» prouver le mémoire de M. Bour et d'en ordonner l'insertion
» dans le *Recueil des savants étrangers.* »

Ces conclusions furent adoptées, et le mémoire parut à la fois dans le *Recueil des savants étrangers* (t. XIV), les *Comptes rendus* (t. XL) et le *Journal de mathématiques* (t. XX).

Dans ce remarquable travail, l'auteur commence par établir, en complétant un théorème de M. Bertrand, que l'on peut arriver, de proche en proche, à mettre la solution complète d'un problème de mécanique sous la forme *canonique* de deux séries d'intégrales conjuguées deux à deux, telles que l'une quelconque d'entre elles, combinée avec toutes les autres pour former la *fonction de Poisson*, donne l'unité avec sa conjuguée et zéro avec tout le reste. Il démontre ensuite, et c'est là la partie essentielle de son mémoire, que la connaissance d'une intégrale quelconque permet d'abaisser de deux unités l'ordre de l'équation aux dérivées partielles du problème, sans toutefois servir à réduire de nouveau le degré de l'équation transformée, à laquelle cette intégrale devient étrangère.

Cette ressource épuisée, Bour, remarquant que l'équation réduite obtenue admet des intégrales étrangères à la question, montre que, si l'on connaît une de celles-ci, on peut souvent abaisser l'ordre de cette équation réduite, en divisant les intégrales inconnues en plusieurs groupes, donnés par des équations distinctes, ce qui est bien dans la nature des problèmes ordinaires de mécanique.

A ce premier travail de Bour était réservée, après celle de l'Académie, une autre consécration, la plus flatteuse que pût désirer le jeune auteur : le suffrage posthume de l'illustre Jacobi. Depuis 1837, le monde savant attendait impatiemment l'apparition, annoncée dès cette époque, d'un important ouvrage de ce grand géomètre sur la mécanique analytique.

« La publication posthume de ce travail, » dit Bour lui-même,
» vient de commencer dans le *Journal de Crelle*, par les soins de
» M. Clebsch, et c'est avec une bien vive satisfaction qu'en tenant
» compte de la différence entre le couronnement de l'œuvre d'un
» maître et les essais incertains d'un élève, j'ai retrouvé dans la
» nouvelle méthode de Jacobi l'identité la plus parfaite avec celle
» que j'ai eu l'honneur de soumettre à l'Académie des sciences dans
» sa séance du 5 mars 1855. »

Devant une pareille déclaration, tout commentaire devient inu-

tile, surtout si l'on observe qu'à l'apparition de ce mémoire Bour n'avait pas ving-trois ans.

Ce brillant succès obtenu par Bour au début de sa carrière, lui valut, de la part du ministre de l'instruction publique, l'autorisation de subir les épreuves du doctorat ès sciences mathématiques, sans justifier des grades inférieurs. Il soutint ses thèses, devant la Faculté des sciences de Paris, le 3 décembre 1855.

La première, relative à la mécanique céleste, traitait du *problème des trois corps*, célèbre par l'étude dont il avait été l'objet de la part des plus grands géomètres. Bour appliqua à cette question les règles indiquées dans son précédent mémoire, et les résultats qu'il obtint firent sensation dans le monde savant. Quelque temps auparavant, Jacobi, après avoir fait remarquer que l'on pouvait considérer l'un des corps comme fixe, avait donné les équations du mouvement des deux autres sous une forme qui paraît n'avoir rien de commun avec celle sous laquelle se présentent d'ordinaire les équations différentielles de la mécanique analytique. Bour fit plus : il parvint à réduire le cas général à celui du mouvement dans un plan, et à ramener les équations du problème, ainsi simplifiées, à la forme canonique. Son travail se résumait en ce théorème remarquable :

« *Pour intégrer le problème des trois corps dans le cas le plus gé-* » *néral, il suffit de résoudre le cas où le mouvement a lieu dans un* » *plan, et d'avoir ensuite égard à une fonction perturbatrice égale au* » *produit d'une constante dépendant des aires par la somme des mo-* » *ments d'inertie des corps autour d'un certain axe, divisé par le* » *carré du triangle formé par les trois corps.* »

La seconde thèse consistait en une étude : « *Sur l'attraction* » *qu'exercerait une planète, si l'on supposait sa masse répartie sur* » *chaque élément de son orbite, proportionnellement au temps employé* » *à la parcourir.* » La solution de ce problème, recherchée pour la première fois par Gauss, en vue de la théorie des perturbations, reçut de Bour tous les développements qu'elle comportait.

Peu après ces nouveaux travaux, par lesquels le jeune géomètre soutint et accrut encore sa renommée naissante, il reçut, de la part de l'illustre Biot, avec une lettre qui, elle seule, constituait un titre d'honneur, quelques volumes de mémoires mathématiques, dont le vénérable savant traçait ainsi l'histoire.

« Cette précieuse collection de mémoires de Lagrange tire son » origine de d'Alembert; il la composa avec des exemplaires que » Lagrange lui envoyait de Berlin. Il en fit présent à Condorcet, » sous la condition de la transmettre à quelque jeune homme labo- » rieux quand elle ne lui serait plus nécessaire. Elle est venue suc- » cessivement, sous la même condition, de Condorcet à Lacroix, de

» Lacroix à M. Biot, avec addition de plusieurs autres pièces.
» M. Biot la donna à J. Binet. Binet n'en ayant pas disposé de son
» vivant, elle est rentrée dans les mains de M. Biot, qui la trans-
» met, sous les mêmes conditions, à M. Bour, comme un témoignage
» d'estime pour son zèle et pour les beaux travaux mathématiques
» par lesquels il s'est annoncé aux amis des sciences. »

Cette distinction unique, récompense éclatante de travaux heureusement accomplis, était en outre, et surtout, une marque de confiance qui obligeait l'avenir. Chacun sait comment Bour avait déjà justifié cette confiance, lorsque la mort est venue, longtemps avant l'heure, l'arracher à ses persévérantes et fécondes recherches, sans lui laisser même le temps de décerner, à son tour, cette glorieuse récompense. Ce fut son collègue et ami, M. Mannheim, qui dut assurer le sort de ce précieux dépôt : il le transmit à l'Académie des sciences, et cette compagnie décida qu'elle-même décernerait cette récompense à un jeune savant, qui en disposerait ensuite suivant les intentions du premier fondateur.

« Persévérez invinciblement, » écrivait Biot à son jeune protégé,
» dans la voie où vous avez déjà commencé à marcher avec tant
» de succès... Si vous poursuivez votre carrière scientifique avec
» le même courage que vous y avez porté d'abord, chaque nou-
» veau pas que vous y ferez sera pour vous un accroissement
» d'honneur... » Fortifié, par ces sympathiques encouragements, contre l'abattement qu'il avait tout d'abord éprouvé en se voyant privé, par son éloignement forcé de Paris, des plus précieuses ressources scientifiques, Bour se remit à l'œuvre avec une ardeur nouvelle. Le 25 février 1856, il avait présenté à l'Académie des sciences un mémoire *sur les mouvements relatifs* (Comptes rendus, t. XLII); le 5 janvier 1857, il en donna un autre *sur la résolution des équations numériques du troisième degré au moyen de la règle à calculs* (Comptes rendus, t. XLIV). Enfin, il aborda l'*étude des surfaces qui peuvent s'appliquer les unes sur les autres sans déchirure ni duplicature,* question proposée par l'Académie des sciences pour le grand prix de mathématiques en 1861. Le mémoire, désormais célèbre, que Bour soumit au jugement de l'Académie, confirma, une fois de plus, l'incontestable supériorité de son auteur. « M. Bour, » dit M. Bertrand dans son rapport (séance du 25 mars 1861), « ne
» s'est proposé rien moins que l'intégration complète des équations
» du problème, dans le cas où la surface donnée est de révolu-
» tion. Les méthodes ordinaires du calcul intégral ne semblent
» pas ici applicables; il a mis à profit une indication rapide, jetée
» comme en passant par Lagrange dans un de ses mémoires, et
» dans l'application de laquelle l'illustre géomètre signalait lui-
» même de graves difficultés. Cette méthode consiste d'abord à

» former une solution *complète* de l'équation différentielle du second
» ordre, dans laquelle figurent cinq constantes arbitraires, et à en
» déduire la solution *générale* par la variation de ces constantes.
» Les difficultés que Lagrange avait aperçues et signalées, ont été
» très-habilement et très-heureusement surmontées dans le mé-
» moire n° 1. La commission espère que le savant auteur généra-
» lisera sa belle analyse, et que le calcul intégral recevra par là
» un perfectionnement notable. Il sera juste de rapporter à La-
» grange la gloire d'avoir ouvert cette voie nouvelle, mais le con-
» cours actuel occupera néanmoins une place importante dans
» l'histoire de son développement.

» En résumé, la Commission accorde le prix de mathématiques
» au mémoire, inscrit sous le n° 1, ayant pour devise : *Je plie et*
» *ne romps point*, dont l'auteur est M. Bour, professeur à l'École
» polytechnique. »

Ce magnifique travail a paru dans le 39e cahier du *Journal de l'Ecole polytechnique*, mais légèrement modifié dans sa forme, l'auteur ayant séparé de ses théories purement géométriques les recherches analytiques auxquelles elles l'ont conduit, recherches relatives à l'intégration de certaines équations différentielles partielles du premier et du second ordre.

Dans sa *Théorie de la déformation des surfaces*, le problème une fois mis en équation dans les termes les plus généraux, Bour en recherche la solution par trois méthodes distinctes.

La première, toute analytique, conduit, par l'emploi des *coordonnées symétriques*, à une équation différentielle dont l'intégration générale, dans certains cas où elle se simplifie, est étudiée dans le mémoire spécial annoncé plus haut.

Dans sa deuxième méthode, fondée sur l'usage des *coordonnées géodésiques*, l'auteur parvient à dégager, d'un assez grand nombre de relations secondaires, celles qu'il nomme *équations fondamentales*, et d'où se déduit, à son point de vue, toute la théorie des surfaces.

Après avoir interprété géométriquement les fonctions qu'elles renferment, et montré que tout dépend, en définitive, de ces éléments, parfaitement définis, analytiquement et géométriquement, Bour déduit, de ces équations fondamentales, parmi certaines propositions nouvelles, le théorème de Gauss sur la constance de la courbure en chaque point des surfaces qui se déforment ; il les applique ensuite, soit à des problèmes se rattachant directement à la question proposée, soit à d'autres, un peu étrangers peut-être à ce sujet, mais dont la solution prouve bien la puissance de ces équations fondamentales, et confirme l'importance capitale que l'auteur leur attribue. C'est ainsi que, dans un chapitre relatif au

développement des surfaces réglées, Bour commence par déduire des formules la théorie complète de ces surfaces, puis détermine, alors seulement, les surfaces réglées applicables sur diverses surfaces : ellipsoïde de révolution, hyperboloïde à une nappe, héliçoïde réglé.

De même, à l'occasion du développement des surfaces de révolution, dont l'étude lui fournit ses résultats les plus importants, Bour, ayant découvert ce théorème remarquable, que *toute surface héliçoïdale est applicable sur une surface de révolution*, étudie, toujours à l'aide de ses équations fondamentales, les héliçoïdes en général, avant de traiter quelques exemples intéressants. Enfin, s'écartant franchement de l'objet principal de son mémoire, il montre toute l'importance de ses formules fondamentales, en les faisant servir, dans un chapitre épisodique intitulé : *Applications diverses*, à l'étude des surfaces qui ont leurs courbures principales égales et opposées, de celles à courbure moyenne constante, et enfin de celles dont les courbures principales sont partout égales et de même signe. Bour applique aussi, avec un égal succès, les coordonnées symétriques imaginaires à des problèmes du même genre.

La théorie de la déformation des surfaces se termine par l'exposé et l'application de la troisième méthode, signalée au début de cet aperçu. Cette méthode, d'aspect bizarre, qui ne semble, au premier abord, se justifier que par le succès, constitue cependant par ses résultats, d'après son auteur lui-même, ce qu'il y a de plus neuf et de plus inattendu dans toute cette théorie géométrique.

A la fin de ce grand ouvrage, Bour annonçait l'apparition prochaine d'un appendice sur la *Théorie des surfaces caustiques*, théorie qui, suivant ses propres expressions, présente des rapports fort curieux avec celle de la déformation des surfaces. Le temps lui a malheureusement manqué pour achever ce complément de son œuvre.

Dans les séances de l'Académie des sciences des 17 février, 10 et 17 mars 1862, Bour analysa son beau mémoire sur *l'Intégration des équations différentielles partielles du premier et du second ordre*, qui fait suite au précédent, et se trouve, comme celui-ci, dans le 39e cahier du *Journal de l'École polytechnique*.

Après un court exposé de l'état de la question, l'auteur résume et complète ses recherches sur ce vaste sujet; il rappelle le théorème fondamental qu'il avait démontré antérieurement au tome XIV du *Recueil des savants étrangers*, et en déduit une nouvelle méthode d'abaissement des équations différentielles de la dynamique. Passant ensuite aux équations du premier ordre, il applique sa méthode à *l'Intégration des équations différentielles de la ligne géodésique sur une surface quelconque*, problème dont il

avait annoncé la solution comme second appendice au mémoire sur la déformation des surfaces. Il termine par des considérations importantes sur l'intégration des équations du second ordre. A cette occasion, M. Liouville s'est exprimé ainsi (séance du 10 mars 1862 de l'Académie des sciences) :

« ..... Dans les pages peu nombreuses insérées aux Comptes ren-
» dus, chaque mot est une idée. J'ai donc eu le bonheur de voir
» M. Bour répondre entièrement à ce que j'annonçais de lui
» comme rapporteur d'un premier travail présenté à l'Académie
» en 1855. Désormais M. Bour a son rang fixé près des maîtres.
» Il ne s'agit plus d'un jeune homme donnant des espérances,
» mais d'un grand géomètre qui a tenu les promesses brillantes
» de sa jeunesse. »

Bour avait alors trente ans.

A la suite de ces succès, il fut inscrit sur la liste des candidats au fauteuil laissé vacant à l'Académie des sciences par la mort de M. Biot. Ses titres nombreux et brillants semblaient assurer son élection : cependant l'Académie faisant entrer en ligne de compte, outre la valeur des travaux, la durée de la carrière scientifique, crut devoir lui préférer un autre géomètre, qui depuis longtemps s'était fait connaître par de savantes recherches. Pour les amis de Bour, pour l'Académie elle-même, ce n'était que partie remise; à ses yeux, ce fut partie perdue. « Faut-il s'en étonner? » disait quelques années plus tard M. Cournot sur la tombe de son jeune ami. « Nous avons tous nos tristes pressentiments, et quelque chose
» apparemment lui disait trop bien qu'il n'avait pas le loisir
» d'attendre! »

Après cette déception qu'il ressentit trop profondément, Bour ne publia plus qu'un mémoire, inséré en 1863 dans le *Journal de mathématiques* (t. VIII). Ce travail, digne des précédents, se rapporte au *mouvement relatif* dont il parvint à mettre les équations sous la forme canonique; la question se trouva ainsi, au point de vue de l'intégration, ramenée à celle du mouvement absolu. Cette théorie forme dès maintenant un complément indispensable à la mécanique analytique; Bour l'appliqua d'abord au mouvement relatif d'un ensemble de points libres, puis à celui d'un système à liaisons quelconques. Enfin, il se servit de la méthode d'intégration dont il a été question plus haut, à plusieurs reprises, pour traiter quelques problèmes intéressants : mouvement des projectiles dans le vide, en tenant compte du mouvement diurne, et mouvement d'un solide de révolution, puis d'un corps quelconque, libre de tourner autour de son centre de gravité fixé sur la terre.

Au milieu de tant de laborieuses recherches, Bour suivait assidûment les séances de la Société philomathique de Paris, dont il

était membre depuis le 7 avril 1860, et à laquelle il communiqua des notes intéressantes entre autres *sur la composition des rotations, sur les cônes circulaires roulants.*

Le 28 janvier 1865, l'Académie de Besançon décerna le titre de membre associé correspondant à ce jeune géomètre, déjà l'une des gloires de la Franche-Comté.

Dans les dernières années de sa vie, Bour paraît s'être surtout occupé de rédiger, avec un soin infini, pour le publier, le cours de mécanique qu'il professait à l'École polytechnique.

Le premier fascicule de cet ouvrage, contenant la cinématique, a seul paru, quelques mois avant la mort de son auteur; mais le discours préliminaire, chef-d'œuvre de logique et d'érudition, suffit à faire juger de l'esprit de l'œuvre. En quelques pages, claires et concises, Bour définit l'objet de la science, trace les voies par lesquelles elle le poursuit et l'atteint, et parvient à faire pressentir déjà cette admirable unité de la mécanique que la suite de son cours affirmera constamment.

La publication de ces belles leçons, connues seulement jusqu'ici de quelques élèves de l'Ecole polytechnique, sera heureusement continuée, grâce aux soins de l'amitié, sûre de confirmer par une œuvre de plus le témoignage de toutes celles qui perpétueront le nom de Bour.

Bour est mort le 8 mars 1866, dans sa trente-quatrième année, au Val-de-Grâce, où, quelques semaines auparavant, il était allé chercher les soins dont le privait l'absence de sa famille, et le repos indispensable qu'il n'avait pas hésité à sacrifier pour remplir, jusqu'à épuisement de ses forces défaillantes, ses devoirs de professeur. La maladie qui l'a tué, activée, sinon provoquée, par les fatigues de deux grands voyages, l'un en Algérie, pour l'observation de l'éclipse du 18 juillet 1860, l'autre en Asie Mineure, pendant l'été de 1863, pour de longues explorations métallurgiques, minait depuis longtemps cette santé précieuse, lorsqu'a éclaté tout à coup la catastrophe suprême. Nul pourtant ne la pressentait si prochaine parmi ses amis, dont l'espérance obstinée survivait encore à de trop rudes épreuves! « C'est toujours un spectacle douloureux, » a dit M. le colonel Riffault, devant cette tombe sitôt ouverte, « de voir la mort » frapper la jeunesse. Mais combien l'émotion n'est-elle pas plus » profonde quand, à la douleur de la famille, vient s'ajouter un » deuil public, quand celui qui part avant l'heure a déjà donné » le droit de dire sur sa tombe : Une grande intelligence vient » de s'éteindre. » Et, aussi bien, le temps qui amortit les plus cruelles impressions, adoucira sans doute un jour pour la famille et les amis d'Edmond Bour, l'amertume de la perte du fils et de l'ami; il n'affaiblira jamais les regrets qu'a laissés à tous ceux

qui cultivent « ces hautes connaissances, le plus digne, le plus » impérissable objet des efforts de l'homme, » cet esprit éminent, éteint dans la plénitude de sa puissance créatrice. Qu'est-il besoin, d'ailleurs, de redire ces choses à ceux-là mêmes qui, par la plus touchante inspiration, viennent d'adopter, en quelque sorte, la sœur du grand géomètre, de l'ami dont ils déplorent la perte irréparable?

Séance du 22 décembre 1866.

PRÉSIDENCE DE M. LAUSSEDAT.

M. de Saint-Venant communique le résultat de ses recherches sur les pertes de force vive produites par le choc de deux barres d'inégale longueur, de sections égales et de même matière, ou de sections inégales et de matière différente.

M. Janssen lit un rapport sur la candidature de M. Plucker au titre de membre correspondant.

M. de la Gournerie rend compte des principaux travaux en géométrie de M. Plucker.

M. Hollard est nommé membre correspondant.

Séance du 29 décembre 1866.

PRÉSIDENCE DE M. TRANSON.

M. de Caligny fait une communication sur les écluses multiples.

M. Guillemin communique une expérience dans laquelle le passage de la charge électrique d'une bouteille de Leyde dans le fil d'un galvanomètre ne produit aucune déviation, tandis que la même charge, lorsqu'elle est au préalable introduite dans un condensa-

teur à lame mince et à très-grande surface, produit une déviation assez grande.

La déviation augmente à mesure qu'on accroît la surface du condensateur; mais elle atteint bientôt une limite qu'elle conserve pour un accroissement plus grand de la surface condensante.

M. Foucault pense que, dans le cas où l'on fait passer le courant de la bouteille de Leyde dans le fil du galvanomètre, l'électricité passe directement d'une portion du circuit à la partie la plus voisine du même circuit, sans circuler dans toute la longueur du fil.

M. Guillemin croit que l'interprétation de M. Foucault peut être la véritable explication du fait énoncé. Il annonce qu'il répétera bientôt ces expériences et qu'il en rendra compte à la Société.

M. Vulpian fait trois communications : 1° sur la réaction chimique des liquides de l'estomac chez les animaux inférieurs; 2° sur les causes du premier bruit du cœur; 3° sur l'absorption des matières grasses dans l'intestin.

Sur les écluses multiples, par M. A. de Caligny.

M. de Caligny a communiqué dans cette séance quelques observations sur les écluses multiples, pour compléter ses communications précédentes sur ce sujet.

Il généralise ce qu'il a dit sur les écluses doubles. Au moyen d'un seul appareil on peut, dit-il, remplir tous les sas contigus des écluses multiples, en tirant une partie de l'eau du bief inférieur; et les vides, en relevant une partie de l'eau au bief supérieur. Il faut pour cela que le tuyau de conduite principal puisse être mis alternativement en communication avec chacun des sas, les autres sas en étant alternativement isolés, comme il a été expliqué pour les écluses à deux sas contigus.

Quand les sas seront assez nombreux pour que la hauteur totale du tuyau de conduite disposé ainsi depuis le sas supérieur soit plus grande que celle d'une colonne d'eau qui ferait équilibre à la pression atmosphérique, il faudra prendre quelques précautions pour que le vide ne s'y produise en aucune circonstance.

On n'entrera pas ici dans ces détails ; on conçoit d'ailleurs qu'on peut éviter cet inconvénient au moyen de vannes convenablement disposées.

Il est de même à peine nécessaire d'ajouter que, pour d'assez grandes hauteurs, on ne rendra pas en entier mobiles les tuyaux verticaux décrits dans les communications sur les écluses seulement à deux sas contigus. Il suffira de rendre mobile au bas de chacun de ces tubes une vanne cylindrique, ou une soupape de Cornwall. On conçoit même qu'au moyen de certaines précautions, on pourra supprimer en général la partie de ces tubes verticaux supérieure à ces vannes ou soupapes. On peut faire occuper la presque totalité de cette partie supérieure par des pièces fixes; on peut même la supprimer tout à fait, c'est-à-dire la boucher au-dessus de ces vannes ou soupapes.

Le but de cette communication est d'indiquer, autant qu'on peut le faire sans figure, que la forme de l'appareil essayée pour une écluse simple peut être appliquée avec quelques modifications aux écluses multiples.

Quant aux considérations plus délicates communiquées à la Société sur les écluses doubles, l'auteur en les présentant, parce qu'il est d'ailleurs intéressant d'en conserver la trace, abstraction faite de l'utilité qu'elles peuvent avoir, a averti qu'il n'était pas aussi facile d'en prévoir les résultats pratiques avant l'expérience. Il ne croit donc pas devoir s'étendre encore sur le genre d'applications que ces dernières idées pourront avoir quant aux écluses multiples, pour y épargner encore plus d'eau que par le seul emploi du principe de l'appareil dont on a fait l'essai en grand sur une écluse simple; il reviendra ultérieurement sur la partie purement théorique des effets de la force vive des colonnes d'eau.

---

1. *Expériences sur le mode d'absorption des matières grasses dans l'intestin*, par M. Vulpian.

L'année dernière (1865) et cette année (1866), j'ai fait, à plusieurs reprises, des expériences relatives à l'absorption

des matières grasses dans le canal intestinal. Je ne puis pas exposer ici, avec tous leurs détails, les résultats de ces expériences ; je n'en mentionnerai que les principaux.

On sait aujourd'hui que les matières grasses sont absorbées sans avoir subi de modifications chimiques ; c'est ce que les recherches de MM. Bouchardat et Sandras ont démontré d'une façon décisive. La plupart des physiologistes admettent aussi que c'est sous forme de globules extrêmement ténus que ces matières pénètrent d'abord dans l'épithélium intestinal, puis passent de proche en proche au travers du tissu des villosités (Mammifères) pour se rendre dans les origines des vaisseaux chylifères.

Si les expériences de Herbst, d'Œsterlen, sur la pénétration des particules solides (charbon porphyrisé, amidon, bleu de Prusse); si celles de M. Marfels sur la pénétration du pigment choroïdien dans l'épithélium intestinal et de là dans le sang; si surtout les faits publiés par MM. Moleschott et Marfels sur l'entrée des globules sanguins de brebis dans ce même épithélium, et de là dans le sang, n'avaient pas été contestés, rien ne serait plus naturel que d'admettre que les choses se passent de la même façon, lorsqu'il s'agit des particules graisseuses résultant de l'émulsion de la graisse par le suc pancréatique. Mais il n'en est pas ainsi, et, avant de discuter sur le mode de pénétration des particules solides dans l'épithélium intestinal, il faut bien savoir que cette pénétration est loin d'être admise par tous les physiologistes. MM. Donders et Mensonides, Hollander, Mialhe, Bérard et autres, ont fait des expériences qui contredisent complétement celles des auteurs précités, et je puis ajouter que des recherches qui remontent déjà à plusieurs années m'ont conduit également à des résultats négatifs, relativement du moins au noir de fumée et aux globules sanguins. J'injectais du sang de Mouton ou de Lapin dans le canal digestif de Grenouilles ou de Crapauds, et je n'ai jamais pu constater le passage d'un seul des globules de ce sang dans les voies circulatoires des Batraciens mis en expérience. Dans un cas seulement, et ce fait n'a aucune signification dans la question pendante, j'ai trouvé des granulations de matière colorante du sang dans les cellules épithéliales de l'intestin et dans le tissu sous-jacent.

Quant à mes expériences récentes, relatives à l'absorption des matières grasses dans l'intestin, je les ai instituées aussi sur des Grenouilles et des Crapauds, mais dans les conditions suivantes. J'empoisonnais ces animaux avec du curare ; puis, lorsque l'intoxication était complète, la paroi abdominale était fendue longitudinalement un peu à gauche de la ligne médiane, pour éviter la veine médiane sous-pariétale ; la partie de l'intestin la plus rapprochée de l'estomac était tirée hors de l'abdomen, et, après l'avoir ouverte longitudinalement, on plaçait en contact direct avec la membrane muqueuse, soit des poudres diverses, soit de l'huile émulsionnée dans de l'eau gommée, ou non émulsionnée. On avait eu soin auparavant d'éponger la membrane muqueuse pour enlever les mucosités qui la baignaient. On laissait ensuite les animaux sur une soucoupe, en les recouvrant d'un vase renversé pour prévenir une évaporation trop rapide, et on humectait même leur peau tous les jours avec une petite quantité d'eau. Grâce à ces précautions, la respiration cutanée persistait, le cœur continuait à battre pendant plusieurs jours, au bout desquels les animaux revenaient souvent à la vie.

Dans une première série d'expériences, j'avais déposé sur la membrane muqueuse intestinale des poudres de vermillon ou d'outremer, ou bien du noir de fumée. L'examen attentif des villosités papilliformes de l'intestin, fait après 3, 4, 5 jours et plus, n'a jamais montré des particules de ces substances, soit dans l'épithélium, soit au-dessous de cette couche.

Dans d'autres séries d'expériences instituées de la même façon, on a mis sur la muqueuse duodénale de l'huile d'œillette. Mais il fallait d'abord s'assurer que le fait seul de l'exposition de la membrane muqueuse à l'air n'était pas une cause de formation de globules graisseux dans l'épithélium intestinal, ou dans le tissu sous-jacent. Or, les expériences précédentes m'avaient fait voir qu'il n'en était rien, car l'épithélium non-seulement ne contenait aucune particule des poudres avec lesquelles il était en contact, mais encore ne renfermait point de granulations graisseuses. Je pus donc faire alors les expériences que j'avais projetées. Je fis une émulsion d'huile d'œillette dans de l'eau gommée, et j'en

mis une petite quantité sur la membrane muqueuse duodénale de Crapauds et de Grenouilles. Les canaux pancréatiques n'étaient point liés. Au bout de vingt-quatre heures, mais surtout au bout de quarante-huit heures, la membrane muqueuse avait déjà pris une teinte un peu blanchâtre. Cette teinte augmentait les jours suivants : elle était surtout marquée au sommet des plis formés par la membrane muqueuse. Le microscope montrait l'existence de nombreuses et fines granulations graisseuses dans les cellules épithéliales, surtout au sommet des villosités. On ne voyait pas de granulations analogues dans les vaisseaux sanguins formant des arcades réticulées dans ces villosités ; mais dans quelques-unes on a aperçu des traînées profondes de granulations graisseuses et l'on s'est demandé si l'on n'avait pas là sous les yeux des passages lymphatiques.

Les résultats ont été à peu près les mêmes, mais un peu moins rapides pourtant, lorsque l'huile déposée sur la membrane muqueuse n'était point émulsionnée.

Enfin tout s'est passé de même encore, lorsque le canal cholédoque et les canaux pancréatiques avaient été liés préalablement.

Si l'on voulait tirer de ces expériences les déductions qui paraissent en découler naturellement, on serait entraîné à établir : 1° que la pénétration des matières grasses dans l'épithélium intestinal et probablement dans les tissus sous-jacents peut avoir lieu sans intervention d'une pression déterminée par les contractions de l'intestin ; 2° que ce résultat peut se produire même alors que les matières grasses n'ont pas été émulsionnées artificiellement avant d'être mises en contact avec la membrane muqueuse; et 3° qu'il a lieu encore sans intervention, soit de la bile, soit du fluide pancréatique. Ce serait donc le suc intestinal qui semblerait jouer le principal rôle dans ce cas.

Mais, en réalité, je ne crois pas que de pareilles expériences, quelle que soit leur valeur apparente, puissent jeter un grand jour sur le phénomène si obscur de l'absorption des matières grasses. On voit là une apparition de globules et de granules graisseux dans l'épithélium intestinal, et par conséquent on reproduit par l'expérimentation ce qui a été observé par tous les physiologistes, ce que j'ai vu bien sou-

vent moi-même chez les Mammifères pendant la période d'absorption des produits de la digestion. Chez le Chien, par exemple, soumis au régime exclusif de la chair crue ou cuite, on trouve à ce moment des granulations graisseuses dans l'épithélium; on peut en voir même, rarement il est vrai, dans la mince couche d'aspect vitreux qui forme le bord libre des cellules épithéliales ; on en aperçoit facilement çà et là dans le tissu sous-épithélial des villosités. Et ce sont ces observations qui ont servi de point de départ à toutes les tentatives d'explication relativement au mode d'absorption des matières grasses.

Je ne crains pas de dire qu'il n'est pas démontré du tout que les matières grasses soient absorbées sous cette forme. Il est très-possible que ces globules graisseux se produisent par une nouvelle agglomération de molécules graisseuses ayant pénétré dans les éléments anatomiques sous des dimensions inappréciables pour nos instruments grossissants ; il n'est même pas absolument invraisemblable qu'il y ait là une simple formation concomitante de matières grasses, plus ou moins différentes de celles qui pénètrent dans les chylifères. Toujours est-il que l'on se tromperait beaucoup si l'on supposait que c'est sous forme de globules facilement visibles que les matières grasses pénètrent dans ces vaisseaux. C'est ainsi pourtant, mais bien à tort, que des physiologistes se représentent le phénomène. Il faut bien savoir que le chyle le plus blanc pris sur des Chiens ou des Lapins, et examiné à de forts grossissements, ne contient que de très-rares granules graisseux visibles et en nombre tout à fait insuffisant pour donner la raison de l'aspect laiteux de ce liquide. Cet aspect n'est d'ailleurs pas dû non plus aux noyaux lymphatiques et aux globules blancs qu'on trouve dans le chyle ; il dépend sans doute en grande partie de la matière grasse absorbée, matière formant un suspensum particulier, analogue à celui que produit la matière glycogène dans les décoctions du foie; et, je le répète, les fines molécules de ce suspensum ne peuvent point être vues nettement à l'aide du microscope. Le sérum blanchâtre qui se sépare du caillot lorsque le chyle est coagulé, passe sans la moindre modification au travers des filtres. Il y a une bien grande différence entre ce liquide et celui qu'on obtient en faisant une émulsion d'huile

dans du suc pancréatique artificiel. Cette émulsion doit son aspect à l'existence de fines gouttelettes de matières grasses en suspension parfaitement distinctes, et se rapproche par conséquent sous ce rapport du lait lui-même.

J'ajoute à ce que je viens de dire que la coloration lactescente du chyle ne me paraît pas due entièrement à de la matière grasse en suspension dans la lymphe des vaisseaux chylifères, car on ne réussit pas, au moyen de l'éther sulfurique, à détruire complétement cette coloration. Il y a vraisemblablement une autre substance qui concourt à la produire et sur laquelle l'éther n'a point d'action.

En résumé, je crois que nos connaissances sur la composition du chyle sont encore très-imparfaites ; et, d'autre part, relativement au mécanisme de l'absorption des matières grasses, il me semble qu'il faut ou bien abandonner les explications auxquelles on s'est rattaché assez généralement dans ces dernières années, ou bien les modifier pour les mettre d'accord avec les faits que j'ai consignés dans cette note. Et les expériences dont j'ai indiqué les résultats peuvent servir à jeter du jour non pas sur le mécanisme même de cette absorption, mais sur les phénomènes concomitants qui se manifestent dans les éléments anatomiques par la médiation desquels elle se fait.

II. *Expériences sur la cause du premier bruit ou bruit systolique du cœur, et sur le mécanisme du choc de cet organe contre la paroi thoracique*, par M. Vulpian.

Un grand nombre de physiologistes admettent actuellement que le premier bruit du cœur, le bruit systolique, est en partie un bruit solidien, dû à la contraction même des ventricules du cœur, et semblable, au moins comme cause, à celui qui se produit dans tous les muscles au moment de leur contraction. Les expériences du Comité de Londres ne sauraient laisser de doutes à cet égard. On sait que les membres de ce comité ont entendu ce bruit d'une façon très-distincte sur le cœur de Mammifères (Anes), enlevé de la cavité thoracique, et par conséquent dans des conditions où le liquide sanguin ne pouvait plus jouer aucun rôle. Ces expériences ne paraissent pas cependant avoir fait sur tous les esprits l'im-

pression qu'elles auraient dû produire, car on voit encore tous les jours invoquer d'autres théories pour l'explication de ce bruit systolique du cœur. Appelé à parler, dans mon cours de 1865, des bruits cardiaques, j'ai dû chercher à répéter les diverses expériences faites sur ce sujet ; et soit alors, soit depuis, j'ai obtenu souvent les mêmes résultats que les membres du Comité de Londres. J'ai même poussé les expériences un peu plus loin et j'ai pu montrer ainsi que d'autres théories, qui pouvaient subsister encore, même en présence des faits constatés à Londres, devaient être abandonnées aussi, en tant du moins qu'elles auraient la prétention de suffire à l'explication du premier bruit du cœur.

Mes expériences ont été faites, comme plusieurs de celles du Comité de Londres, sur des animaux empoisonnés par du curare et dont la circulation était entretenue au moyen de la respiration artificielle. Les animaux soumis à ces recherches étaient tous des Chiens d'assez forte taille. Ils avaient en général servi à d'autres expériences avant que le cœur fût mis à nu, et ce n'est le plus souvent qu'après une heure, quelquefois deux heures de respiration artificielle, que la cavité thoracique était ouverte. On agissait ainsi afin de laisser l'animal se refroidir peu à peu, et dans ces conditions, ainsi qu'on l'a déjà remarqué, le cœur acquiert une bien plus grande résistance aux causes d'arrêt de ses mouvements que dans l'état normal. La plupart des résultats que je vais indiquer n'auraient certainement pas pu être constatés si le cœur avait été mis à découvert immédiatement après l'empoisonnement.

Un premier fait qui m'a frappé, c'est que, lorsque le cœur est mis à nu par l'ablation du plastron sternal, le second bruit du cœur devient très-difficile à percevoir. Dans la plupart des cas, je venais d'appliquer le stéthoscope sur la paroi thoracique; j'avais entendu et fait entendre aux assistants les deux bruits du cœur: dès que le cœur était à nu et que le péricarde avait été ouvert, je plaçais le stéthoscope directement en contact avec la face antérieure de la masse ventriculaire, près de l'origine des artères pulmonaire et aorte, et je n'entendais plus distinctement que le premier bruit. On n'entendait pas non plus le second bruit si l'on auscultait le cœur au travers de la paroi thoracique, en l'appliquant avec la main contre cette paroi.

Dans un certain nombre d'expériences, j'ouvrais largement les deux ventricules, en les fendant avec des ciseaux parallèlement à la cloison interventriculaire, de la pointe vers la base, et en faisant ainsi une ouverture pouvant admettre facilement trois doigts. Immédiatement un flot de sang s'échappait dans les cavités pleurales ; toute circulation cessait, mais le cœur continuait à se contracter très-régulièrement, souvent pendant plus de deux minutes , et l'on avait le temps de l'ausculter et de le faire ausculter par plusieurs personnes. Toujours nous avons entendu très-nettement le premier bruit du cœur avec ses caractères normaux. On ne percevait d'ailleurs aucun son qui rappelât le second bruit cardiaque.

Dans d'autres expériences, j'enlevais le cœur en coupant les gros vaisseaux auprès de leurs points d'origine ou de terminaison. Je le posais sur une table ou sur ma main, et dans ces cas encore le stéthoscope appliqué sur la masse ventriculaire permettait d'entendre distinctement le premier bruit. En environnant autant que possible le cœur avec ma main gauche, et en plaçant le stéthoscope sur la face dorsale de cette main renversée, j'ai pu entendre aussi et faire entendre le bruit systolique.

Mais je suis allé plus loin. Le cœur étant dans ma main, j'ai fendu largement les deux ventricules. Le premier bruit persistait. J'ai coupé alors à l'aide de ciseaux tous les cordages tendineux des valvules auriculo-ventriculaires ; le bruit n'avait pas disparu ; enfin, achevant de fendre en avant et en arrière le ventricule gauche, de façon à renverser complétement en dehors toute la paroi de ce ventricule, ainsi détachée de la cloison interventriculaire, j'ai vu les contractions de ce tronçon du cœur continuer pendant plusieurs secondes, temps suffisant pour me permettre de reconnaître et de faire constater par deux autres personnes que ces contractions s'accompagnaient encore d'un bruit exactement semblable, sauf un peu moins d'intensité, à celui qu'on avait perçu sur le cœur non mutilé. Le stéthoscope était appliqué sur la face interne de la paroi ventriculaire.

Tels sont les faits que j'ai cru devoir consigner dans cette note : ils montrent clairement, ce me semble, que le bruit systolique du cœur était bien dû, dans les expériences du Comité de Londres, à la contraction ventriculaire elle-même

et non pas à la tension des valvules auriculo-ventriculaires, ni au choc des parois ventriculaires contre elles-mêmes ou contre les piliers charnus des valvules.

Avant de faire ces expériences sur la cause du premier bruit du cœur, j'ai le plus souvent cherché à étudier le mécanisme du battement du cœur contre la paroi thoracique, et je suis arrivé à me convaincre que la théorie défendue par MM. Chauveau et Faure est en réalité celle qui est le mieux d'accord avec les résultats de l'observation directe. Lorsque la cavité thoracique était ouverte, il était facile d'appliquer le cœur contre la face interne des côtes du côté gauche, en le soulevant avec une main passée au-dessous de lui. On sentait très-bien alors avec l'autre main placée sur la face externe du thorax, au même niveau, un battement tout à fait semblable à celui qui a lieu dans l'état normal. On pouvait voir que ce battement était produit par la pression qu'exerçait contre le thorax le cœur au moment de la systole, en se durcissant et en passant d'une forme presque aplatie à une forme arrondie. Le durcissement du cœur paraissait se faire de la base vers la pointe, celle-ci venant presser la dernière contre la paroi thoracique, pendant que la base tendait à s'en éloigner. Lorsque la cavité thoracique n'est pas ouverte, le cœur se trouve dans des conditions analogues à celles où je le plaçais pour ces démonstrations, car il est situé entre la paroi thoracique et les organes qui sont en arrière de lui, organes qui le maintiennent appliqué en partie contre cette paroi. L'effet de sa contraction doit donc offrir une grande similitude avec celui que nous observions dans nos expériences.

Enfin, dans ces conditions expérimentales, j'ai pu faire constater de la façon la plus nette que le premier bruit et le choc du cœur coïncident très-exactement avec la systole ventriculaire.

III. *Sur la réaction des liquides du canal digestif chez les larves de* Corethra plumicornis, par M. Vulpian.

La transparence complète de ces larves permet d'étudier facilement leur structure et de suivre les divers phénomènes qui se manifestent dans leur canal digestif. J'ai mis à profit

ces conditions pour chercher à déterminer si les liquides sécrétés dans le canal digestif sont neutres, acides ou alcalins. J'ai placé un certain nombre de ces larves dans de l'eau fortement teinte en bleu par du tournesol. Au bout de plusieurs jours, l'examen de ces larves à l'aide du microscope a permis de constater que leur canal digestif contenait du liquide bleu. Ce liquide était bleu dans toute la longueur de ce canal, soit dans l'œsophage, soit dans l'intestin proprement dit, où il était surtout abondant, soit même dans le gros intestin, en arrière du lieu d'abouchement des tubes de Malpighi.

D'autres larves ont été mises dans un autre vase contenant la même teinture de tournesol; mais cette teinture avait été rendue rouge par l'addition de quelques gouttes d'une solution aqueuse d'acide tartrique. Or, après cinq ou six jours, on ne trouvait de liquide rouge dans aucune de ces larves, et plusieurs d'entre elles contenaient un liquide bleu qui était évidemment de la teinture de tournesol ramenée au bleu par les fluides du canal digestif.

Ces observations ont été répétées, et avec les mêmes résultats, sur des larves qui avaient en même temps avalé des Infusoires ou des Entomostracés, et qui, par conséquent, étaient dans une période de digestion.

J'ai cherché aussi ce que devient la solution aqueuse de carmin dans ces conditions, et j'ai vu qu'elle subit une modification; elle prend évidemment une teinte plus sombre. Or, cette modification ne provient pas simplement de l'action d'une substance alcaline, car, hors du corps de ces animaux, l'addition de soude au liquide carminé ne produit rien de semblable.

Mais, pour en revenir aux expériences faites avec la liqueur de tournesol, il en résulte que les liquides sécrétés par les parois du canal digestif chez les larves de *Corethra plumicornis*, même pendant la période de digestion, offrent une réaction alcaline.

TABLE DES MATIÈRES

(1866)

PREMIÈRE SECTION. — SCIENCES MATHÉMATIQUES.

BRETON (P). — Sur les théorèmes applicables au lavis..... 28
COLLIGNON. — Sur l'emploi d'un triangle plan pour représenter les différentes valeurs du moment d'inertie d'un corps solide autour d'axes passant par un même point fixe..... 49
CORNU. — Sur un nouveau système de projection de la sphère..... 111
DARBOUX. — Sur les surfaces orthogonales..... 16
GILBERT. — Sur les équations fondamentales de la théorie analytique de la chaleur..... 19
HAAG. — Sur les rayons de courbure..... 25
MANNHEIM. — Remarques sur un théorème de M. Haag..... 27
— Sur une nouvelle méthode de normales aux lignes ou surfaces décrites pendant le déplacement continu d'un corps solide... 79
SERRET (P). — Théorèmes relatifs aux courbes et surfaces algébriques..... 98
TRANSON (A). — Explications relatives à la projection gauche..... 8

DEUXIÈME SECTION. — SCIENCES PHYSIQUES.

CALIGNY (A. de). — Considérations relatives aux frottements de l'eau sous de très-grandes pressions..... 2
— Sur la manière d'amorcer un syphon par le mouvement acquis d'une colonne liquide de bas en haut..... 11
— Observations relatives à la théorie de la houle..... 22
— Sur un moyen de faire des épuisements à toutes les profondeurs par l'action d'une force motrice..... 41,47

CALIGNY (A. de). — Remarques sur le mouvement des ondes..... 71
— Sur le mode de génération des tourbillons dans les matières en fusion souterraines et sur un plan général d'observations à faire relativement à la manière dont le mouvement se propage pendant les tremblements de terre..... 103
— Sur les écluses simples et doubles..... 115
— Sur les écluses multiples..... 129
FRIEDEL et LADENBURG. — Note sur un nouvel hydrocarbure de la série $C^n H^{2n}$..... 106
GUILLEMIN. — Influence de la configuration des conducteurs sur l'intensité de la batterie électrique..... 61
— Sur les essais de parafoudres destinés à protéger les postes télégraphiques..... 113
JANSSEN. — Sur l'origine aqueuse des raies telluriques du spectre solaire. 95
LAURENT. — Sur le sondage de la place Hébert..... 44
— Sur les appareils destinés à puiser l'eau à de grandes profondeurs. 74
MERCEY (de). — Sur la division de la formation cristalline sur la bande occidentale des Maures..... 86

TROISIÈME SECTION. — SCIENCES NATURELLES.

ALIX. — Sur les organes de parturition chez les Kanguroos..... 4,15
— Sur le membre abdominal du Phalanger fuligineux; muscle carré pronateur à la face dorsale de la jambe; os sésamoïde et fibro-cartilage inter-articulaire dans l'articulation du pied avec la jambe..... 54
— Sur l'absence de l'accessoire du fléchisseur perforé chez certains oiseaux percheurs. 59
— Sur un squelette de Chimpanzé provenant du Gabon. 81
BERT. — Sur la membrane du vol du Phalanger volant. 7
PRILLIEUX. — Observations générales sur l'organisation des racines des Orchidées. 63
VAILLANT. — Sur le développement du *Polycelis lævigatus*, Quatrefages. 66
VULPIAN. — Expériences sur le mode d'absorption des matières grasses dans l'intestin. 130
— Expériences sur la cause du premier bruit ou bruit systolique du cœur, et sur le mécanisme du choc de cet organe contre la paroi thoracique. 135
— Sur la réaction des liquides du canal digestif chez les larves de *Corethra plumicornis*. 138

NOTICE NÉCROLOGIQUE

Notice biographique sur Edmond Bour. 119

IMPRIMERIE CENTRALE DES CHEMINS DE FER. — A. CHAIX ET Cᵉ, RUE BERGÈRE, 20.

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS.

Séance du 5 janvier 1867.

PRÉSIDENCE DE M. GAUDRY.

L'ordre du jour appelle la nomination du président pour le premier semestre de l'année 1867, du secrétaire et de l'archiviste.

Sont nommés :

Président, M. A. Gaudry;
Secrétaire, M. Fischer;
Archiviste, M. Alix.

Il est procédé à l'élection de M. Plucker, comme membre correspondant.

M. Janssen fait une communication relative aux dernières expériences de M. Plucker. Si, dans un tube où le vide est produit, des fils de platine sont placés en regard l'un de l'autre, écartés très-légèrement et mis en communication avec une bobine Ruhmkorff, ils arrêtent l'étincelle électrique; néanmoins, les pôles s'illuminent, mais il y a renversement des pôles.

M. Guillemin entretient la Société des phénomènes anormaux qu'il a observés dans la graduation du galvanomètre. Il attribue les anomalies observées à cette circonstance, que le fil de cuivre a été tiré dans une filière d'acier et qu'il est devenu magnétique. Les accroissements de déviation s'augmentent alors avec la déviation elle-même. On devra donc rejeter ces fils magnétiques.

M. Cornu indique les modifications qu'il a fait subir à l'appareil d'Arago, destiné à éliminer l'influence de la condensation des gaz sur les parois.

Modification de l'appareil d'Arago pour éliminer l'influence de la condensation des gaz sur les parois, par M. A. Cornu.

On a accordé aux parois des vases qui contiennent les gaz une influence assez considérable, puisqu'on a été jusqu'à leur attribuer les perturbations de la loi de Mariotte : il est peu de cas où l'on puisse éliminer cette influence. Voici une disposition expérimentale qui remplit cette condition.

Ce sont les tubes d'Arago traversés par les deux rayons qui interfèrent, et qui donnent naissance aux franges dont on mesure les déplacements. Les tubes sont fermés par deux glaces parallèles : on objecte qu'il y a condensation des gaz sur leurs parois intérieures, condensation variable avec la pression, de sorte que la différence de marche des rayons se trouve produite non-seulement par le passage à travers les deux colonnes de gaz, mais par les couches gazeuses condensées inégalement sur les deux lames.

On rend cet appareil indépendant de cette cause d'erreur en interposant sur le trajet des deux faisceaux un second système de deux tubes, analogues au premier, mais de longueur beaucoup moindre : la communication entre eux est croisée; le petit tube de gauche, par exemple, communique avec le grand tube de droite, et réciproquement.

Il n'est pas difficile alors de voir que l'effet optique est produit par la différence des longueurs de tube, et que l'influence des parois est complétement éliminée.

Cette disposition élimine aussi les perturbations qui proviennent de l'inégalité de température aux extrémités des tubes, quand on opère sans envelopper complétement l'appareil dans un bain.

Ainsi disposés, les tubes d'Arago, fonctionnant avec le dispositif de M. Jamin pour la production des franges, peuvent facilement montrer l'augmentation de l'indice de réfraction de l'air et de l'acide carbonique avec la pression même dans l'intervalle très-restreint d'une atmosphère. Je ne suis pas encore parvenu à obtenir des résultats très-précis avec l'hydrogène, à cause des difficultés que présente la fermeture

hermétique de l'appareil : la rentrée de l'air par des fissures imperceptibles occasionne des perturbations qui sont nulles, ou faciles à éliminer lorsqu'on opère avec l'air, très-faibles pour l'acide carbonique, mais qui masquent les phénomènes dans le cas de l'hydrogène.

Séance du 12 janvier 1867.

PRÉSIDENCE DE M. GAUDRY.

M. Fernet expose les résultats d'un nouveau perfectionnement apporté à la galvanisation, qui permet de reproduire des statues de 4 ou 5 mètres de haut en une seule pièce.

Séance du 19 janvier 1867.

PRÉSIDENCE DE M. GAUDRY.

M. Fischer fait une communication sur les Cétacés du golfe de Gascogne et les pêches qu'on a pratiquées dans cette région jusqu'au siècle dernier.

M. Gaudry rend compte des découvertes de M. Bourgeois sur la coexistence de l'Homme et de la faune fossile des sables de Saint-Prest. L'âge de l'Homme serait ainsi reculé à l'époque pleistocène.

M. Guillemin expose la disposition des parafoudres adoptés par l'administration des lignes télégraphiques.

M. Dausse analyse les travaux de M. Desjardins sur les procédés employés par les navigateurs anciens et modernes, à l'effet de franchir l'embouchure des fleuves de la Méditerranée.

M. Laurent donne quelques détails sur les ensablements de la jetée de Port-Saïd.

M. Cornu fait part de ses recherches sur la mesure du plan de polarisation et sur les erreurs qu'il a relevées en employant les prismes de Nicol.

Sur les parafoudres, résumé d'une communication faite par M. A. Guillemin.

D'après les expériences de M. Guillemin, le parafoudre dit *à lame de papier* serait celui qui préserve le mieux les employés et les appareils des coups foudroyants de l'électricité atmosphérique. L'administration des lignes télégraphiques en adopte l'usage pour tous les bureaux sans exception, et c'est heureusement le parafoudre le moins coûteux. D'autres paratonnerres sont employés concurremment avec celui-ci, dans le cas où une faible tension électrique pourrait être nuisible, comme dans les câbles sous-marins et dans les fils souterrains.

Le parafoudre à lame de papier se compose de deux plaques de laiton bien planes, de 25 à 30 centimètres carrés de surface, placées l'une sur l'autre et séparées par une lame de papier; l'une des plaques métalliques communique avec la ligne, l'autre avec la terre. Dès qu'une tension un peu forte se produit sur le fil de ligne, des étincelles éclatent entre les deux plaques, en perforent le papier, et l'électricité de tension s'écoule dans la terre avec facilité.

Le papier est hygrométrique; lorsqu'il est humide il perd une partie notable du courant de la pile qui est destiné à animer le récepteur. Il parait même que l'étincelle électrique charbonne le papier lorsqu'elle éclate sur les bords des plaques métalliques. Le charbon qui résulte d'une combustion incomplète aurait, si le fait est bien observé, l'inconvénient d'établir une assez bonne communication de la ligne avec la terre.

M. Guillemin a proposé de remplacer la lame de papier par une lame de mica très-mince. Le mica isole mieux: il n'est pas hygrométrique; il ne peut pas donner du charbon

puisqu'il est de nature minérale; d'ailleurs son clivage facile permet d'avoir des lames aussi minces qu'une feuille de papier.

L'administration des lignes télégraphiques placera bientôt un certain nombre de ces parafoudres à lame de mica dans les localités qui sont le plus souvent frappées par la foudre. L'expérience démontrera si réellement la modification proposée par M. Guillemin donne les bons résultats qu'on est en droit d'espérer.

De l'emploi des prismes de Nicol dans les mesures précises de polarisation, par M. Cornu.

Lorsqu'on se sert de prismes de Nicol comme polariseurs ou analyseurs dans les mesures précises d'optique, on peut constater une anomalie assez étrange au premier abord : les azimuts d'extinction n'ont pas lieu à 188° de distance exactement; l'erreur peut s'élever à plusieurs dizaines de minutes.

Cette erreur devrait faire renoncer à l'usage des prismes de Nicol, si l'on n'en pouvait découvrir la cause, l'atténuer, puis l'éliminer.

L'anomalie que je viens de citer m'a longtemps arrêté : mais j'ai fini par en trouver l'explication que voici.

L'axe de rotation du prisme ou plutôt de l'alidade sur lequel le prisme est porté ne coïncide pas avec le plan de la section principale : dès lors le rayon qui traverse suit des chemins différents dans le prisme suivant l'azimut, et la polarisation qu'il éprouve n'est pas parallèle au plan de symétrie optique du cristal.

Lorsque les traces d'entrée et de sortie du prisme sont bien parallèles, on peut par tâtonnements arriver à le régler; en général, l'erreur ne sera qu'atténuée, mais non annulée. On l'élimine en procédant par observations croisées. En effet, il est facile de démontrer par un calcul très-

simple ou par l'observation directe que l'erreur ε sur l'azimut normal est donnée par la formule

$$\varepsilon = A \cos (\zeta + \alpha)$$

A et α étant des constantes, ζ l'azimut observé.

On en déduit aisément que la moyenne des lectures des azimuts, qui devraient différer rigoureusement de 180°, donne, après soustraction de 90°, l'azimut réel.

En résumé, l'erreur s'éliminera d'elle-même si l'on choisit pour la mesure des azimuts la moyenne des deux positions d'extinction, soit pour l'analyseur, soit pour le polariseur.

Séance du 26 janvier 1867.

PRÉSIDENCE DE M. GAUDRY.

M. Alix présente à la Société ses observations sur la structure et la physiologie des narines de l'Hippopotame.

M. Mannheim fait une communication sur la surface des ondes.

M. Dausse ajoute quelques détails à sa communication de la séance précédente sur les procédés employés par la navigation pour franchir l'embouchure des fleuves de la Méditerranée.

Rapport de M. Moutard, au nom de la commission chargée de présenter un candidat dans la première section.

Séance du 2 février 1867.

PRÉSIDENCE DE M. GAUDRY.

M. Guillemin expose quelques recherches nouvelles relatives à l'induction.

M. A. Milne-Edwards fait connaître un nouveau Rongeur qu'il appelle *Lophiomys Imhausii.*

Sur la décharge de la bouteille de Leyde, résumé d'une communication faite par M. A. Guillemin.

Les faits d'expérience développés par M. Guillemin peuvent se résumer dans les propositions suivantes :

1° Deux courants instantanés parallèles, qui marchent dans le même sens, gênent naturellement leur propagation ;

2° Deux courants parallèles, qui marchent en sens contraire, facilitent mutuellement leur propagation;

3° Un fil conducteur, enroulé en hélice, laisse passer moins facilement le courant instantané que le même fil étendu en ligne droite; mais si le pas de l'hélice est assez grand, l'effet contraire se produit;

4° Lorsqu'une hélice de fil de cuivre, armée d'un faisceau de fils de fer, transmet le courant instantané à un fil métallique d'un très-faible diamètre, elle diminue les effets de température, non-seulement pour le courant qu'elle transmet, mais encore pour tout conducteur qui dérive une partie de ce courant;

5° Un fil de fer rectiligne agit comme l'hélice armée de fer;

6° Deux bobines d'induction sont disposées de manière à recevoir le courant de la même pile renau intermittent par un interrupteur. Chaque bobine est en communication avec une boussole des sinus ou des tangentes. Si, après avoir observé les déviations, on vient à introduire un faisceau de fils de fer dans l'une des bobines, on voit non-seulement la déviation baisser de ce côté, mais encore dans l'autre bobine. Les déviations restent à peu près les mêmes, si l'on porte le faisceau de fils de fer de l'une des bobines dans l'autre.

Sur un nouveau Rongeur, par M. Alphonse Milne-Édwards.

M. Albert Geoffroy-Saint-Hilaire, directeur du Jardin d'acclimatation, m'a remis dernièrement le corps d'un Rongeur qui me paraît tout à fait nouveau pour la science et qui devra même être considéré comme le type d'un groupe parfaitement distinct de toutes les familles déjà établies dans cet ordre de Mammifères.

Cet animal, auquel je propose de donner le nom de *Lophiomys Imhausii*, est couvert de poils soyeux très-longs et mélangés de blanc et de noir; ceux du dos se relèvent en crête depuis le dessus de la tête jusqu'à l'extrémité de la queue; ils sont séparés de ceux des flancs par un espace garni de poils beaucoup plus courts, cassants et d'un gris fauve. La queue est longue, couverte dans toute son étendue de poils de même nature que ceux du corps, et elle n'est pas prenante comme celle des Coindous.

La formule dentaire est la même que celle des Rats et des Hamsters, mais la disposition des replis de l'émail est bien différente.

Les caractères fournis par l'étude anatomique sont non moins remarquables. Le crâne présente en dessus une espèce de bouclier qui s'étend de chaque côté, au-dessus des fosses temporales, à peu près comme chez les Tortues, et qui, de même que presque tout le reste de la tête, est couvert de granulations fines et régulières. Les clavicules sont rudimentaires. L'estomac est très-allongé, uniloculaire; sa tunique muqueuse présente le long de la petite courbure un sillon en forme de gouttière qui s'étend du cardia jusque dans la région pylorique; celle-ci est très-musculaire et communique par un orifice étroit avec un appendice en forme de doigt de gant dont les parois sont épaisses et extrêmement glanduleuses. Un second orifice existe un peu plus près du pylore, mais il ne sert d'ouverture qu'à des cryptes logés dans l'épaisseur des parois de l'estomac. Les autres appareils organiques présentent des caractères moins saillants, mais qui ne sont cependant pas sans intérêt, et que je ferai connaître

dans un mémoire plus détaillé. La provenance du *Lophiomys Imhausii* est douteuse; cependant, d'après les renseignements qui m'ont été fournis, je suis porté à croire qu'il est originaire d'Asie.

Sur un nouveau système d'écluses de navigation, résumé d'une communication faite par M. A. de Caligny.

Communication a été faite dans cette séance par M. A. de Caligny du résumé *officiel* du rapport fait au ministre de l'agriculture, du commerce et des travaux publics, par une commission d'ingénieurs des ponts et chaussées sur le fonctionnement d'une de ses machines hydrauliques ayant pour objet :

1° Pendant la vidange des écluses, de faire remonter dans le bief d'amont une partie des eaux du sas;

2° Pendant le remplissage, de se servir dans une certaine proportion des eaux du bief d'aval pour coopérer à ce remplissage.

Voici le résumé qu'a envoyé de ce rapport M. Dumoustier, chef de division au ministère :

« Le rapport dit au début quelles ont été les dispositions prises dans les bassins de Chaillot pour y faire une application du mécanisme inventé par M. de Caligny; il donne ensuite la description de ce mécanisme et s'explique sur la manière dont il faut le faire fonctionner; il constate qu'eu égard aux dimensions des bassins, aux volumes d'eau employés, à la longueur et au diamètre de la conduite qui fait communiquer le bief d'amont avec celui d'aval, les résultats des expériences peuvent être considérés comme étant très-sensiblement les mêmes que ceux qu'on obtiendrait dans la pratique ordinaire.

» Il rend compte ensuite des expériences faites sous les yeux de la commission.

» Eu égard aux dispositions locales adoptées pour ces expé-

riences, la chute de l'amont à l'aval doit être considérée comme ayant une valeur de $1^m,58$.

» Le nombre de périodes employé pour faire fonctionner l'appareil a été de douze; la durée moyenne de chacune a été de 32 secondes, la durée totale du fonctionnement a été de $6^m,20^s$.

» Pendant ce temps, le niveau de l'eau dans le sas s'est abaissé de $1^m,16$.

» La quantité d'eau relevée a été de 82 mètres cubes, celle de l'eau dépensée $200^{mc},30$, de sorte que le rapport de l'une à l'autre est de 41 pour cent.

» Le fonctionnement de l'appareil a été arrêté après la douzième période, parce qu'en ce moment la quantité d'eau relevée a été jugée à peu près insignifiante, et que si on avait voulu continuer la vidange par ce moyen, il aurait fallu prolonger la durée de l'opération dans une proportion inconciliable avec les besoins d'un service de navigation.

» Il suit de là que, pour une chute de $1^m,58$, la considération du temps ne permet pas de se servir de la machine au delà d'un abaissement de $1^m,16$; c'est pour cet abaissement seulement que l'effet utile est de 41 pour cent. Mais pour que le sas soit complétement vidé, il faut encore écouler une tranche de $1^m,58$, moins $1^m,16$, soit $0^m,43$ qui représentent un volume de 74 mètres cubes, lequel, ne pouvant plus être utilement extrait par l'appareil, devra s'écouler par les moyens ordinaires.

» En résumé, l'éclusée totale devra se trouver composée, savoir :

» 1° De la quantité d'eau ci-dessus vidée pendant le fonctionnement de l'appareil, $200^{mc},30$;

» 2° De celle évacuée à la fin par les moyens ordinaires, 74 mètres cubes; total, $274^{mc},30$.

» En conséquence le rapport définitif de l'effet utile à l'effet total est mesuré par la fraction $\frac{82}{274,30}$ soit 30 pour cent.

» La commission exprime l'avis que ce chiffre doit être considéré comme un minimum, parce que des pertes d'eau évidentes existent dans l'appareil, construit depuis trois ans dans des conditions d'exécution assez grossières.

» M. de Caligny ayant exprimé l'opinion qu'il y aurait de l'avantage à prolonger la durée de chaque période, il a été

procédé sous les yeux de la commission à une nouvelle expérience.

» La chute de l'amont à l'aval a été de $1^m,38$.

» Le nombre de périodes a été de sept, dont la durée moyenne a été de 37 secondes ; le temps total employé a été de $4^m\ 19^s$; le niveau de l'eau dans le sas a été baissé de $1^m,18$; le débit total est donc de $202^{mc},96$, et comme on a relevé $76^{mc},14$ d'eau, il s'ensuit que le rapport de l'effet utile à l'effet total est de 37 pour cent; si on a égard à ce que la chute était moindre cette fois que la première, on trouve qu'à conditions égales les mesures des effets seraient sensiblement équivalentes.

» Mais on a sensiblement gagné au point de vue du temps puisqu'on n'a employé que $4^m\ 19^s$ au lieu de $6^m\ 20^s$ pour un abaissement qui a même été un peu plus grand dans le second cas que dans le premier.

» On a en outre gagné en ce que la tranche de fond à évacuer par les moyens ordinaires n'a été que de $0^m,20$ de hauteur au lieu de $0^m,43$.

» Somme toute, l'éclusée complète représente cette fois $237^{mc},36$; l'eau élevée est de $76^{mc},14$; l'effet utile a donc pour mesure la fraction $\frac{76,14}{237,36}$ soit 32 pour cent.

» En résumé, en prolongeant la durée des périodes, on a eu, même pour une chute moindre, un effet utile plus grand, et on a sensiblement abrégé la durée de l'opération, ce qui confirme l'opinion exprimée par M. de Caligny.

» Relativement au remplissage du sas, la commission n'a pu rien constater à cet égard, parce que les dispositions prises à Chaillot ne le permettaient pas.

» Mais, d'après un rapport de M. Belanger, ingénieur en chef, adressé, à la date du 9 décembre 1849, à M. le ministre des travaux publics, l'effet utile, pendant l'opération du remplissage, serait de 28 pour cent.

» Ce rapport rend compte d'expériences faites sur un appareil de petit modèle dans lequel quelques dimensions ne sont pas dans une complète proportionnalité avec celle des appareils établis à Chaillot.

» La commission ne déduit d'ailleurs de cette absence de proportionnalité aucune conclusion favorable ou contraire, elle se borne à la mentionner comme un fait, n'ayant pas eu

les moyens de procéder aux essais comparatifs qui auraient pu permettre d'en apprécier l'influence.

» *Conclusions.* — Sous la réserve exprimée dans les observations qui précèdent, la commission pense que l'appareil de M. de Caligny est d'une conception ingénieuse et simple; qu'il pourrait offrir, dans certains cas, les moyens de réduire la consommation d'eau sur les canaux de navigation, et qu'à ce titre il mérite de fixer l'attention de l'administration.

» Elle est, en conséquence, d'avis qu'il y a lieu d'engager M. de Caligny à rechercher sur un de nos canaux une localité placée dans des conditions favorables, à se mettre en rapport avec les ingénieurs de ce canal et à se concerter avec eux, soit sur les dispositions à prendre, soit sur les dépenses à faire pour l'établissement de sa machine auprès d'une écluse.

» Ce n'est que lorsque ces renseignements lui seront parvenus, que l'administration sera à même de se prononcer sur l'application qu'il pourrait y avoir lieu de faire de l'appareil de M. de Caligny aux canaux dans lesquels les moyens d'alimentation sont insuffisants, et pour lesquels il importe particulièrement de diminuer la consommation d'eau.

« Le rapporteur de la commission, signé : Vallès; pour copie conforme, le chef de division, signé : Dumoustier. »

Depuis que les conclusions de ce rapport ont été approuvées par M. le ministre des travaux publics, M. Briquet, conducteur principal des ponts et chaussées, a fait l'estimation de la dépense pour l'application à l'une des écluses d'un canal de l'Etat. Malgré les circonstances exceptionnelles où se trouve cette écluse, et même ne tenant compte des nouveaux perfectionnements que M. de Caligny a présentés à l'Académie des sciences les 17 septembre 1866 et 7 janvier 1867, M. Briquet trouve que la dépense de l'État doit être d'une dizaine de mille francs environ. Si l'on compare cette dépense à ce que coûterait l'établissement de divers autres moyens proposés par d'autres auteurs ou par M. de Caligny lui-même, pour épargner l'eau dans les écluses de navigation existantes, on aura une idée plus complète de l'utilité pratique du nouveau système.

Séance du 9 février 1867.

PRÉSIDENCE DE M. GAUDRY.

M. Hatton fait une communication sur le problème des courbes qui peuvent être leur propre podaire.

M. Mannheim indique une construction très-simple des centres de courbure principaux et des plans des sections principales de la surface des ondes.

M. Guillemin complète une communication commencée dans la dernière séance. Il a vérifié pour le courant de la pile, rendu intermittent par un interrupteur, les propositions précédemment énoncées, qui sont :

1° Deux courants parallèles qui marchent dans le même sens gênent mutuellement leur passage;

2° Deux courants qui marchent en sens contraire facilitent mutuellement leur propagation.

Cette vérification a été faite au moyen des bobines qui servent à la démonstration des phénomènes élémentaires de l'induction.

M. Transon expose les théories récentes de M. Chasles sur les sections coniques.

M. Laguerre est élu membre titulaire de la première section.

Séance du 16 février 1867.

PRÉSIDENCE DE M. GAUDRY.

M. Transon ajoute quelques mots à la communication qu'il a faite sur les coniques.

M. Moutard explique un nouveau calcul relatif à la théorie exposée par M. Transon.

M. Laguerre présente ses recherches sur la détermination du rayon de courbure des lignes planes.

M. Cazin rend compte des expériences qu'il a faites en collabo-

ration avec M. Hirn, sur la pression et la température de la vapeur d'eau prises dans des conditions particulières.

M. de Caligny rappelle qu'en 1861 il a publié dans les Bulletins de l'Académie de Bruxelles un premier essai de calcul pour établir la quantité de travail perdue par suite de l'échauffement de l'air dans les compresseurs à colonnes oscillantes du tunnel des Alpes.

Sur les systèmes de coniques assujetties à quatre conditions, par M. Abel Transon.

La théorie de ces systèmes offre dans l'application plusieurs difficultés dont son illustre auteur, M. Chasles, a donné la clef. Elles tiennent à la présence, dans tous ces systèmes, de certaines solutions exceptionnelles, comme lorsque quelqu'une des coniques est l'*ensemble de deux droites*; ce qui entraîne dans le système corrélatif un *ensemble de deux points*.

Dans les *systèmes élémentaires*, au nombre de cinq, lesquels sont caractérisés par la circonstance que les quatre conditions sont de passer par des points ou de toucher des droites, la simple considération des données géométriques fait connaître sans incertitude le nombre des coniques exceptionnelles; mais, en outre, on ne peut lever complétement les difficultés d'application qu'en attribuant à ces solutions exceptionnelles un ordre de multiplicité qui varie d'un système à l'autre et dont il semble qu'une démonstration directe ne serait pas sans intérêt.

Ainsi dans le système des coniques assujetties à toucher deux droites OD, OD′, et à passer par deux points A et A′, la figure montre qu'il y a deux coniques exceptionnelles satisfaisant aux conditions données, savoir : 1° l'ensemble des deux droites OA, OB; et 2° l'ensemble des deux points D et D′ dans lesquels la ligne AA′ rencontre les droites données, OD, OD′. — A la vérité on pourrait admettre, pour l'une des coniques exceptionnelles, la droite double, parabole infi-

niment aplatie, passant par les points A et A′; et alors il faudrait admettre, en vertu du *principe de corrélation*, que l'autre conique exceptionnelle est le point double en O. — Le parti à prendre dans cette alternative n'est pas indifférent, il s'en faut de beaucoup. — Quoi qu'il en soit, chacune de ces deux solutions exceptionnelles, pour satisfaire aux exigences de la théorie, doit être considérée comme une *solution quadruple*.

Pour des raisons semblables, l'ensemble des deux points D, D′ ne peut pas être compté comme solution quadruple.

Mais d'une part la droite double AA′, ou bien DD′, est une solution quadruple de l'équation (*aux points*) du système; et d'autre part le point O est une solution quadruple de l'équation *aux tangentes*.

En résumé, l'emploi de la géométrie analytique paraît propre à la fois à démontrer l'ordre de multiplicité des solutions exceptionnelles (*quasi-coniques*) des systèmes élémentaires, et à établir la vraie nature de ces solutions.

Sur la détermination du rayon de courbure des lignes planes, par M. Laguerre.

Si, en un point M d'une courbe, on imagine construite la parabole surosculatrice de la courbe, la position du foyer F de cette parabole donnera d'une façon très-nette, non seulement la valeur du rayon de courbure au point considéré, mais encore la variation que cette valeur éprouve en passant à un point infiniment voisin, en un mot la déviation de la courbure.

Cette déviation est mesurée, comme on le sait, par la tangente de l'angle que fait la normale au point M avec la droite joignant ce point au foyer F; quant au rayon de courbure, sa valeur est double de la longueur de la projection sur la normale du segment de droite MF.

Le but de cette note est d'exposer brièvement quelques

propriétés générales des courbes algébriques, qui permettent dans beaucoup de cas de déterminer géométriquement en un point d'une courbe la position du foyer de la parabole surosculatrice. La méthode qui en découle me paraît, par son principe, différer entièrement de celles qui ont été employées jusqu'ici; et on peut l'appliquer du reste, complètement, à toutes les courbes de troisième et de quatrième classe.

Le théorème fondamental sur lequel je m'appuierai dans la recherche actuelle est l'un de ceux que j'ai donnés très-succinctement dans les Comptes rendus (janvier 1865).

Auparavant de l'énoncer, j'expliquerai d'abord quelques expressions nouvelles dont je vais me servir, et qui, dans beaucoup de recherches géométriques, sont utiles par leur précision et leur brièveté.

Imaginons dans un plan deux systèmes de n droites A et B; et prenons arbitrairement un axe fixe H dans ce plan; si la somme des angles que font avec l'axe fixe les droites du système A est égale à un multiple de π près à la somme des angles que font avec ce même axe les droites du système B, je dirai que les deux systèmes A et B ont *même orientation*. Ils jouiront évidemment alors de la propriété énoncée ci-dessus relativement à tout autre axe situé dans le plan.

Soit P un point situé dans un plan et A_1, A_2.... A_n, n autres points de ce plan; menons les droites PA_1, PA_2..... PA_n et sur chacune de ces droites portons une longueur égale à l'inverse du segment correspondant. — Considérons ces longueurs comme représentant des forces; composons-les, et sur la direction de leur résultante portons à partir du point P une longueur égale à l'inverse de la n^e partie de cette résultante. L'extrémité a du segment ainsi déterminé *sera dit le centre harmonique des points* A_1, A_2..., A_n *relativement au point* P; et la longueur P a sera la *moyenne harmonique* entre les longueurs PA_1, PA_2 ... PA_n.

En adoptant pour un moment les notations de M. de Saint-Venant, qui représente simplement la composition des longueurs par le signe de l'addition, on voit que le mode de définition donné plus haut du centre harmonique revient à l'équation suivante :

$$\frac{n}{Pa} = \frac{1}{PA_1} + \frac{1}{PA_2} \cdots\cdots + \frac{1}{PA_n}$$

La désignation nouvelle que je propose ici renferme, on le voit, comme cas particulier, celle qui a été employée par Maclaurin et qui est consacrée par l'usage ; elle ne peut donc donner lieu à aucune espèce de confusion et en somme n'introduit aucun terme nouveau dans le langage géométrique.

Je ferai à ce sujet les remarques suivantes, dont l'application se présente fréquemment :

1° Si le point P est à l'infini, le centre harmonique d'un système de points A_1, A_2 ... A_n se confond avec leur centre de gravité.

2° Si l'on considère seulement 2 points A_1 et A_2, leur centre harmonique a se trouvera sur la circonférence passant par les points A_1, A_2 et P et les 4 points P, a, A_1, A_2 diviseront harmoniquement la circonférence.

J'énoncerai de la façon suivante le théorème qui me sert de point de départ.

Théorème I. *Si par un point* P *situé dans le plan d'une courbe plane réelle de classe* n, *on mène les* n *tangentes à la courbe, et si l'on joint ce point aux* n *foyers réels de la courbe, les 2 faisceaux de droites ainsi obtenus ont même orientation.* (Théorème VII des Comptes Rendus.)

On déduit immédiatement de là le théorème suivant :

Théorème II. *Si, par un point* P, *pris dans le plan d'une courbe plane réelle de classe* n, *on mène les* n *tangentes à la courbe, le centre harmonique des* n *points de contact relativement au point* P *est le même que le centre harmonique des* n *foyers réels.*

En particulier, si l'on suppose le point P à l'infini, on obtient un système de tangentes parallèles ; le centre de gravité des points de contact est le même que celui des foyers ; il est donc fixe : théorème bien connu que l'on doit à M. Chasles.

En appliquant le théorème II à un point infiniment voisin de la courbe, on en déduit la proposition suivante relative à la détermination du foyer de la parabole suroscularatrice :

Théorème III. *Par un point* M *d'une courbe plane de classe*

n, *menons à la courbe les* (n–2) *tangentes différentes de celle qui a son point de contact en ce point; sur la direction de chaque tangente et du côté opposé à celui où se trouve le point de contact, portons une longueur égale à l'inverse du segment compris entre le point* M *et ce point de contact; joignons le point* M *aux* n *foyers, et sur chacune de ces droites portons, du côté où se trouve le foyer correspondant, une longueur égale à l'inverse de la distance du point* M *à ce foyer.*

Si nous composons toutes ces longueurs entre elles en les considérant comme des forces, et si, sur la direction de la résultante, nous portons à partir du point M *une longueur égale à l'inverse de cette résultante, l'extrémité de la droite ainsi obtenue sera le foyer de la parabole surosculatrice au point* M.

Remarque. — Si un des foyers de la courbe se trouve à l'infini, il est clair que, dans le théorème précédent, il n'y a pas à en tenir compte.

Si tous les foyers étaient à l'infini, la position seule des tangentes interviendrait dans l'application du théorème. Ce cas se présente parfois; ainsi, lorsque les extrémités d'un segment de droite de longueur donnée sont assujetties à se mouvoir, chacune sur une courbe algébrique donnée, l'enveloppe de cette droite est une courbe de l'espèce indiquée; et ce caractère seul, d'avoir tous ses foyers à l'infini, suffit pour établir relativement à cette courbe un grand nombre de propriétés dignes de remarque.

Une courbe de ce genre est l'épicycloïde à 3 points de rebroussement; c'est une courbe de 3e classe ayant tous ses foyers à l'infini.

Le théorème précédent appliqué à cette courbe fournit la propriété suivante:

Par un point M d'une telle épicycloïde, menons la tangente à la courbe qui n'a point son point de contact au point M lui-même et soit *t* le point de contact de cette tangente; si nous prolongeons *t*M d'une longueur égale à elle-même, l'extrémité de la longueur ainsi obtenue sera le foyer de la parabole surosculatrice de l'épicycloïde au point M.

Expériences sur la pression et la température de la vapeur d'eau prises dans des conditions particulières, par MM Cazin et Hirn.

Ces expériences ont été faites à Logelbach (Haut-Rhin) au mois de septembre dernier.

Voici quelle était la question à résoudre :

De la vapeur d'eau étant surchauffée, c'est-à-dire amenée à une certaine température, et à une pression inférieure à celle qui correspond à l'état de saturation, on lui fait subir une détente brusque, pendant laquelle elle n'éprouve ni perte, ni gain de chaleur, en restant surchauffée et en surmontant une pression extérieure égale à chaque instant à sa force élastique; déterminer dans ces circonstances la pression et la température finales.

Les parties essentielles de l'appareil sont :

1° Un cylindre de cuivre de 7 litres environ de capacité portant des glaces à ses extrémités, et disposé dans l'axe d'une cuve qui contient 100 litres d'huile : c'est dans ce cylindre que se trouve la vapeur surchauffée ; il porte un gros robinet par lequel on peut laisser la vapeur s'échapper dans l'atmosphère ;

2° Une chaudière de 180 litres contenant de l'eau; elle communique d'une part avec le cylindre par un tuyau que chauffe une rampe de becs de gaz, et d'autre part avec un manomètre à air libre.

Le bain d'huile étant porté à une température donnée, et l'eau de la chaudière ayant une température inférieure à la précédente, on fait passer dans le cylindre une assez grande quantité de vapeur pour chasser l'air complétement. On ferme alors le robinet d'échappement, on mesure la pression ; puis on interrompt la communication du cylindre avec la chaudière, et on ouvre le gros robinet, en regardant à travers les glaces un écran de papier bien éclairé.

Voici un exemple d'une série d'opérations semblables où la pression initiale était seule changée.

Pression initiale.	Température initiale.	Observations.
3^{atm},392	219°,4	Brouillard bleu.
3,325	id.	Brouillard violet.
3,310	id.	Brouillard rougeâtre.
3,271	id.	Très-léger trouble.
3,231	id.	Rien.
3,177	id.	Rien.

On voit que la vapeur est restée surchauffée dans les deux dernières expériences, en se détendant jusqu'à la pression atmosphérique, tandis que dans les autres elle s'est en partie condensée.

Pour une certaine pression initiale comprise entre 3^{at},271 et 3^{at},231, la vapeur détendue eût atteint exactement l'état de saturation. La valeur 3,231 peut être prise approximativement pour cette pression limite. Le jour de l'expérience la pression atmosphérique était 0^{at},975, qui est la tension maxima de la vapeur d'eau à 99°,3 ; le problème est donc résolu.

Cette nouvelle méthode expérimentale offre de l'analogie avec la détermination du point de rosée dans l'emploi de l'hygromètre de condensation. Seulement on déduit ici la température de la pression finale connue, tandis qu'avec l'hygromètre on déduit la pression de la température observée.

Pour rendre les résultats de diverses séries facilement comparables entre eux, on les réduit par un calcul approximatif aux mêmes température et pression finales, à savoir 100° et 1^{atm}. On peut alors tracer une courbe dont les abscisses mesurent les températures initiales et les ordonnées les pressions initiales, et calculer une formule empirique qui contient l'ensemble des résultats.

Séance du 23 février 1867.

PRÉSIDENCE DE M. GAUDRY.

M. Cazin complète sa communication de la séance précédente.

M. Laurent indique l'état du forage du puits artésien de la Chapelle.

M. Vallès expose les résultats des recherches de M. de Caligny sur un nouveau système d'écluses.

Expériences sur la détente de la vapeur d'eau surchauffée, par MM. Hirn et Cazin; résumé d'une communication faite par M. Cazin.

Considérons 1 kilogramme d'eau à la température t_0, et sous une pression p_0 inférieure à la tension maxima relative à t_0, et supposons qu'il se détende dans une enveloppe imperméable à la chaleur, en surmontant une contre-pression égale à chaque instant à sa propre pression : il prendra une température $t_1 < t_0$ et une pression $p_1 < p_0$. Admettons qu'outre le travail externe produit, il y ait un certain travail interne provenant de ce que les molécules de la vapeur s'attirent mutuellement; d'après le principe fondamental de la thermo-dynamique, la chaleur disparue pendant la détente équivaut à la somme de ces deux travaux.

Soient E l'équivalent mécanique d'une calorie, dv un accroissement infiniment petit de volume, à partir de l'instant où la température est t, et la pression p, dq la chaleur disparue, dI le travail intérieur, pdv le travail extérieur, M un coefficient qui dépend des unités adoptées; on a

$$-E\,dq = M(pdv + dI);$$

le terme dI peut toujours être représenté par une expression de la forme Rdv, R étant une fonction inconnue de v, de même espèce que p et que M. Hirn a appelée *pression interne*.

La quantité dq peut être mise sous la forme KdT, K étant un coefficient constant, qu'on appelle *chaleur spécifique vraie*, de la vapeur. T désigne alors la température absolue de la vapeur ; le zéro de cette échelle de température correspond à l'absence de toute chaleur dans l'eau, et le degré correspondant à une quantité de chaleur constante. On démontre que

$$T = \frac{1}{a} + t,$$

a étant le coefficient de dilatation des gaz. Par suite l'équation devient

$$- E K dT = M (p + R) dv.$$

Joignons à cette équation une formule générale que M. Hirn a substituée à la loi de Mariotte et Gay Lussac, à savoir :

$$\frac{(p + R)(v - \psi)}{T} = A,$$

ψ étant le volume de la matière réellement contenue dans le volume apparent v, à savoir $0^{m\,3},001$ environa une constante déterminée par les circonstances initiales ou finales.

On tire de ces deux équations

$$\frac{po + Ro}{p_1 + R_1} = \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^B$$

$$\text{supposant } B = 1 + \frac{EK}{MA}.$$

Telle est la formule qu'il faut substituer à la formule connue de Laplace et de Poisson. On déduit des mêmes équations

$$\frac{T_0}{T_1} = \left(\frac{v_0 - \psi}{v_0 - \psi}\right)\frac{MA}{EK}.$$

M. Hirn a déduit de ses expériences sur la densité de la vapeur surchauffée une relation empirique

$$p_0 = F\left(T_0 \quad v_0, -\psi\right).$$

Ces deux formules nous ont permis de résoudre le problème numériquement. Étant donnée la température initiale $T_0 = t_0 + \frac{1}{a}$ nous avons calculé à l'aide de ces formules la pression initiale p_0 que doit avoir la vapeur pour qu'elle se détende jusqu'à la température $T_1 = 100 + \frac{1}{a}$ et la pression $p^1 = 1^{atm}$ en restant surchauffée. La valeur de v_1 est connue, et les formules précédentes donnent celles de v_0. Les valeurs de p_0 ainsi calculées concordent parfaitement avec celles que fournissent nos expériences, si l'on prend

$$\frac{M\,A}{E\,K} = 0{,}31.$$

Les résultats de nos recherches présentent une application aux machines à vapeur surchauffée, que M. Hirn a depuis longtemps réalisées dans son usine du Logelbach. La détente doit être réglée de telle sorte que la vapeur ne se condense pas. Nos formules permettent de calculer la pression p_0 qu'on peut donner dans la chaudière, quand on choisit arbitrairement la température de surchauffe t_0 et la pression finale p_1 ; elles font aussi connaître la fraction de la course du piston où doit commencer la détente.

On trouvera les détails de ces recherches dans la prochaine livraison des Annales de chimie et de physique.

Sur le puits artésien de la place Hébert à la Chapelle-Saint-Denis, par M. Laurent.

Dans la séance du 20 mai 1865, j'ai eu l'honneur d'entretenir la Société du projet de la ville de Paris d'établir un puits artésien à grande section, à la place Hébert.

Je donnais à cette époque une série de coupes de forages exécutés dans le voisinage de ce point à travers les terrains tertiaires si développés dans cette partie nord de Paris.

Je faisais pressentir les énormes difficultés que ce travail devait présenter, non-seulement comme exécution du forage, mais encore comme tubages multiples; enfin, j'annonçais que, pour nous éclairer autant que possible, nous allions pratiquer un forage d'essai, à petit diamètre, dans l'axe du puits.

Dans la séance du 17 mars 1866, je donnais les résultats du forage d'étude, et annonçais l'accomplissement d'une première partie du grand travail jusqu'à $67^{m},90$. Cette première partie avait été commencée à $34^{m},50$ au fond d'un puits maçonné, exécuté par la ville le 16 décembre 1865.

A cette profondeur, toutes les alternances rocheuses avaient été traversées, non sans d'assez sérieuses difficultés par suite d'éboulements qui retinrent souvent notre trépan prisonnier, et occasionnèrent d'assez nombreuses ruptures de sonde ; mais assez heureusement cependant pour que la colonne de $1^{m},62$ extérieure que l'on se disposait à descendre, pût traverser une partie des sables et des argiles qui succédaient aux couches dures.

Je disais alors que j'espérais que cette colonne qui pour les 68 mètres descendus avait déjà un poids de 55 000 kilogrammes, traverserait tous les terrains supérieurs aux argiles plastiques et atteindrait ainsi la profondeur de 100 mètres ; qu'arrivés là, il nous faudrait probablement une nouvelle colonne pour traverser les argiles plastiques et arriver à la craie.

Le 8 août, on avait atteint la profondeur de $100^{m},19$, et la colonne était à $99^{m},60$.

A l'aide d'outils élargisseurs on continua à tenir la base de la colonne complétement libre et on eut quelque temps l'espoir que cette colonne unique atteindrait peut-être la craie.

Le 22 septembre, le sondage était à 111^{m},59, et la colonne à 109^{m},81.

Un accident survint à la chaudière de la machine à vapeur et il y eut une interruption de 15 jours dans les travaux.

Cet arrêt fut fâcheux, car bien que la colonne eût déjà plusieurs fois refusé de descendre malgré son poids qui approchait de 100 000 kilogrammes, elle n'était pas encore irrévocablement scellée.

Le 26 novembre, le forage était à 120^{m},98, et la colonne à 118^{m},07; on le voit, elle suivait à peu près la profondeur acquise; mais à partir de ce moment, le fonçage prit une grande avance et parvint à la craie à 137^{m},75, la colonne n'ayant atteint que 119^{m},24; c'était le 16 décembre, ce qui limitait le temps du travail accompli à une année juste.

L'entrée dans la craie terminait la première partie de ce forage.

Tous les efforts devaient donc se concentrer sur les moyens propres à faire arriver la colonne au moins à la profondeur de 123 mètres, parce que là, bien qu'elle ne fût pas à la craie, elle reposait sur le calcaire pisolitique, masquait les terrains les plus sérieusement éboulants, et permettait de continuer dans d'assez bonnes conditions le travail dans la craie en conservant un diamètre beaucoup plus grand que celui prévu au début des travaux.

Après des efforts au moyen de vis de pression et de chocs d'un mouton pesant environ 4000 kilogrammes la colonne parvient à 121^{m},66.

Ce travail un peu périlleux ne s'accomplissait pas sans que les mesures de prudence fussent observées; toutes les fois qu'un enfoncement de 0^{m},25 à 0^{m},30 était obtenu on passait un outil calibré pour s'assurer que tout marchait bien.

On constata ainsi qu'une petite déviation de la base de la colonne se manifestait, puis, quelques jours après, qu'un

commencement de déformation avait lieu en quelques points. Ce second fait constituait une circonstance trop grave pour que l'on pût songer à continuer les manœuvres. Aussi, sur notre proposition, une décision de M. Belgrand, ingénieur en chef des travaux de Paris, fit cesser ces efforts; il fut arrêté qu'une colonne de $1^m,44$ extérieure serait immédiatement construite et descendue, qu'en outre un bon bétonnage au ciment de Portland serait coulé dans l'espace annulaire qui existera entre les deux colonnes.

Si fâcheuse que soit cette circonstance surtout en présence du peu de distance que la colonne actuelle avait encore à franchir, il ne faut pas oublier que, dès le début des travaux on avait admis comme très-probable que pour traverser cette série de terrains on emploierait deux et peut-être trois séries de tubes, ce qui devait réduire le diamètre à $1^m,20$ pour l'entrée dans la craie. S'il en a été autrement c'est parce que d'heureuses circonstances nous ont permis de traverser toute la série des calcaires sans descendre une colonne malgré leur nature ébouleuse; que celle-ci n'ayant alors été descendue que lorsque les sables étaient atteints on a pu lui faire franchir toutes les couches sableuses jusqu'aux argiles plastiques.

Engagée dans les argiles plastiques, cette colonne a continué à descendre à l'aide d'équarrissage d'une part, et, d'autre part, par ce fait que des éboulements ont pu se faire latéralement, de sorte que ceux-ci l'entraînaient. Mais, comme on a pu le constater, ayant fini par avoir lieu plus particulièrement sur un seul côté, les pressions sur le tube sont devenues inégales et ont fatalement produit le mal actuel trop facile à prévoir. Sans des vérifications aussi minutieuses de l'état de la colonne à mesure que l'enfoncement avait lieu, il est probable que le mal aurait pris des proportions assez inquiétantes et eût compromis la suite des travaux peut-être même dans les prévisions premières de $1^m,20$ de diamètre. Aujourd'hui le remède facile à appliquer laissera encore une section de $1^m,40$ selon toute probabilité.

Je mets sous les yeux de la Société la coupe du forage et les journaux de la marche des travaux tenus jour par jour, je dirai même presque heure par heure. Ils indiquent, entre autres faits remarquables, que le nombre de voyages de sou-

pape-outil à enlever les matières a été de 1046 depuis la profondeur de 68 mètres. Or cet instrument contient environ $1^{m},50$ cube de matières, ce qui, en laissant une large part au foisonnement, fait plus que tripler le cube du volume à enlever si les terrains n'eussent pas été si éboulants.

Sur un nouveau système d'écluses de navigation, par M. A. de Caligny ; résumé d'une communication faite par M. Vallès.

M. Vallès, ingénieur en chef des ponts et chaussées, a communiqué dans cette séance des détails sur les expériences en grand auxquelles a été soumis en sa présence le nouveau système d'écluses de M. de Caligny. M. Vallès est le rapporteur de la commission d'ingénieurs des ponts et chaussées, qui a rendu compte au ministère des travaux publics des expériences dont il s'agit. Cette communication a été faite à l'occasion de l'extrait officiel de ce rapport qui a été présenté à la Société philomathique par M. de Caligny, et a été publié dans *l'Institut*.

M. Vallès, après avoir donné des détails sur la construction et le jeu de l'appareil, dont le principe est décrit dans les extraits des procès-verbaux de la Société, a remarqué particulièrement la facilité et la simplicité du jeu de ce système, disposé de manière à ce que, non-seulement il ne peut jamais y avoir de coups de bélier, parce que les sections transversales ne sont jamais bouchées, mais à ce que les herbes charriées par les canaux ne peuvent jamais l'obstruer. Sa manœuvre est extrêmement simple, et l'opération totale de vidange ou de remplissage de l'écluse se fait avec toute la rapidité désirable.

Si le rapport officiel a dû faire quelque réserve relativement à l'opération du remplissage, parce que les dispositions prises à Chaillot, au moment où les anciens bassins allaient être démolis, n'ont pas permis de vérifier l'effet utile constaté par l'ingénieur en chef, M. Belanger, sur un petit mo-

dèle, M. Vallès admet parfaitement ce résultat en comparant surtout l'effet utile obtenu pendant la vidange par les expériences sur le modèle et sur le grand appareil essayé à Chaillot. M. de Caligny a d'ailleurs fait observer, depuis la rédaction du rapport, que, selon lui, s'il y avait du désavantage, ce serait, principalement, à cause de diverses circonstances, l'effet utile du petit modèle qui devrait être trop faible. Il résulte d'ailleurs de détails inédits que, s'il y a quelque différence de proportionnalité entre le grand et le petit modèle, les expériences sur ce dernier avaient été tellement variées, que la proportionnalité de la longueur du tuyau de conduite à la chute s'était même trouvée quelquefois en sens contraire sans que cela eût bien sensiblement modifié le résultat.

Quoi qu'il en soit, il est bien avéré, dit M. Vallès, que l'appareil remplit toutes les conditions désirables, et coûte d'ailleurs beaucoup moins cher que d'autres moyens proposés pour épargner l'eau dans les écluses existantes. Un autre ingénieur en chef des ponts et chaussées, qui en propose l'application même sur une écluse d'un canal latéral, a remarqué qu'outre les avantages d'épargner l'eau dans les canaux qui ne sont pas assez bien alimentés, ce système peut être très-utile dans le cas notamment où, le bief d'amont ayant une très-faible superficie, le produit de l'écluse d'aval fait baisser le niveau de ce bief, de manière à faire craindre pour les bateaux chargés qui peuvent s'y trouver. Il peut l'être encore, selon le même ingénieur, dans le cas où une écluse est précédée immédiatement par une portion de bief rétrécie, dans laquelle l'écluse produit un courant rapide qui est une gêne réelle à la marche des bateaux montants.

Quant à l'abaissement du niveau dans le bief d'amont, lorsque ce dernier est très-court, il faut dans l'état actuel des écluses, lorsqu'il passe de suite plusieurs bateaux remontants, faire perdre aux mariniers un temps considérable pendant lequel l'éclusier de l'écluse supérieure donne au bassin l'eau qui en a été retirée par chaque éclusée. On conçoit d'ailleurs que, s'il y a quelque négligence, il peut se joindre à cette perte de temps une cause de danger réel que l'on n'aura plus à craindre au moyen d'un système convenable d'épargne de l'eau.

Quant à l'effet utile, sur lequel s'appuie le rapport officiel, il est intéressant de remarquer qu'il a été obtenu avant que M. de Caligny ait présenté à l'Académie des sciences et à la Société philomathique divers moyens de l'augmenter par de grandes oscillations de nappes liquides, étudiées par lui depuis cette époque, à l'occasion de l'application proposée en ce moment pour un bief d'amont très-court.

Sur la carte hydrologique du département de la Seine,
par M. Delesse.

La carte hydrologique du département de la Seine a été exécutée d'aprés les ordres de M. Hausmann. Elle fait connaître les nappes superficielles et souterraines ainsi que les terrains qui les supportent.

L'étude des nappes souterraines présente de grandes difficultés, car elle exige un ensemble de recherches géologiques combinées avec des mesures précises du niveau de l'eau dans les puits. On a commencé par niveler un grand nombre de ces puits de manière à former un réseau dont les mailles fussent suffisamment rapprochées. Par suite on a déterminé le niveau de l'eau dans chacun d'eux vers l'époque de l'étiage. L'opération avait lieu simplement au moyen d'un cordeau divisé qu'on laissait tomber du point nivelé précédemment sur leur margelle. Les cotes de l'eau étaient d'ailleurs relevées simultanément et avec toute la promptitude possible dans les nappes souterraines et aussi dans les nappes superficielles. On avait alors des points de la surface supérieure des diverses nappes dont les cotes étaient rapportées à un même plan de comparaison, celui du niveau moyen de la mer.

Maintenant comme le sous-sol des environs de Paris est complétement connu par la carte géologique cotée que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie des sciences, on pouvait savoir quel était le terrain dans lequel les nappes d'eau souterraines venaient affleurer. Par leurs différences de niveau on parvenait même à séparer ces nappes entre elles.

Celles qui communiquent immédiatement avec les cours d'eau ont été nommées nappes d'infiltration. Elles participent à toutes leurs variations. Elles occupent les terrains perméables qui les bordent et particulièrement les dépôts de transport qui forment leur lit. Le long de la Seine et de la Marne elles ont une grande importance.

Les autres nappes souterraines prennent naissance sur les couches imperméables, dont elles suivent plus ou moins les ondulations. La carte représente seulement celles qui se trouvent à un niveau supérieur aux nappes d'infiltration. Citons, parmi les nappes souterraines les plus importantes des environs de Paris, celles qui sont supportées par l'argile à meulière de Beauce, par les marnes vertes et par l'argile plastique.

Connaissant une nappe souterraine par un grand nombre de points, il était possible de la représenter par des courbes horizontales. C'est ce qui a été fait pour les principales nappes souterraines et la carte montre avec netteté leurs limites ainsi que la forme de leur surface supérieure.

Chacune d'elles est figurée par des teintes et par un système de courbes horizontales équidistantes.

Si l'on considère une nappe d'infiltration comme celle de la Seine, on voit que ses courbes horizontales sont des lignes ondulées à peu près parallèles. Elles sont disposées symétriquement sur chaque rive et elles vont se raccorder avec la nappe superficielle du fleuve; elles se coupent d'ailleurs deux à deux sous des angles très-aigus qui s'emboîtent les uns dans les autres et qui ont leur sommet vers l'amont. La nappe d'infiltration de la Seine se tient à un niveau qui est supérieur à celui du fleuve et qui s'élève même à mesure que l'on s'éloigne de ses bords. Elle est donc alimentée par les eaux provenant des collines entre lesquelles coule la Seine dans laquelle elle se déverse et qui joue à son égard le rôle d'un canal de dessèchement.

Il y a des nappes d'infiltration dans les îles de la Seine ou de la Marne. Leurs courbes horizontales sont concentriques et à peu près parallèles aux contours de ces îles. Elles forment une surface qui s'élève légèrement vers la partie centrale et qui s'incline au contraire vers les bords.

Les nappes souterraines supportées par l'argile de Beauce

et par les marnes vertes se trouvent généralement beaucoup au-dessus des nappes d'infiltration en sorte qu'il est assez facile de déterminer leurs limites. Mais il n'en est pas de même pour les nappes de l'argile plastique; car elles coupent habituellement les nappes d'infiltration sous un petit angle en sorte que la ligne d'intersection de ces surfaces ne peut plus être tracée que d'une manière approximative.

Les nappes d'infiltration sont celles qui occupent de beaucoup la plus grande surface; elles s'étendent dans les vallées de la Seine et de la Marne; et de plus elles remontent jusqu'à une grande distance sur le flanc des coteaux perméables. Les puits sont surtout alimentés par ces nappes.

Les nappes de l'argile plastique sont atteintes dans les puits ordinaires au sud de Paris, jusque vers Arcueil et dans le val Meudon, au nord-ouest de Paris, à Auteuil, dans le bois de Boulogne et autour du mont Valérien.

La nappe des marnes vertes est celle qu'on trouve généralement sur le haut des collines et des plateaux des environs de Paris. Elle donne naissance à un grand nombre de sources, notamment à celle des Près Saint-Gervais et de Rungis. La carte montre bien que presque toutes les eaux tombant sur le plateau de Villejuif s'écoulent souterrainement vers Rungis, où elles sont amenées par une pente rapide; elles y forment des sources puissantes, qui ont été recueillies dès l'époque romaine pour les besoins de la ville de Paris, dans laquelle elles sont amenées par l'aqueduc d'Arcueil.

La nappe de l'argile à meulières occupe seulement la partie la plus élevée des plateaux de Meudon et de Saint-Cloud, sur lesquels elle donne naissance à quelques mares.

La carte représente spécialement les premières nappes souterraines, qu'on rencontre en pénétrant dans le sol, c'est-à-dire celles qui alimentent les puits ordinaires ; toutefois les puits forés vont atteindre à un niveau inférieur des nappes d'eau, qui coulent à un niveau inférieur, et qui sont ascendantes ou même jaillissantes. Une légende placée à côté de chaque puits foré indique dans ce cas la hauteur à laquelle l'eau s'élève et en outre le terrain dans lequel le sondage s'est arrêté.

Les eaux provenant des différentes nappes ont été essayées

avec l'hydrotimètre qui donne la proportion de savon qu'elles détruisent, c'est-à-dire leur dureté. Le nombre de degrés obtenu est inscrit sur la carte à l'endroit même où l'eau a été puisée.

En résumé, la carte hydrologique du département de la Seine est exécutée d'après un système nouveau. Elle fait connaître le mode d'écoulement des nappes d'eau superficielles ou souterraines, et leurs relations mutuelles. Elle donne la position et la forme des nappes souterraines; par suite, elle permet de prévoir la profondeur à laquelle on peut les atteindre. De plus, elle indique la dureté des eaux. Enfin, elle permet de saisir facilement les rapports qui existent entre la constitution géologique du sol et entre les nappes superficielles ou souterraines.

IMPRIMERIE CENTRALE DES CHEMINS DE FER. — A. CHAIX ET Cᵉ, RUE BERGÈRE, 7044.

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS.

Séance du 2 mars 1867.

PRÉSIDENCE DE M. TRANSON.

M. Laurent rend compte du forage du puits artésien de Rochefort.

M. Pucheran est nommé membre correspondant.

Rapport de M. Alix sur les titres des candidats pour une place vacante dans la 3e section.

Sur le puits artésien de Rochefort, par M. Laurent.

Nous avons été chargé au commencement de l'année 1861, par le ministère de la marine et des colonies, de l'exécution d'un forage à l'hôpital de la Marine de Rochefort, dont le but était la recherche d'eaux jaillissantes ou ascendantes nécessaires aux besoins de cet établissement.

D'après l'indication des terrains donnée par un forage de 104 mètres, exécuté à l'hôpital même de 1831 à 1834, l'administration espérait atteindre le résultat avant 200 mètres à la base des grès verts ou terrain cénomanien sur

lequel repose la ville, ou peut-être à la base des argiles de Kimmeridge. Cette espérance a été déçue, mais l'administration ne s'est point découragée, et, par suite de traités successifs, nous avons atteint, le 10 janvier 1866, la profondeur de 800 mètres, fixée par notre dernier contrat. Nous continuâmes à approfondir, à nos risques et périls, en attendant la conclusion d'un nouveau traité, et, à la cote de 816^{m},30, une nappe jaillissante fut rencontrée donnant au sol jusqu'à 150 litres d'eau par minute à une température de 42°. Dans l'espoir d'atteindre de nouvelles nappes, l'administration nous a autorisés à poursuivre le sondage, et, le 20 septembre, le trépan était arrivé à la cote 857^{m},78. Cette profondeur est une des plus grandes atteintes par les travaux humains.

Ce forage, par le résultat obtenu, par les terrains traversés, la profondeur acquise et par la marche des travaux, présente quelques faits assez intéressants au point de vue de la géologie et de l'industrie des sondages.

Nous mettons sous les yeux de la Société la coupe géologique du forage que nous avons dressée en suivant l'approfondissement, conformément à nos engagements avec l'administration. Cette coupe permet de reconnaître toute la série des couches oolithiques, liasiques et triasiques dans une région de la France où, surtout pour le lias et le trias, les accidents naturels et artificiels du sol manquent généralement pour les étudier en détail.

Voici la classification des terrains traversés d'après l'étude qu'a bien voulu en faire M. Guillebat de Nerville, ingénieur en chef des mines, à la suite d'une visite sur nos travaux que fit cet ingénieur en novembre 1863, après laquelle une copie de notre coupe géologique lui fut adressée.

1° Terrain crétacé inférieur.

2° Terrains oolithiques et jurassiques :

Oolithe supérieure :

Portlandien,	de	49^{m},33	à 93^{m},58	—Epaisseur,	44^{m},25
Kimmeridgien,	de	93,58	à 201,00	—	104,42

Oolithe moyenne :

Corallien,	de	201,00	à 232,60	—	31,60
Oxfordien,	de	232,60	à 261,85	—	29,25
Kellovien,	de	261,85	à 272,64	—	10,79

Grande oolithe et oolithe inférieure,	de	272,64 à 362,00	—	89m,36
Lias supérieur et lias moyen	de	362,00 à 628,32	—	266,32
Calcaire ou lias inférieur,	de	628,32 à 717,65	—	89,33
Infra-lias,	de	717,65 à 765,54	—	47,89
3° Terrain triasique :				
Keuper, marnes irisées,	de	765,54 à 807,10	—	42,44
Grès bigarrés,	de	807,10 à 852,33	—	45,23
4° Terrain non déterminé jusqu'à présent :				
Calcaire bitumineux très-dur,	de	852,33 à 854,48	—	2,15
Grès très-dur,	de	854,48 à 857,78	—	3,30

L'étage crétacé inférieur qui commence au sol et s'arrête à 49m,33 se montre au jour principalement dans les trois falaises de Fouras, à l'embouchure de la Charente, et à l'île d'Aix; il est bien caractérisé par les argiles et les sables ferrugineux; renfermant une grande quantité de lignites à texture fibreuse, des morceaux de bois silicifiés dans lesquels des trous de tarets ont été remplis par de la calcédoine ou du quartz, puis des rognons de fer sulfuré plus ou moins volumineux.

Les différents étages oolithiques se montrent au jour dans les falaises nombreuses et élevées qui commencent à Ives, près de Fouras, et se terminent à Esnandes, à l'embouchure de la Sèvre; on peut les suivre également dans les tranchées du chemin de fer de Rochefort à Poitiers. On y constate, *comme l'a fait remarquer M. de Nerville* dans l'étude de ces terrains, le grand développement des calcaires marno-compactes et marneux portlandien et kimmeridgien, puis, en s'approchant de Niort, la faible étendue des calcaires corallien et oxfordien.—On remarque au contraire, en se dirigeant sur Saint-Maixent, un assez grand développement des calcaires compactes de la grande oolithe et de l'oolithe inférieure qui se montrent jusqu'à Poitiers.—Les deux groupes réunis sont représentés dans notre sondage par un banc de calcaire compacte ayant une épaisseur de 89m,36.

Le lias supérieur et le lias moyen comprennent la série de couches marneuses et de bancs calcaires allant de 362 mètres à 628m,32 c'est-à-dire l'épaisseur énorme de 266m,32.

La sonde y a fait reconnaître des schistes bitumineux, des bancs de marnes argileuses noirâtres donnant des éboulements, et aussi un banc de calcaire renfermant des plaquettes de sulfure de fer. Des échantillons ont été remontés contenant des *Belemnites sulcatus* et *paxillosus* et quelques fragments d'Ammonites.

Les calcaires du lias inférieur sont caractérisés par la rencontre d'*Ammonites orlensis*. Ils descendent de 628^{m},32 à 717^{m},65^{c}

L'infralias est caractérisé par un banc de calcaire magnésien de 758^{m},06 à 759^{m},35 et par un banc de sable fin de 759^{m},35 à 765^{m},54.

Le keuper irait de 765^{m},54 à 807^{m},10; un échantillon provenant de 802 mètres a prouvé à l'analyse que l'on avait à cette cote rencontré un banc ou un rognon de gypse presque pur.

Les grès commencent à 807^{m},10 et alternent avec des bancs d'argiles noirâtres; les grès sont durs et un banc de 1 mètre d'épaisseur présente de gros grains quartzeux. Ces alternances descendent jusqu'à 819^{m},59. C'est dans ce terrain, qui paraît très-fendillé, que la première nappe aquifère fut rencontrée à 816^{m},30 le 26 février 1866. De 819^{m},59 à 852^{m},33 la sonde a rencontré des grès fins argileux jaunâtres dans lesquels, à la profondeur de 834 mètres, une deuxième nappe jaillissante a été atteinte. Dans ces grès se trouvent deux bancs de poudingues de quartz excessivement durs de 0^{m},50 à 0^{m},60 d'épaisseur. Nous pensons que ces terrains constituent les grès bigarrés.

De la cote 852^{m},33 à la cote 854^{m},48, on a rencontré un banc de calcaire très-dur, noirâtre et dont les détritus remontés au jour exhalent une odeur bitumineuse prononcée; à 854^{m},48 on rencontre de nouveau un grès d'une dureté excessive que l'on n'a pas encore traversé à la profondeur atteinte actuellement de 857^{m},78. Les deux bancs appartiennent-ils aux grès bigarrés ou aux terrains pénéens, c'est ce qu'en l'absence de caractères bien tranchés nous ne nous permettrons pas de dire.

Eaux jaillissantes. — Comme nous l'avons dit, une nappe aquifère fut rencontrée à 816^{m},30 dans des alternances de bancs d'argile et de plaquettes de grès. Le trépan était resté

coincé le 17 février à cette profondeur, et il n'avait pu être dégagé que le 26 février à la suite de manœuvres très-pénibles. En le remontant, nous remarquâmes avec surprise que les tiges de fer de la sonde, même celles voisines du jour, étaient très-chaudes; un échantillon de l'eau du puits marquait plus de 30° C., et le niveau de cette eau, qui, le 17, était à $15^m,35$ en contre-bas du sol, fut trouvé à $14^m,60$. Ces indices nous donnaient l'assurance que nous avions rencontré une nappe aquifère, au moins ascendante. Nous en informâmes immédiatement MM. les ingénieurs des travaux hydrauliques, qui vinrent eux-mêmes s'assurer des faits que nous leur annoncions.

Premier jaillissement du 7 au 10 mars. — A partir du 27 février, ces indices devinrent chaque jour plus marqués: la température des eaux alla en augmentant; leur niveau monta rapidement, et enfin la soupape descendue plusieurs fois prouva que le fonds du puits ne contenait plus de débris de roches broyées par le trépan, ce qui indiquait leur entraînement par un courant ascendant. Enfin, le 7 mars, à $7^h 45^m$ du soir, le déversement se produit à la tête du tube de retenue en tôle, à $0^m,85$ du plancher de la chèvre, c'est-à-dire à $16^m,57$ au-dessus du niveau moyen de la mer. L'eau, dont la température est de 41°, se déverse d'abord pendant 3 minutes, puis le niveau s'abaisse à $0^m,06$ du bord du tube, et après 15 minutes d'arrêt, il se relève et l'écoulement recommence bientôt. Le débit, qui était de $0^{lit},75$ par seconde en commençant, avait atteint $2^{lit},50$ le 9 mars. Dans la nuit du 9 au 10, il commença à diminuer rapidement jusqu'à s'arrêter entièrement le 10, à 2^h du soir. — Le niveau de l'eau s'abaissa ensuite d'une manière assez rapide, et le 12, à 6^h du soir, il était à $7^m,50$ en contre-bas du sol.

Voici quels ont été les débits et les températures correspondantes :

			Nombre de litres par seconde.	Températures.
7 mars	$7^h 45^m$	soir	$0^l,00$	
7 —	8	soir	0,75	
8 —	8	matin	0,90	41°
9 —	8	matin	1,90	41°,60
9 —	11	matin	2,50	41°,60

			Nombre de litres par seconde.	Températures.
9 — 5	soir		2,50	»
10 — 8	matin		1	»
10 — 11	matin		0,70	»
10 — 2	soir		0,00	»

Nous avons indiqué, à l'aide d'une courbe que nous mettons sous les yeux de la Société, l'ascension et la descente du niveau de l'eau, ainsi que les nombreuses oscillations qu'il a continué de subir; la température de l'eau est restée toujours la même, environ 41°.

Le 8 avril, une expérience ayant pour but de reconnaître la puissance d'absorption, et par suite le débit approximatif de la nappe aquifère, est faite par M. Angiboust, ingénieur des travaux hydrauliques.

Deuxième jaillissement du 9 au 10 avril. — On verse dans le puits, par une conduite *ad hoc*, de l'eau de rivière prise au réservoir de l'hôpital, avec un débit de 3 litres par seconde pendant la première partie de l'expérience, et de 6^{lit},30 pendant la seconde partie; après trois heures qu'a duré l'expérience, il a été versé environ 30 tonneaux d'eau; le niveau s'abaisse et reprend la cote qu'il avait en recommençant l'expérience. Mais, le 9 avril, ce niveau se relève, et à 9^{h} du soir il arrive au sommet du tube; le jaillissement recommence pour s'arrêter le 10, à 9^{h} du matin, après un écoulement de 7 à 8 tonneaux; seulement cette eau est celle qui a été versée le 8 avril, car elle marque 18° hydrotimétriques et contient 0^{gr},059 de chlorure de sodium, composition de l'eau de la Charente.

Le 22 avril, deuxième expérience, pendant laquelle, de 9^{h} du matin à 6^{h} 30^{m} du soir, on verse dans le puits 68 à 69 tonneaux d'eau de rivière; le niveau est 7^{m},80 en commençant et 6^{m},65 en s'arrêtant, puis il se relève, et le 24, à 4^{h} du soir, il est à 2^{m},20 du sol; il s'abaisse ensuite pendant la descente du trépan qui cause un certain ébranlement aux tuyaux.

Le 30 avril, nous faisons fonctionner, à 52^{m} du sol, un piston Letestu dans la colonne de retenue en tôle qui ainsi fait l'office de corps de pompe. *Le débit effectif moyen a été*

de 5 litres par seconde pendant les 6 heures et demie de l'expérience. Sur les 115 mètres cubes d'eau épuisés, les 36 premiers sont un mélange d'eau de rivière versée le 22 avril et d'eau de puits. La température est de 42° en commençant l'expérience et de 43°,10 en la terminant.

Troisième jaillissement du 4 au 18 mai. — Le 4 mai, le jaillissement de l'eau recommence quand le trépan atteint la profondeur de 834^{m}; d'abord faible, le débit atteint, le 7, 100 litres par minute, puis il diminue et s'arrête pour recommencer ensuite.

Cet état d'intermittence dure du 4 au 18 mai.

Le 22 mai, nous faisons une deuxième expérience de pompage avec le piston Letestu descendu à 20^{m} du sol. Nous constatons, avec M. Angiboust, ingénieur des travaux hydrauliques, ce fait remarquable, que le débit effectit (c'est-à-dire le produit total du pompage) dépasse le débit théorique (c'est-à-dire le volume du cylindre engendré par le piston, multiplié par le nombre de coups de piston par minute) de 45 pour 100 en moyenne; ainsi, tandis que le débit théorique de la pompe est de 5^{lit},30 par seconde, le débit effectif est de 7^{lit},70. Il y avait évidemment un jaillissement naturel qui s'ajoutait à l'épuisement fait par le piston Letestu. En somme, il a été extrait du puits 64 tonneaux ou mètres cubes d'eau en 2 heures et demie. La température était de 40° en commençant et de 44° pendant les $\frac{3}{4}$ d'heure derniers.

Du 22 mai au 1er août, le niveau oscille entre 8^{m},60, 6^{m},60 et 11^{m},35 pendant le travail de forage.

Quatrième jaillissement. — Le 1er août, à la suite d'une manœuvre dans le puits qui a ébranlé la colonne de retenue, le niveau *s'élève subitement de 11^{m},55* en contre-bas du sol, pour arriver au sommet du tube, et le jaillissement recommence à se produire, à raison de 2 litres en moyenne par seconde et à une température de 42 à 43°; après un écoulement de 36 heures, l'eau baisse dans le tube, et, le 4, elle est à 10^{m},10. Pendant les mois d'août et de septembre, elle s'est maintenue entre 11 mètres et 11^{m},90, mais sans perdre de sa température élevée.

De tous ces faits résulte pour nous la conviction bien arrêtée que les eaux jaillissantes rencontrées à 816^{m},30 et à 834 mètres n'ont point perdu de leur puissance de débit et

d'ascension; qu'elles vont se perdre dans les sables crétacés situés entre 20 mètres et 49^{m},33, en suivant l'espace annulaire presque libre, entre les parois extérieures des tubes de retenue et celles du puits. Si par une cause quelconque cet espace annulaire est obstrué, l'écoulement a lieu par le sommet du tube; quand l'espace annulaire redevient libre par suite du travail continu d'infiltration dû à la force ascensionnelle, le déversement s'arrête et le niveau s'abaisse jusqu'à ce que l'équilibre soit rétabli à l'intérieur et à l'extérieur du tube. — Quand par une colonne d'ascension construite spécialement on empêchera les eaux de suivre cet espace annulaire, elles seront forcées de venir jaillir au sol.

Nature des eaux jaillissantes.—Les eaux ont été analysées à l'hôpital de Rochefort par M. le docteur Roux, premier pharmacien en chef de la marine. Nous regrettons de ne point avoir en mains, pour les communiquer à la Société, les chiffres obtenus par ce chimiste distingué. Nous savons seulement que ces eaux contiennent par litre 5^{gr},850 de matières salines en dissolution, principalement composées de sulfate de soude, de sulfate de chaux et de magnésie, du chlorure de sodium 0^{gr},833 par litre; enfin, ce qui est très-remarquable, des iodures et des bromures en quantités notables. Sa densité est = 1,0056.

Ces eaux présentent ainsi une grande analogie avec les eaux minérales et thermales de Wiesbaden, en Allemagne.

Exécution des travaux. — Les travaux de forage ont été exécutés par suite de marchés successifs de gré à gré, comprenant l'entreprise de deux séries de 200 mètres chacune, du sol à 400 mètres et de cinq séries de 100 mètres chacune, de 400 mètres à 900 mètres. Nous étions engagés *à nos risques et périls à atteindre* la profondeur indiquée par chaque marché, en fournissant le matériel tout entier, machines à vapeur et outillage de sonde; et nous devions en outre *dresser, pour être remise à l'administration*, une coupe géologique des terrains traversés par nos outils.

Nous avons eu à vaincre de très-sérieuses difficultés, surtout à partir de 700 mètres; le poids énorme de la sonde à manœuvrer journellement, la rencontre de terrains éboulants surtout, nous ont occasionné de graves accidents, d'une réparation pénible, longue et coûteuse. Nous citerons entre

autres celui qui arriva le 9 juillet 1865, à 762 mètres. Le trépan fut subitement enseveli sous 3 mètres de sables argileux compactes; il fallut pour le dégager un travail opiniâtre et pénible de plus de trois mois et le forage ne put être repris que le 6 novembre 1865.

Nous avons pu, à l'aide d'outils spéciaux, découper à toutes profondeurs, à 700 mètres par exemple, des échantillons des roches traversées de manière à les remonter au jour en cylindres de $0^m,80$ de hauteur et de $0^m,10$ de diamètre. Ces échantillons renferment des fossiles qui facilitent l'étude des terrains traversés.

Notre premier traité n'exigeait qu'un diamètre de $0^m,10$ à 200 mètres; mais afin de ne point compromettre l'avenir de ce travail par une réduction trop prompte de ce diamètre, nous préférâmes nous imposer un sacrifice sur l'avancement journalier, et le forage, commencé à $0^m,35$ de diamètre, avait encore, à 760 mètres, un diamètre de $0^m,25$, malgré deux tubages déjà posés.

Tubages de retenue. — Trois colonnes de tubes en tôle ont été descendues pour maintenir les terrains éboulants.

La 1re, de 310^{mm} de diamètre intérieur va du sol à $49^m,33$.
La 2e, de 260^{mm} — — $188^m,66$.
La 3e, de 210^{mm} — — $759^m,26$.

La partie allant de $759^m,26$ à $857^m,78$ a été forée sans tubage de garantie, malgré la chute d'éboulements qui parfois ont arrêté complétement la marche des outils.

Ces travaux ont été exécutés tout entiers, sous notre direction supérieure, par M. Dez, l'un des jeunes ingénieurs de notre maison qui y a développé un grand zèle, une grande aptitude, et en plusieurs circonstances difficiles une grande habileté.

Séance du 9 mars 1867.

PRÉSIDENCE DE M. GAUDRY.

M. Gaudry donne quelques détails sur la découverte d'une nouvelle espèce d'*Acerotherium* fossile des environs d'Orléans, et décrite par M. Nouël.

M. Fischer fait une communication sur un cas de déformation pathologique de la mâchoire inférieure du Cachalot, observée sur une pièce du Muséum d'histoire naturelle.

M. Haton expose une étude sur les transformations en physique mathématique, quand on a égard aux trois dimensions de l'espace. On sait déjà qu'une fonction isotherme, transformée par rayons vecteurs réciproques, cesse d'être isotherme, et qu'en revanche le produit d'une fonction isotherme par le rayon recteur, qui ne présente plus le caractère isotherme, l'acquiert par la transformation. M. Haton montre par une analyse inverse : 1° que le produit d'une fonction isotherme par le rayon vecteur est la seule expression qui puisse devenir isotherme par une transformation ; 2° que le procédé par rayons vecteurs réciproques est le seul qui puisse donner lieu à cette circonstance. Cet énoncé, toutefois, laisse de côté, quant à la transformation thermique, l'addition d'une fonction isotherme arbitraire au résultat de la transformation, et quant à la transformation géométrique, le procédé de l'homothétie qui conserve directement la propriété isotherme sans préparation préalable.

Rapports de MM. de la Gournerie et Mannheim sur les travaux des candidats à une place dans la 1re section.

Séance du 16 mars 1867.

PRÉSIDENCE DE M. GAUDRY.

M. Bert envoie une note sur les conditions de la mort des Poissons de mer plongés dans l'eau douce.

M. A. Milne-Edwards complète une communication antérieure

au sujet du Dronte. Il appelle l'attention de la Société sur les travaux récents de M. Owen, qui classe le Dronte dans le voisinage des Pigeons, et fait ressortir ses analogies avec le *Didunculus* des îles Samoa.

M. Lartet analyse plusieurs brochures qu'il a publiées à la suite de ses voyages en Espagne et en Syrie.

M. Haton fait une communication sur les réseaux orthogonaux à la fois isothermes et géodésiques.

Sur la mort des Poissons de mer dans l'eau douce, par M. Paul Bert.

La plupart des Poissons de mer, surtout de ceux qui habitent au large, meurent rapidement quand on les plonge dans l'eau douce, et, réciproquement, la plupart des Poissons d'eau douce périssent très-vite dans l'eau salée. Ceci arrive non-seulement pour les Poissons, mais pour les Mollusques, les Crustacés, etc. Il est vrai que, lorsque la transition est lentement et progressivement opérée, on observe de remarquables résultats de tolérance. C'est ce que nous présentent, par exemple, dans l'état de nature, les Saumons, les Anguilles, les Lamproies, etc.; et divers expérimentateurs, entre autres Beudant, ont obtenu de cette tolérance des exemples encore plus curieux.

Mais dans le cas de changement subit suivi de mort rapide, à quoi est due cette mort? A l'action directe du sel sur les branchies, ou à la suppression de cette action? A la différence de composition des eaux entraînant des différences dans leurs pouvoirs osmotiques et, par suite, dans l'exécution des phénomènes respiratoires?

Le magnifique aquarium d'Arcachon, où se conservent dans le plus parfait état de santé les Poissons même de haute mer, m'a permis de faire, pour m'éclairer sur cette difficulté, les expériences suivantes :

1re série. — Dans divers vases cylindriques sont placés en quantité égale (un litre et demi) : 1° de l'eau douce; 2° de

l'eau douce ramenée au même degré aréométrique que l'eau de mer des bassins au moyen de sucre ordinaire.

J'introduis dans chacun de ces vases un Griset (*Sparus Mendola*) et un Rouget (*Mullus*). La moyenne des expériences me donne :

Pour les Grisets :	dans l'eau douce,	mort après	43	minutes.
—	— sucrée,	—	62	—
Pour les Rougets:	dans l'eau douce,	—	14	—
—	— sucrée,	—	55	—

Mais les animaux sont assez mal à l'aise dans ces vases étroits; ainsi un des Grisets placés comme témoins dans une semblable quantité d'eau de mer est mort en 50 minutes. Je me procure donc des vases plus vastes et à surface plus étendue.

2e série. — Petits aquaria parallélipipédiques; quantité de liquide, 4lit,80.

Résultats moyens :

Grisets,	eau douce,	mort après	86	minutes.
—	sucrée,	—	153	—
Rougets,	eau douce,	—	44	—
—	sucrée,	—	68	—

Le résultat fourni par les Grisets est surtout intéressant, parce que des Poissons de même espèce se sont fort bien comportés dans les aquaria semblables et remplis d'eau de mer où je les avais conservés comme témoins, tandis que les Rougets redoutent davantage le confinement; un de leurs témoins est mort après 104 minutes, un autre après 200 minutes.

On voit, d'après ces quelques expériences, que les Poissons de mer (au moins les Spares et les Rougets) vivent notablement moins longtemps dans l'eau douce que dans l'eau sucrée de même densité que l'eau de mer. Il est donc vraisemblable que la différence des densités est pour beaucoup dans la mort des animaux à respiration branchiale transportés de l'eau salée dans l'eau douce, ou réciproquement.

Très-probablement encore, la différence des densités agit surtout en raison de la différence des pouvoirs osmotiques,

avec laquelle elle est en rapport. Si mes Poissons ont succombé assez rapidement dans l'eau sucrée, cela tient sans doute principalement à ce que, à densité égale, l'eau de mer et l'eau douce sucrée n'ont pas le même pouvoir osmotique. Il faut aussi faire intervenir d'autres facteurs, tels que la solubilité probablement différente de l'oxygène dans l'un et l'autre liquide.

Mais comment la différence de pouvoir osmotique a-t-elle pour conséquence la mort du Poisson? Faut-il, dans le cas du Poisson de mer transporté dans l'eau douce, attribuer sa mort à l'asphyxie consécutive, à l'épaississement de la membrane branchiale ou au gonflement par l'eau des franges branchiales, gonflement qui arrêterait la circulation? Les recherches que j'ai pu faire à ce sujet ne m'ont rien appris jusqu'ici; mais j'espère beaucoup de celles que me permettront d'entreprendre dans la campagne prochaine l'installation due à la généreuse initiative de la Société scientifique d'Arcachon. Ce n'est là qu'une des mille questions que pourront soulever et résoudre ceux qui sauront profiter du laboratoire et des bassins qu'elle mettra si libéralement, à partir de l'été prochain, à la disposition des travailleurs.

Je n'ai pas seulement expérimenté sur l'eau douce ramenée, à l'aide du sucre, à la densité de l'eau de mer; j'ai aussi essayé sur les mêmes espèces de Poissons l'action de l'eau glycérinée, de l'eau gommée, de l'eau chargée de carbonate de soude, dans les mêmes conditions aréométriques. Dans ces deux derniers liquides, les Poissons meurent beaucoup plus rapidement que dans l'eau douce; l'eau glycérinée, moins dangereuse, est très-inférieure à l'eau sucrée.

Séance du 23 mars 1867.

PRÉSIDENCE DE M. GAUDRY.

M. Alix expose le résultat de ses recherches sur l'œil, les voies lacrymales et la glande de Harder de l'Hippopotame.

M. Vallès décrit une nouvelle locomotive.

M. Regnauld présente quelques considérations sur l'amalgame de thallium.

M. Laguerre fait une communication sur les propriétés des courbes qui résultent de l'intersection d'une sphère avec une surface du deuxième degré.

M. Tresca est élu membre titulaire (1re section).

M. Broca est nommé titulaire (3e section).

Recherches sur l'amalgame de thallium, par M. Jules Regnauld.

Le thallium appartient au groupe des métaux qui se combinent directement au mercure sans l'intervention d'aucune action physique ou chimique auxiliaire. Dès que le contact existe entre le mercure et la surface désoxydée du métal, la formation de l'amalgame se manifeste par le changement caractéristique d'aspect que présente le thallium et par sa désagrégation ou sa liquéfaction suivant les proportions respectives des deux corps. Dans une note relative à cet amalgame, M. Nicklès (1) a insisté sur ce qu'il désigne sous le nom de perméabilité du thallium pour le mercure, c'est-à-dire sur la facilité avec laquelle l'action de ce dernier se propage des couches superficielles aux couches profondes du métal. Cette propriété permet de supposer que l'essai du thallium offre des conditions favorables pour mettre en évidence les relations que l'auteur a signalées (2) entre les phénomènes thermiques de l'amalgamation et le rôle électrochimique des métaux engagés dans ces combinaisons. Envisagé à ce point de vue, le sujet soulève deux questions : 1° l'union du thallium avec le mercure s'accompagne-t-elle d'un dégagement ou d'une absorption de chaleur ; 2° le thallium amalgamé est-il plus ou moins électro-positif que le thallium pur?

---

(1) *Journ. de pharm. et de chim.*, 4e série, t. IV.

(2) *Comptes rendus*, 1861, tome LII.

M. Willhm, qui a fait des sels de thallium une étude complémentaire (1) des beaux travaux de M. Lamy, ayant bien voulu mettre une certaine quantité de ce précieux métal à la disposition de l'auteur, celui-ci a pu procéder aux expériences dont voici la relation succincte :

Pour la solution de la première question, la variation de température au moment où la combinaison se réalise a été observée dans deux circonstances différentes destinées à prévenir l'oxydation: 1° Les deux métaux, amenés à une même température, sont rapidement mélangés en présence de l'hydrogène sec; dans le mélange plonge un thermomètre de petite dimension et indiquant le dixième de degré centigrade; 2° La même opération a été exécutée sous une mince couche d'eau pure privée de gaz, par une ébullition prolongée. On a agi successivement sur

$2^{gr},04$ de thallium et 5^{gr} de mercure, correspondant à $\frac{Tl}{5\,Hg}$ et sur $2^{gr},04$ de thallium et 10^{gr}, de mercure ou $\frac{Tl}{10\,Hg}$.

Les observations inscrites dans le tableau ci-joint font connaître le maximum de la variation thermométrique; elles permettent de saisir nettement le sens du phénomène.

Poids des métaux.	Température initiale.	Température maxim. du mélange,	Élévation de tempér.	Condition.
Tl $2^{gr},04$	0°	1°,2	1°,2	H
	11°,4	12°,7	1°,3	H
10 Hg 10^{gr}	12°,2	13°,2	1°,0	HO
Tl $2^{gr},04$	0°	1°,8	1°,8	H
	12°,5	14°,4	1°,9	H
8 Hg 5^{gr}	10°,3	11°,9	1°,5	HO

De ces expériences il résulte qu'il y a élévation de température, et partant dégagement de chaleur lors de la formation de l'alliage du thallium avec le mercure.

Afin d'apprécier l'influence de l'amalgamation sur le rôle électro-chimique du thallium, on a constitué un couple hydro-électrique au moyen du thallium pur et du thallium

(1) *Annales de chimie et de physique*, 4e série, tome V, page 5.

amalgamé. Dans une première série d'essais, le liquide interposé était une solution aqueuse saturée à + 15° de sulfate de thallium (SO^4, Tl); dans une seconde, de l'eau contenant une proportion d'acide sulfurique (SO^4, H) équivalente à la quantité de (SO^4, Tl) dissous. A la température de + 15°, cent centimètres cubes de la première solution renferment 3^{gr}, 22 (SO^4, Tl), lesquels correspondent à 1^{gr},21 (SO^4, H).

L'amalgame liquide $\frac{Tl}{10\,Hg}$ est placé dans un petit cylindre creux de porcelaine dégourdie plongeant dans un vase de verre également cylindrique. Au moment de mesurer la force électro-motrice, l'espace annulaire compris entre le vase poreux et la paroi du verre reçoit le liquide, puis une lame décapée de thallium pur. La force électro-motrice a été déterminée par la *méthode d'opposition* décrite pour la première fois par l'auteur (1), et en prenant pour unité le couple thermo-électrique cuivre et bismuth avec une différence de 0° à + 100° entre les soudures. Les communications du couple hydro-électrique et des appareils de mesure ont été établies au moyen de fils de platine de 1^{mm} de diamètre. Le premier était recouvert d'un enduit isolant, sauf à ses extrémités, dont l'une était immergée dans l'amalgame. Le second se terminait par une pointe très-aiguë que, grâce à la mollesse du thallium, on fixait dans la partie de la lame située hors du liquide. Plusieurs expériences consécutives ont fourni régulièrement les résultats suivants :

Couples hydro-électriques.		Force électro-motrice.
$\left.\begin{array}{l} Tl - \\ \frac{Tl +}{10\,Hg} \end{array}\right\}$	$S\,O^4, Tl + n\,Aq = 7$ unit.	$\frac{Bi - Cu}{0^0 - 100^0}$
$\left.\begin{array}{l} Tl - \\ \frac{Tl +}{10\,Hg} \end{array}\right\}$	$S\,O^4, H + n\,Aq = 7$ unit.	$\frac{Bi - Cu}{0^0 - 100^0}$

Dans ces deux couples, le thallium est affecté du signe

(1) *Comptes rendus*, 1854, tome XXXVIII.

négatif, c'est-à-dire que, comparé au métal amalgamé, il fonctionne comme le zinc du couple de Daniell. La force électro-motrice représentée par 7 unit. $\frac{Bi - Cu}{0^0 - 100^0}$ est de même signe et à une unité près égale à celle que l'on obtient par la comparaison entre le cadmium pur et le cadmium amalgamé. On a en effet dans ce cas :

Couples hydro-électriques.	Force électro-motrice.
$\left.\begin{array}{l} Cd - \\ \underline{Cd +} \\ 10\ Hg \end{array}\right\}$ $S\ O^4\ Cd + n\ Aq = 8$ unit.	$\frac{Bi - Cu}{0^0 - 100^0}$
$\left.\begin{array}{l} Cd - \\ \underline{Cd +} \\ 10\ Hg \end{array}\right\}$ $S\ O^4, H + n\ Aq = 8$ unit.	$\frac{Bi - Cu}{0^0 - 100^0}$.

Aux deux questions proposées, on peut donc répondre :

1° La combinaison du thallium avec le mercure est accompagnée d'un dégagement de chaleur ; 2° le thallium pur est électro-positif par rapport au thallium amalgamé. Enfin, il est permis d'ajouter comme conclusion : l'amalgame de thallium fournit une nouvelle preuve à l'appui de la proposition suivante : toutes les fois qu'un métal est *allié* au mercure, la place qu'il occupe dans l'échelle des affinités subit une modification que peut faire prévoir le phénomème thermique observé au moment où la combinaison s'effectue. S'il y a dégagement de chaleur (c'est le cas constaté pour le potassium, le sodium, le cadmium et le thallium), le métal amalgamé est électro-négatif relativement au métal pur.

Bien que le but de cette recherche soit atteint et sa conclusion résumée dans le précédent énoncé, l'auteur y joindra la relation de quelques faits propres à préciser la fonction chimique du thallium. Celle-ci est complexe et semble paradoxale, comme l'a dit M. Dumas dans son rapport sur la découverte de M. Lamy. Si, à certains points de vue, les propriétés du nouveau métal rapprochent celui-ci des métaux alcalins, d'autres considérations entraînent à le classer près du plomb. Les sels de thallium (RTl) sont décomposés par le zinc qui met le thallium en liberté et le cadmium,

possède le même pouvoir. Il suit de là que, dans un couple hydro-électrique construit d'après les principes de celui de Daniell, le thallium, à la valeur du coefficient près, joue, relativement au zinc et au cadmium, le rôle du cuivre. C'est ce que prouve la comparaison des couples suivants :

Couples hydro-électriques.		Forces électro-motrices.
(1) $\left.\begin{array}{l} \overset{-}{Zn} \ldots SO^4, Zn + n\,Aq. \\ \overset{+}{Cu} \ldots SO^4, Cu + n\,Aq. \end{array}\right\}$	$= 175$ unit.	$\dfrac{Bi - Cu}{0^\circ - 100^\circ}$
(2) $\left.\begin{array}{l} \overset{-}{Zn} \ldots SO^4, Zn + n\,Aq. \\ \overset{+}{Tl} \ldots SO^4, Tl + n\,Aq. \end{array}\right\}$	$= 63$ unit.	$\dfrac{Bi - Cu}{0^\circ - 100^\circ}$
(3) $\left.\begin{array}{l} \overset{-}{Zn} \ldots SO^4, Zn + n\,Aq. \\ \overset{+}{Cd} \ldots SO^4, Cd + n\,Aq. \end{array}\right\}$	$= 55$ unit.	$\dfrac{Bi - Cu}{0^\circ - 100^\circ}$
(4) $\left.\begin{array}{l} \overset{-}{Cd} \ldots SO^4, Cd + n\,Aq. \\ \overset{+}{Tl} \ldots SO^4, Tl + n\,Aq. \end{array}\right\}$	$= 8$ unit.	$\dfrac{Bi - Cu}{0^\circ - 100^\circ}$.

Du rapprochement de ces valeurs, on peut induire que la distance du thallium au cadmium est notablement moindre que celle qui sépare le cadmium du zinc. Cette proximité extrême est rendue évidente par une observation qui se rattache complétement au sujet de la note. On peut voir que la force électro-motrice du couple $\left(\overset{-}{Cd} - \overset{+}{Tl}\right)$(4) est la même et de signe identique à celle du couple $\left(\overset{-}{Cd} - \dfrac{\overset{+}{Cd}}{10\ Hg}\right)$ et l'expérience montre, en effet, que dans un couple $\left(\dfrac{Cd}{10\ Hg} \ldots SO^4, Cd + n\,Aq. \atop Tl \ldots SO^4, Tl + n\,Aq.\right)$ la force électro-motrice est sensiblement nulle.

Si, au sujet du thallium, l'auteur n'a pas craint de revenir sur la question des amalgames, c'est moins à cause de l'intérêt limité qui s'attache à ces combinaisons qu'en vue des problèmes généraux que permet de résoudre un groupe rare de composés doués de la conductibilité métallique, et dans lesquels les quantités de chaleur mises en jeu par l'affinité chimique sont très-voisines de celles qui expriment les actions physiques et mécaniques inséparables de l'exercice de cette force.

Sur les courbes résultant de l'intersection d'une sphère avec une surface du second degré, par M. Laguerre.

1. On sait, depuis les travaux de M. Poncelet, que tous les cercles tracés dans un même plan passent par deux points fixes imaginaires situés sur la droite de l'infini. Je désignerai par I et J ces deux points remarquables, que, dans une note publiée dans les *Comptes rendus* (janvier 1865), j'ai proposé de nommer *ombilics du plan*. J'appelle *droite isotrope* toute droite du même plan qui passe par l'un des points I et J; l'ensemble de ces droites forme deux systèmes bien distincts, l'un composé de droites parallèles entre elles et passant par le point I, l'autre de droites également parallèles et passant par le point J.

Par tout point d'un plan passent deux droites isotropes de systèmes différents, dont l'ensemble forme un cercle de rayon nul. Dans un plan réel, toute droite isotrope renferme un point réel, et n'en renferme évidemment qu'un; c'est le point où elle occupe la droite isotrope qui lui est imaginairement conjuguée.

De la considération des droites isotropes découlent, pour les courbes algébriques, deux notions fondamentales : la première est celle des foyers que, d'après Plücker, je définirai comme les points de concours des diverses droites isotropes

que l'on peut mener tangentiellement à la courbe; relativement à ces foyers, il y a lieu de faire une distinction importante entre les foyers ordinaires et les foyers singuliers (Voir Comptes rendus, 1865); la deuxième est celle des droites *conjointes* relativement à un point. Si par un point M, pris dans le plan d'une courbe, on mène les deux droites isotropes qui se coupent en ce point, les 2 n points d'intersection de la courbe et des droites seront situés, deux à deux, sur n droites réelles; je nommerai ces droites les conjointes du point M relatives à la courbe, en me servant d'une expression déjà employée, à peu près dans le même sens, par M. Chasles dans la théorie des coniques. Si l'on prend la polaire réciproque de la courbe par rapport à un cercle décrit du point M comme centre, les n foyers de la transformée seront les pôles des conjointes du point M.

2. Toutes les sphères décrites dans l'espace ont en commun une conique imaginaire située sur le plan de l'infini (Poncelet), et que l'on peut appeler *ombilicale*. Les ombilics d'un plan quelconque sont les points où ce plan coupe l'ombilicale. — Toutes les droites isotropes passant par un point de l'espace formeront un cône s'appuyant sur l'ombilicale, et que je nommerai *cône isotrope*. Par une droite, on peut mener deux plans tangents à l'ombilicale; je désignerai de tels plans sous le nom de *plans isotropes*; pour un plan isotrope, les deux ombilics, qui sont généralement distincts, se confondent entre eux.

La surface développable circonscrite à une surface quelconque et à l'ombilicale sera dite *développable isotrope* de cette surface; les lignes doubles seront les focales de la surface; il y a lieu d'ailleurs de distinguer les focales singulières et les focales ordinaires.

3. Toutes les génératrices rectilignes d'une sphère sont des droites isotropes; le plan tangent, en un point P de cette sphère, la coupe suivant les deux droites isotropes de ce plan tangent qui passent au point P. Sur une sphère donnée, imaginons deux génératrices i et j de systèmes différents et se coupant en un point réel P de cette sphère; les autres génératrices isotropes de la surface se partageront en deux groupes : l'un, I, formé des génératrices de même système que i et rencontrant toutes la droite j; l'autre, J, formé des

génératrices de même système que j et rencontrant toutes la droite i.

Si l'on fait une projection stéréographique sur un plan parallèle au plan tangent en P, les génératrices de la sphère du système I se projetteront suivant un système de droites isotropes parallèles à j, et celles du système J, suivant un système de droites isotropes parallèles à i. — Cette propriété est fondamentale dans la théorie de la projection stéréographique.

4. Soit tracée sur une sphère une courbe algébrique que, pour plus de simplicité, je supposerai réelle. — Imaginons les tangentes à la courbe qui sont des droites isotropes du système I, et soit n le nombre de ces tangentes; il y aura également n droites isotropes du système J, qui seront tangentes à la courbe, et l'ensemble de ces $2n$ droites formera un réseau dont les n^2 points de rencontre seront les foyers de la courbe; on peut prendre de différentes façons n de ces points, de sorte que deux quelconques d'entre eux ne se trouvent pas sur une même droite isotrope; ces n points formeront alors un système indépendant.—Parmi les n^2 foyers, il y a toujours n foyers réels, et il n'y en a que n; ils forment un système indépendant, et par conséquent permettent de déterminer tous les autres.— Si l'on joint par une droite deux foyers réels quelconques, la polaire de cette droite coupera la sphère en deux points imaginaires, qui seront des foyers de la courbe; réciproquement la polaire de la droite réelle, qui passe par deux foyers imaginaires conjugués, coupe la sphère en deux foyers réels.

A proprement parler, les courbes sphériques n'ont pas de foyers singuliers, c'est-à-dire de tangentes isotropes dont le point de contact soit sur l'ombilicale. Nous donnerons cependant ce nom aux points dont voici la définition : prenons deux points imaginairement conjugués de l'intersection de la courbe avec l'ombilicale, les génératrices isotropes passeront par ces points, se couperont en deux points réels diamétralement opposés. Nous nommerons ces points *foyers singuliers*. Ils jouissent de la propriété suivante, que, si l'on considère un cône ayant pour sommet le centre de la sphère et pour base la courbe, ce cône admet pour focales singulières les droites joignant les couples des foyers singuliers.—Un cercle

sur la sphère n'a pas de foyers ordinaires; il n'a que deux foyers singuliers, qui sont ses pôles sphériques (1):

En général, l'intersection d'une sphère avec une surface de degré m a $2m$ foyers singuliers et $2m(m-7)$ foyers ordinaires.

Lorsqu'on projette stéréographiquement une courbe, les génératrices isotropes de la sphère se projettent suivant des droites isotropes; il en résulte que les foyers ordinaires de la courbe se projettent suivant les foyers ordinaires de la transformée. Il n'en est pas de même des foyers singuliers; pour les obtenir, on considérera l'une quelconque des surfaces qui, avec la sphère, définissent la courbe, et l'on prendra son intersection avec le plan tangent au pôle de transformation. — Les polaires des conjointes de ce pôle, relativement à l'intersection dont je viens de parler, couperont le plan de projection aux foyers singuliers de la transformée.

5. Je considérerai spécialement dans cette note les courbes qui résultent de l'intersection d'une sphère par une surface du second degré. Elles ont été déjà l'objet des travaux d'un grand nombre de géomètres, notamment de MM. Quetelet, Dandelin, Chasles. M. Darboux a aussi publié diverses notes très-intéressantes à ce sujet. (*Nouvelles Annales de Math.*, et *Annales de l'École normale*, 1865.)

Ces courbes correspondent exactement sur la sphère aux courbes planes remarquables étudiées par M. Moutard, et qu'il a nommées anallagmatiques du quatrième ordre. Par analogie, je les désignerai brièvement sous le nom d'*anallagmatiques sphériques*.

Une telle courbe peut être placée sur quatre cônes du second degré (Poncelet). Soit C l'un de ces cônes et T son sommet; si l'on considère les divers plans tangents que l'on peut mener à ce cône, on voit immédiatement que la courbe peut être considérée comme l'enveloppe des cercles suivant lesquels ils coupent la sphère. Mais il importe de définir la

---

(1) Pour éviter toute confusion dans la suite, je désignerai constamment les pôles sphériques d'un cercle sous le nom de foyers; le centre d'un cercle sera le point de son plan qui porte ce nom, et son pôle, le pôle de son plan par rapport à la sphère.

suite de ces cercles par des considérations qui soient purement relatives à la sphère. Dans ce but, je remarquerai d'abord que tous les cercles considérés coupent orthogonalement le cercle de la sphère dont le sommet T est le pôle, cercle que je désignerai par S ; en second lieu, que les foyers de ces cercles se trouvent sur le cône supplémentaire du cône G, ayant pour centre le centre de la sphère.

En désignant par G la conique sphérique résultant de l'intersection de la sphère par ce cône supplémentaire, on peut donc énoncer le théorème suivant :

L'anallagmatique sphérique peut être considérée comme l'enveloppe de cercles dont les foyers décrivent une conique sphérique, et qui coupe orthogonalement un cercle fixe.

Par l'anallagmatique considérée passent, outre le cône C, trois autres cônes, C_1, C_2 et C_3. Désignons respectivement par S_1, S_2, S_3 et G_1, G_2 et G_3 les cercles et les coniques sphériques relatives à ces cônes et analogues à S et à G ; l'anallagmatique pourra être engendrée, au moyen de l'une quelconque de ces coniques, de la façon définie ci-dessus.

Il y a donc, en tout, quatre modes différents de génération.

Le plan polaire de chacun des sommets passant par les trois autres, il en résulte que chacun des cercles S, S_1, S_2 et S_3 coupe orthogonalement les trois autres ; les quatre cônes C, C_1, C_2 et C_3 sont homocycliques, donc les quatre coniques G, G_1, G_2 et G_3 sont homofocales.

6. Projetons stéréographiquement l'anallagmatique sphérique. On voit immédiatement que si l'on désigne par s la projection du cercle S et par k la projection de la conique polaire du cône G relativement à la sphère, conique que j'appellerai K, la courbe résultant de la projection de l'anallagmatique sphérique pourra être considérée comme l'enveloppe d'un cercle mobile coupant orthogonalement le cercle s, tandis que son centre parcourt la conique k. — C'est donc une anallagmatique plane ; et, comme l'anallagmatique sphérique, elle admet quatre modes de génération.

Il est important d'établir que les quatre coniques directrices, correspondant aux quatre modes de génération, sont homofocales.

A cet effet, soient O le pôle de transformation et i et j les

deux génératrices isotropes passant par ce point. On sait que les droites isotropes du plan N, sur lequel se fait la projection, forment deux systèmes distincts : l'un, que je désignerai par I_0, est formé de droites parallèles à i ; l'autre, que je désignerai par J_0, de droites parallèles à j. — Considérons une droite isotrope du système I_0 qui soit tangente à k ; les droites I_0 et i sont dans un même plan, qui, contenant la génératrice i, est tangent à la sphère ; il est tangent aussi à la conique K. Par suite, il est tangent aux coniques K_1, K_2 et K_3, et son intersection avec le plan N doit être tangente aux coniques k_1, k_2 et k_3. Ce que je viens de dire des droites du système I_0 s'applique aux droites de l'autre système. Les quatre coniques considérées ont donc mêmes tangentes isotropes, et par conséquent sont homofocales.

(Toutes ces propriétés des anallagmatiques planes ont été signalées pour la première fois par M. Moutard en 1861.)

On démontrerait d'une façon analogue que la projection stéréographique d'une anallagmatique plane sur une sphère est une anallagmatique sphérique.

7. Au lieu de considérer l'anallagmatique comme résultant de l'intersection de la sphère par le cône C, on peut la considérer comme la courbe de contact de la développable circonscrite à la sphère et à la conique K.

Cette façon de considérer la courbe est peut-être celle qui se prête le mieux à la démonstration géométrique de ses propriétés.

J'indiquerai d'abord rapidement la disposition de ses foyers. Elle a quatre foyers singuliers, qui sont les foyers communs aux quatre coniques G, G_1, G_2 et G_3. Elle a seize foyers ordinaires, qui sont les points d'intersection de chacune des coniques K, K_1, K_2 et K_3, avec celui des cercles S, S_1, S_2 et S_3 qui lui correspond. Quatre de ces foyers sont réels ; ils peuvent être tous les quatre sur un des cercles que je viens de mentionner, ou être distribués deux à deux sur deux de ces cercles. De là deux classes principales dans l'ensemble des anallagmatiques.

8. *Propriété géométrique relative à trois foyers quelconques situés sur un même cercle.* — Considérons, par exemple, le cercle S et f, g, h, trois foyers situés sur ce cercle ; ces trois points se trouvent également sur la conique K. Soit M un

point de la courbe sphérique; le plan Q tangent à la sphère en ce point coupe le plan R de la conique K, suivant une droite μ V tangente à cette conique. Or, les trois points f, g et h étant sur la sphère, $f\,M^2$, $g\,M^2$ et $h\,M^2$ sont respectivement proportionnelles aux distances de ces mêmes points au plan Q ou encore à la tangente μ V. En appelant x, y et z ces distances, l'équation de la conique en coordonnées tangentielles est de la forme :

$$\lambda \sqrt{x} + \mu \sqrt{y} + \rho \sqrt{z} = 0.$$

Si maintenant nous remplaçons x, y et z par les quantités proportionnelles fM, gM et hM, il viendra pour l'équation de l'anallagmatique :

$$\lambda\, f\mathrm{M} + \mu\, g\mathrm{M} + \rho\, h\mathrm{M} = 0.$$

La même méthode permet d'établir d'autres relations remarquables; ainsi, si l'on peut inscrire dans le cercle S un quadrilatère circonscrit à la conique K (auquel cas on pourra le faire d'une infinité de façons); en désignant par α, β, γ, δ les sommets consécutifs d'un tel quadrilatère, la courbe sphérique correspondante satisfera à une relation de la forme

$$\frac{m\alpha - m\gamma}{m\beta - m\delta} = \text{Constante}.$$

Les courbes que l'on peut définir ainsi forment dans l'ensemble des anallagmatiques un groupe très-remarquable; mais leurs plus importantes propriétés dépendent de considérations différentes de celles que je viens d'exposer. On pourrait les distinguer sous le nom général de *cassiniennes*, par analogie avec l'ellipse de Cassini, qui peut être considérée comme leur type principal.

9. Étant donnés quatre points f, g, h et k situés sur un même cercle d'une sphère, proposons-nous de faire passer par un point M pris sur cette sphère une anallagmatique ayant les points donnés pour foyers ordinaires.

Soit R V la trace du plan tangent en M sur le plan du

cercle; le problème se réduit évidemment à construire dans ce plan une conique tangente R V et passant par les points donnés. Or, les points de contact des deux coniques satisfaisant à la question, points que je désigne par p et q, sont les points doubles d'une involution formée par les points de rencontre de la droite R V avec les différentes coniques que l'on peut faire passer par les points donnés. En particulier, le cercle qui les contient est une de ces coniques; soient α et α' les points où il coupe R V. Les quatre points p, q; α, α' sont en rapport harmonique; il en est de même du faisceau de droites Mp, Mq; Mα, Mα'. Mais les droites Mα, Mα' sont deux droites isotropes; donc l'angle p Mq est droit; et comme Mp et Mq sont respectivement les normales aux anallagmatiques qui satisfont au problème et qui correspondent respectivement aux points p et q, il s'ensuit que ces courbes se coupent à angle droit.

Notes sur la famille des Rallides, par M. Alphonse Milne-Edwards.

L'ordre des Echassiers, tel qu'il a été délimité par Cuvier et par la plupart des ornithologistes, est un groupe complétement artificiel dans lequel on a réuni des Oiseaux qui n'ont entre eux d'autres analogies qu'une ressemblance plus ou moins grande dans les formes extérieures. Il me paraît résulter de l'étude que j'ai faite du squelette de la plupart des types de ce groupe que, loin de constituer un tout homogène, il est formé par la réunion d'un certain nombre de petites familles faciles à caractériser et dont plusieurs ont entre elles des rapports moins étroits que n'en ont les derniers des Echassiers avec les premiers des Palmipèdes. Une de ces petites familles comprend les Râles, les Poules d'eau, les Poules sultanes, les Jacanas, les Foulques et les autres Oiseaux qui leur ressemblent le plus.

Les particularités de structure que présentent le sternum, le bassin, les os de la patte, ainsi que les autres parties de la charpente osseuse, ne permettent pas de méconnaître les affinités que ces Oiseaux ont entre eux.

Les Foulques doivent constituer dans cette famille une petite division spéciale; au contraire, les Râles, les Jacanas, les Ocydromes, les Poules d'eau, les Tribonyx, les Poules sultanes et les Notornis se lient les uns aux autres d'une façon si intime, que l'on est souvent embarrassé quand il s'agit de répartir ces Oiseaux dans des genres à limites bien tranchées.

Les Notornis qui, après avoir été trouvés à l'état fossile à la Nouvelle-Zélande, ont été rapportés vivants en Europe, tout en ayant le plumage et la tête des Porphyrions, présentent les plus grands rapports avec les Râles. Ce sont les Ocydromes qui établissent le passage entre ces deux genres. J'ai été à même d'étudier dernièrement ce genre remarquable au point de vue anatomique, et dans un mémoire plus détaillé je décrirai et ferai figurer les particularités organiques les plus importantes qui le distinguent; mais il me suffira de dire en ce moment que son sternum, presque entièrement privé de la carène médiane, qui chez les Oiseaux est destinée à augmenter la surface d'insertion des muscles pectoraux, se rétrécit beaucoup inférieurement; cette disposition contribue à le faire ressembler au bouclier sternal des Notornis, dont la portion postérieure est pour ainsi dire réduite à l'ento-sternum.

Les Kamichis se rapprochent des Rallides par quelques-uns des points de leur organisation, tel que la conformation des pattes. Mais, à d'autres égards, ils en sont trop éloignés pour qu'on les puisse faire rentrer dans la même famille, et ils doivent en être considérés comme un type dérivé.

Les Grébifoulques, dont les doigts sont garnis latéralement d'une membrane festonnée semblable à celle du pied des Foulques, ont beaucoup plus d'affinités avec les Palmipèdes totipalmes.

Les Caurales de Cayenne (genre Euripyga) ont été rangés par quelques auteurs parmi les Rallides; mais leur véritable place est à côté des Spatules et des Ibis, qu'ils relient aux petits Echassiers de rivage.

Séance du 30 mars 1867.

PRÉSIDENCE DE M. GAUDRY.

Suite de la communication de M. Vallès sur une nouvelle locomotive.

M. Picard présente des observations sur les réseaux isométriques et la déformation des surfaees de révolution.

Sur les locomotives à engrenages, par M. Vallès.

§ 1er. *Impossibilité financière de poursuivre aujourd'hui la construction des chemins de fer dans le système de la locomotive ordinaire.* — Il résulte, d'une part, du prix de revient de la construction des grandes lignes de chemins de fer, prix de revient qui a dépassé en moyenne 400 000 francs par kilomètre ; d'autre part, de ce qu'a appris l'expérience sur les dépenses d'exploitation, que, pour ces lignes, une recette brute de 40 000 francs par kilomètre est nécessaire pour couvrir tous les frais.

Rationnellement, on ne saurait admettre qu'il en soit autrement pour les lignes à double voie dites secondaires. Toutefois, la dépense kilométrique de construction en a été un peu moindre. Mais cela tient à ce que l'on s'est contenté de tracés moins perfectionnés, surtout au point de vue des inclinaisons. Le service des intérêts annuels a été ainsi moins onéreux ; mais, par contre, on a imposé une surcharge à l'exploitation, et il en est résulté une situation finale à peu près identique.

Or, comme on ne peut pas évaluer à plus de 20 000 francs

la recette moyenne brute des lignes secondaires aujourd'hui construites, il s'ensuit que ces lignes sont en perte; et ce fait ne se trouve que trop bien justifié par l'inscription d'une somme annuelle d'environ 40 millions au budget de l'État, sous le titre de garantie d'intérêt, destinée à couvrir, mais en partie seulement, le déficit.

On doit conclure de là que, sauf de très-rares exceptions, les chemins à construire devant avoir des recettes brutes encore moindres que celles des lignes secondaires construites, leur création est industriellement impossible dans le système de traction aujourd'hui employé.

§ 2. *Du mode de fonctionnement de la vapeur dans la locomotive et de ses limites économiques.* — Ce système de traction est celui de la locomotive ordinaire, et voici les conditions essentielles de son fonctionnement.

Afin d'avoir constamment à sa disposition toute la force entraînante nécessaire pour vaincre les résistances qui peuvent se présenter, il convient que la tension dans le générateur soit portée à son maximum; il importe, d'un autre côté, de ne pas le dépasser, parce qu'alors la soupape de sûreté s'ouvrirait, et il y aurait perte gratuite de la vapeur.

La vaporisation doit donc être régulière, et de ce fait de la production d'une force constante résulte la conséquence d'un travail qui est aussi constant.

Ce travail, mesuré sur le piston, est égal au produit de l'effort moteur P sur le piston par la vitesse V de cet organe; il a donc pour représentant P V.

Le travail résistant est, de son côté, égal au produit de l'effort résistant par la vitesse V′ du convoi. Si l'on considère un train se mouvant sur l'horizontale, et si E représente en kilogrammes la résistance qu'offre une tonne pour prendre la vitesse V′, l'effort résistant pour les T tonnes du convoi sera E T, le travail résistant aura donc pour valeur (E T) V′, et il faudra avoir, dans le cas du mouvement uniforme, $P V = (F T) V'$.

L'effort résistant s'exerce sur le pourtour des roues; mais on peut, en vertu des liaisons qui existent dans la machine, le supposer transporté sur le piston, et comme alors les deux efforts, agissant sur le même organe, ont évidemment

la même vitesse, il s'ensuit cette loi que l'effort moteur doit constamment être égal à l'effort résistant supposé transporté sur le piston.

Or, pendant le trajet d'un train, l'effort résistant est susceptible de changer à chaque instant, soit à cause de l'état de la voie, soit à cause de ses inclinaisons et de ses courbes, soit à cause de la variation des vitesses; il faudra donc aussi que l'effort moteur varie incessamment et dans le même rapport que l'effort résistant.

Les propriétés physiques des corps élastiques rendent ces variations automatiquement possibles, et c'est précisément en cela que consiste la remarquable appropriation de l'emploi de la vapeur à la solution du problème de la traction, problème dans lequel une même charge offre des résistances sans cesse variables; en concordance avec ces variations, la vapeur d'elle-même, sans le secours d'aucun organe additionnel et instantanément, modifie dans les cylindres les éléments factoriels de son travail : d'une part, de manière à mettre à chaque instant son effort moteur en rapport d'équilibre avec l'effort résistant dans le cours entier des variations de ce dernier ; d'autre part, de manière à ce que la vitesse du piston, et par suite celle du train, devienne en même temps ce qu'elle doit être pour que, en regard d'une production constante de force, la dépense de cette force et par suite le travail produit demeurent aussi constants.

Cette propriété, au point de vue purement mécanique, s'exerce dans des limites étendues, et, théoriquement, on conçoit que l'effort moteur partant de sa plus basse tension, qui est une atmosphère, peut s'élever jusqu'à celle qu'autorise le timbrage de la machine, timbrage que nous supposons porté à huit atmosphères.

Mais, économiquement et industriellement parlant, il convient de ne pas faire travailler la vapeur dans le cylindre à une tension moindre que quatre, parce qu'au-dessous de ce terme les vitesses, augmentant rapidement, deviennent une cause très-efficace de désorganisation pour les appareils; parce que, d'autre part, l'augmentation des vitesses provoque une croissance très-rapide de l'élément E de la résis-

tance, et réduit promptement l'effet utile à une valeur que sa petitesse rendrait ruineuse.

En conséquence, au point de vue de la pratique, c'est entre 4 et 8 atmosphères que les variations automatiques de la vapeur doivent être limitées dans les cylindres, c'est-à-dire dans le rapport du simple au double, et c'est, par conséquent, dans le même rapport que pourra varier l'effort résistant.

Il est donc nécessaire, pour que la locomotive opère dans les conditions voulues d'un bon fonctionnement économique, qu'elle se meuve sur des voies qui maintiennent les variations de la résistance entre le simple et le double, et de là résultent les conditions essentielles de la construction de ces voies, tant en ce qui concerne les inclinaisons qu'en ce qui concerne les rayons des courbes ; pour les inclinaisons, il ne faut pas dépasser la rampe limite de 12 à 13 millimètres lorsque les chaudières sont timbrées à 8 atmosphères ; pour les courbes, il ne faut pas que les rayons descendent au-dessous de 500 mètres.

§ 3. *Des divers modes de liaison qu'on peut introduire dans la locomotive entre la puissance et la résistance.* — Dans une locomotive, on peut concevoir tout autre moyen de liaison entre la puissance et la résistance que celui employé jusqu'à ce jour. On créera ainsi autant de variétés de machines qu'on aura fait usage de modes différents. Il n'est pas sans intérêt de rechercher quelle pourra être l'influence de ces modes, soit sur le travail moteur, soit sur le travail résistant.

En ce qui concerne le travail moteur, cette influence sera nulle, car la production de la force motrice, le passage de la vapeur dans le cylindre, son action sur le piston, sont antérieures et préexistantes à la liaison; elles la précèdent et ne la subissent pas. Dans toutes ces variétés de machines, l'effort moteur variant de P à 2 P, sa vitesse variant de V à $\frac{V}{2}$, conserveront les mêmes valeurs absolues.

En ce qui concerne le travail résistant, les mêmes variations, du simple au double et du simple à la moitié, se

maintiendront dans chaque variété, puisque cette propriété résulte des lois générales qui, en tout état de cause, existent entre le travail moteur et le travail résistant; mais les deux éléments de ce travail ne conserveront pas dans chaque machine les mêmes valeurs absolues, parce qu'ils sont directement influencés par le mode de liaison adopté, et qu'à la diversité des systèmes de transmission de la puissance correspond nécessairement la diversité des effets.

Dans la locomotive ordinaire, par exemple, le mode de liaison étant tel qu'à une course de l du piston correspond un demi-tour $\frac{\pi D}{2}$ des roues motrices, il s'ensuit que la vitesse V du piston produira une vitesse V' du train pour laquelle on aura $V' = V \frac{\pi D}{2 l}$; de cette relation, combinée avec le principe de l'égalité des deux travaux, on conclura que l'effort résistant R doit être égal à $P \frac{2 l}{\pi D}$. On voit donc que V' et R sont fonction de l et de D, c'est-à-dire des éléments caractéristiques du mode de liaison.

Supposons maintenant que, dans cette même machine, on introduise un mode de liaison qui, au lieu de faire correspondre la vitesse V' à celle V du piston, lui fait correspondre la vitesse $\frac{V'}{2}$, il en résulte immédiatement que l'effort résistant, au lieu d'être R, comme précédemment, pourra devenir 2 R, de telle sorte que ce qu'on ne pouvait faire par la locomotive ordinaire qu'avec l'effort moteur 2 P va pouvoir se faire par la machine modifiée avec l'effort moteur P, et que par conséquent, lorsque ce dernier aura atteint son maximum 2 P, la résistance se sera élevée à 4 R, la vitesse devenant alors $\frac{V'}{4}$. Ainsi dans cette machine on pourra vaincre des résistances doubles des précédentes, sans que les actions motrices éprouvent la moindre modification, sans

qu'elles cessent de fonctionner entre 4 et 8 atmosphères, c'est-à-dire dans les conditions reconnues les meilleures pour un bon rendement.

Si la liaison est telle que lorsque la vitesse du piston est V, celle du convoi n'est que $\frac{V'}{4}$, l'effort résistant deviendra 4 R, de sorte que ce qui, dans la précédente variété, exigeait la tension 2 P, pourra, dans celle-ci, s'exécuter avec la simple tension P, et en laissant ensuite s'élever cette tension de P à 2 P on parviendra à vaincre une résistance 8 R, mais avec une vitesse réduite à $\frac{V'}{8}$.

On voit donc en résumé que, dans ces variétés d'un type primitif de machine, pour la même vaporisation, pour les mêmes tensions, pour le même fonctionnement de la vapeur, on produira un travail résistant dont les éléments seront respectivement, savoir :

Dans la 1re, un effort variable de R à 2 R avec une vitesse comprise de V à $\frac{V'}{2}$. Dans la 2e, un effort variable de 2 R à 4 R avec une vitesse comprise de $\frac{V'}{2}$ à $\frac{V'}{4}$. Dans la 3e un effort variable de 4 R à 8 R avec une vitesse comprise de $\frac{V'}{4}$ à $\frac{V'}{8}$ et ainsi de suite.

§ 4. *Réalisation de ces divers modes par les engrenages.*—Dans les machines qui font l'objet de la présente communication, ces divers modes de liaison s'obtiennent à l'aide d'engrenages qu'on dispose de la manière suivante : les tiges des pistons, au lieu d'être directement attachés à l'essieu moteur, le sont à un axe intermédiaire qui est retenu par le châssis de la machine et qui porte un pignon vers sa partie centrale; ce pignon engrène avec une roue dentée qui est fixée à l'essieu moteur, et c'est par ce moyen, d'ailleurs très-simple, que l'action de la puissance est transmise à la résistance.

Si le rapport d'engrenage est l'unité, c'est-à-dire si le

rayon du pignon est égal à celui de la roue, on réalisera ainsi la locomotive ordinaire; si le rayon du pignon est moitié de celui de la roue, on obtiendra la seconde des variétés ci-dessus; enfin avec le rapport $\frac{1}{4}$ on obtiendra la troisième, et ainsi de suite. Il va sans dire que si l'on admettait des pignons dont les rayons seraient plus grands que ceux des roues on favoriserait la vitesse dans le rapport de ces rayons et on diminuerait la résistance dans le rapport inverse.

§ 5. *A chaque engrenage correspond pour la voie un train particulier.* — Dans toutes les variétés de machines obtenues par l'introduction des engrenages successifs, le mode de liaison, nous l'avons dit, est sans influence sur le travail moteur, et, comme nous avons reconnu que pour que celui-ci s'exécute dans de bonnes conditions économiques, il ne faut pas que l'effort moteur descende au-dessous de P, il s'ensuit que, dans la première machine qui est la locomotive ordinaire, la résistance ne devra pas être inférieure à $R = P\frac{2l}{\pi D}$, dans la seconde 2 R; dans la troisième à 4R; à ces conditions la machine fonctionnera tout aussi utilement dans ses diverses variétés que dans son type primitif.

Mais pour que l'effort résistant ne descende pas au-dessous de R, au-dessous de 2 R, au-dessous de 4 R, et en même temps pour qu'il ne s'élève pas respectivement, dans chacun de ces cas, au-desssus de 2 R, de 4 R, de 8 R, il faudra évidemment que, pour chaque machine, les inclinaisons de la voie qui, pour une même charge, sont une cause essentielle de l'augmentation et de la diminution de la résistance, soient comprises entre certaines limites; de là on est conduit à l'idée qu'il est nécessaire qu'à chaque engrenage corresponde un tracé qui lui est propre, de telle sorte qu'en dessus comme en dessous des limites de ce tracé, chaque variété de machine perdrait une partie de ses avantages économiques.

Ces tracés sont faciles à déterminer, par exemple, si, pour la locomotive ordinaire, l'effort résistant par unité de tonne a pour valeur E lorsque la tension est P et que la vitesse maximum V' du convoi est réalisée sur l'horizontale; cet effort pourra devenir 2 E, lorsque la tension dans le cylindre

sera double et que la vitesse du train ne sera que moitié de la précédente. Si d'ailleurs à cette dernière vitesse l'effort résistant par tonne est réduit à E' sur l'horizontale, la différence 2 E—E' exprimera en millimètres la pente maximum qu'on pourra donner à la voie.

Si on fait usage de l'engrenage $\frac{1}{2}$, l'effort résistant partant de 2 E arrivera à 4 E avec une vitesse $\frac{V'}{4}$, et si E" est la valeur de l'effort résistant à l'horizontale, pour cette dernière vitesse 4 E—E" sera la part de résistance qu'on pourra dans ce moment permettre aux inclinaisons. Celles-ci devront donc rester exclusivement comprises entre 2 E—E' et 4 E—E" sous la condition que ces deux nombres exprimeront des millimètres.

Enfin si l'on se sert de l'engrenage $\frac{1}{4}$, l'effort résistant pourra s'élever de 4 E jusqu'à 8 E, la vitesse étant alors réduite à $\frac{V'}{8}$, et si, à cette dernière vitesse, l'effort résistant à l'horizontale prend la valeur E"', la différence 8 E—E"' sera la part de résistance qu'on pourra permettre aux inclinaisons comme dernière limite. Celles-ci devront donc rester exclusivement comprises entre 4 E—E" et 8 E—E"', ces deux nombres exprimant des millimètres.

En faisant usage pour les quantités E, E', E", E"' des valeurs fournies par l'expérience, on trouve qu'au point de vue numérique ces divers tracés sont caractérisés comme suit :

Pour la locomotive ordinaire supposée timbrée à 8 atmosphères :

		mm.		mm.			kilom.		kilom
	Inclinaisons de	0	à	12	Vitesses	de	40	à	20
pour l'engrenage $\frac{1}{2}$	—	de 12	à	32	—	de	20	à	10
pour l'engrenage $\frac{1}{4}$	—	de 32	à	72	—	de	10	à	5

Nous ajouterons l'engrenage $\frac{1}{3}$ qui est appelé à être fréquemment employé et dont les limites sont : 23^{mm} et 51^{mm} pour les inclinaisons, et $13^{k},33^{m}$ et $6^{k},67^{m}$ pour les vitesses.

§ 6. *Réunion sur une même machine de plusieurs engrenages.* — Cela posé, on conçoit que si, sur une même ma-

chine, on plaçait les trois engrenages 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, et si l'on pouvait à volonté faire agir celui de ces engrenages qui s'adapterait le mieux aux difficultés présentes, si l'on pouvait en même temps rendre les autres inertes, il n'y aurait pas de résistances, parmi celles que peuvent développer des inclinaisons comprises entre zéro et 70 millimètres, qu'on ne fût en mesure de surmonter avec un appareil ainsi organisé.

Or, une semblable disposition a pu être facilement réalisée dans la pratique, et, à l'heure qu'il est, elle se trouve en expérience depuis dix-huit mois sur une voie ferrée dans laquelle se rencontrent des rampes de 45 millimètres et des courbes dont le rayon descend jusqu'à 40 mètres (1).

En conséquence, tandis que jusqu'à présent, pour résoudre le problème de la traction sur rails, il a fallu s'assujettir à créer pour la locomotive des voies spéciales à pentes très-faibles et à courbures très-développées, ce qui, on le sait, a été fort dispendieux, à l'avenir la question pourra être retournée de telle sorte qu'étant donné un tracé quelconque il n'y aura plus qu'à rechercher quelle doit être la machine qu'il conviendra de faire mouvoir sur ce tracé ; solution des plus simples, puisqu'elle se bornera à faire un choix convenable de deux ou trois engrenages et à les installer sur la locomotive ordinaire. En un mot, jusqu'à présent on a fait la voie pour la machine, désormais on fera la machine pour la voie. Ramenée à ces termes, la question prend au point de vue économique une importance décisive. C'est ce que nous expliquerons au lecteur dans les dernières lignes de cet écrit.

§ 7. *De l'adhérence dans les locomotives à engrenages.* — Après nous être expliqué sur les principes théoriques de ces

---

(1) Cette voie est établie sur la route impériale de Paris à Saint-Germain, à 300 mètres environ au delà du pont de Neuilly. Comme la présente communication a plus encore pour objet d'exposer la théorie des locomotives à engrenages que d'en faire connaître les détails mécaniques, nous n'avons pas cru devoir insister sur ce côté de la question ; d'autant plus que la machine étant en expérience, chacun est en mesure d'apprécier *de visu*, soit la disposition et le jeu des organes, soit l'importance des effets produits eu égard aux difficultés de la voie.

machines, il convient d'exposer quelques considérations qui intéressent trop directement la traction pour être négligées. La plus importante de ces considérations est celle qui est relative à l'adhérence. On sait que, pour que la marche d'un train soit possible, pour que les roues avancent sur les rails au lieu de glisser et de tourner sur place, il faut que l'effort résistant ne soit pas supérieur à l'adhérence. Celle-ci s'évalue moyennement à $\frac{1}{6}$ du poids porté par l'essieu moteur ; elle est donc fixe, et dès lors on est en droit de se préoccuper de la question de savoir si l'on en aura toujours assez dans une machine pour laquelle l'effort résistant peut varier du simple au sextuple et même à l'octuple.

Répondons d'abord à la question par des faits et des chiffres. Dans la machine en expérience, la charge que porte l'essieu moteur est d'environ $6\,600^k$, ce qui donne pour l'adhérence $1\,100^k$. Cette machine traînerait, tout compris, une charge de $29^t,5$ sur l'horizontale à la vitesse de 40 kilomètres, d'où résulte un effort résistant de $29^t,5.9^k = 268^k$. Si elle agissait comme locomotive ordinaire, cet effort n'irait pas au delà du double. L'adhérence serait donc amplement suffisante.

Si cette machine était munie de deux engrenages 1 et $\frac{1}{2}$, l'effort résistant prendrait une valeur quadruple de celle qu'il a à l'origine, et s'élèverait à $1\,072^k$; il resterait donc inférieur à l'adhérence.

Si aux précédents engrenages on ajoutait celui $\frac{1}{3}$, l'effort résistant atteindrait le sextuple de 268^k, soit $1\,608^k$; dans ce cas, l'adhérence serait insuffisante; mais en couplant les quatre roues, on disposerait pour l'adhérence du poids total des 10 tonnes de la machine, ce qui donnerait $1\,667^k$, nombre supérieur à l'effort résistant.

Comme avec ces trois engrenages on peut admettre des tracés dont les inclinaisons varient de l'horizontale à 52^{mm}, il est très-probable que cela pourra suffire pour tous les cas. Mais, même en présence d'une très-grande exception, on ne serait pas pris au dépourvu. En effet, dans les machines dont nous parlons, la chaudière ayant une position verticale occupe relativement peu d'espace sur son châssis. On peut profiter de cette circonstance pour mettre sur ce châssis de la marchandise, et faire ainsi de l'adhérence avec de la charge

utile. Il suffirait de porter cette charge à 3 tonnes pour augmenter l'adhérence de 500^{k}, ce qui permettrait d'admettre une résistance huit fois plus grande, et de remorquer le convoi sur une rampe de 72 millimètres.

On pourrait enfin, si l'on aimait mieux laisser la machine indépendante de toute charge, faire usage d'un wagon-lest muni sur l'arrière de deux roues ordinaires, et sur l'avant de deux chambrières terminées chacune par une petite roue. Pour les manœuvres de gare et de chargement, les deux chambrières étant abaissées, leurs roues portent sur les rails, et ce wagon fonctionne comme tous les autres. Quand il a reçu ses marchandises, on l'amène derrière la locomotive, on lève les chambrières, et alors une partie de sa charge vient peser sur le châssis de la machine et augmente l'adhérence.

§ 8. *De l'engrenage au point de vue de sa résistance et de sa durée.*—Quelque ingénieuse, quelque utile que soit l'idée de l'engrenage, on pourrait craindre, et en effet nous avons craint nous-même à l'origine, qu'il fallût y renoncer dans la pratique, s'il était sujet à de trop fréquents dérangements. Cette crainte ne s'est pas réalisée. Après un trajet de plus de 8 000 kilomètres, les seuls accidents qu'on ait constatés sont deux ruptures de dents qui provenaient d'un défaut de métal.

Maintenant qu'il est constaté que ce mode peut être employé avec confiance, on s'appliquera à faire un choix convenable de métaux. On soumettra cet organe à des épreuves préalables, ce qui n'a pas été fait pour la machine actuelle, on étudiera les formes qui paraîtront les plus propres à augmenter sa résistance.

D'ailleurs la rupture d'une dent ne compromet en rien la sûreté des voyageurs; elle n'empêche pas le train de continuer sa marche jusqu'à la plus prochaine station; enfin, en composant les roues d'engrenage de plusieurs secteurs, il suffira d'en avoir de rechange pour réparer sur place en fort peu de temps les dégradations qui pourront subvenir.

§ 9. *Les machines à engrenages ne doivent pas être appliquées aux grands trafics.*— Nous ne devons pas négliger, en terminant, d'insister sur cette considération que les locomotives à engrenages doivent être exclusivement réservées pour

les trafics modérés. Quant aux grandes exploitations, la locomotive ordinaire et les tracés qui lui conviennent doivent seuls y être appliqués.

Présentons à ce sujet quelques observations. De ce fait que la machine à engrenages permet à la résistance de se développer dans une proportion beaucoup plus considérable que ne peut le faire la locomotive ordinaire, résulte la nécessité de faire usage d'appareils dans lesquels l'adhérence est naturellement plus développée; or, à cet égard, l'avantage appartient incontestablement aux machines peu puissantes, parce que dans celles-ci la proportion de leurs poids à leurs forces en chevaux est plus considérable que dans les autres; cela offre une première ressource pour se procurer de l'adhérence.

D'un autre côté, nous avons montré que, dans ce même but, il était fort utile de pouvoir placer de la marchandise sur la machine même; de là la nécessité que le générateur occupe peu d'espace sur son châssis, ce qu'on obtient en le plaçant verticalement. Mais cet avantage est racheté par l'inconvénient que la verticalité est un obstacle à un grand développement de la surface de chauffe. Ces diverses considérations sont de nature à faire comprendre que la puissance des locomotives à engrenage doit rester modérée.

§ 10. *Les locomotives à engrenages, quoique limitées dans leur puissance, sont appelées à rendre les plus grands services pour la création des chemins de fer d'intérêt local.* — Le public est assez disposé à s'illusionner sur la valeur des chemins de fer au point de vue de leur trafic. On a cru pendant longtemps qu'il suffisait qu'une voie ferrée fût établie pour qu'elle devînt presque immédiatement l'occasion de transports considérables; on revient de cette opinion qui a été la cause de nombreux mécomptes. On ne court pas après les concessions avec autant d'engoûment que par le passé, et l'offre aujourd'hui dépasse de beaucoup la demande; les grandes compagnies de chemin de fer, qui savent mieux que personne ce que peuvent valoir les lignes qui restent à créer, s'abstiennent complétement et il est plusieurs de ces lignes qu'elles ne voudraient pas même exploiter, alors qu'on les leur donnerait *gratis* toutes faites.

Nous avons dit en effet en commençant qu'une recette

brute de 40 000 francs est nécessaire pour que, sur les grandes lignes, une entreprise de chemin de fer soit profitable; voudrait-on réduire ce taux à 30 000 francs pour les lignes secondaires, qu'il y en a fort peu, parmi les meilleures, qui donnent cette rémunération. La moyenne des recettes brutes de ce qui existe aujourd'hui du nouveau réseau n'atteint pas 20 000 francs; d'après cela qu'est-il permis d'attendre de ce qui reste à faire lorsque déjà on a choisi dans ce réseau ce qu'il y a de plus profitable ou pour mieux dire de moins onéreux.

En ce qui concerne les chemins de fer d'intérêt local, nous sommes en mesure d'affirmer que des recettes kilométriques brutes de 12 000 francs sont l'exception, et qu'en moyenne on ne peut guère compter que sur 7 000 à 8 000.

Or, avec la locomotive ordinaire, le minimum des frais d'exploitation et d'entretien ne saurait descendre au-dessous de 6 500 francs; dans ces conditions son emploi est radicalement impossible pour les petits trafics, car elle exigera des tracés dont la dépense kilométrique moyenne ne peut être moindre de 150 000 francs; c'est donc tout au plus si une recette brute de 18 000 francs serait acceptable comme base de la création d'une voie ferrée dans le système actuel de traction.

Avec les locomotives à engrenages, la situation change complétement. Ces locomotives acceptant à peu près tous les tracés, la dépense de l'assiette du chemin avec ses terrassements et ouvrages d'art sera au plus égale à celle de la construction des chemins vicinaux de grande communication, qui en France ne coûtent pas plus de 12 000 à 15 000 fr. en moyenne par kilomètre. Comme sur ces chemins les trafics auront toujours peu d'importance, que les machines seront peu puissantes, des rails de 25 kilogrammes seront suffisants; leur fourniture et leur pose ne dépassera pas 16 000 francs; les gares seront construites fort simplement, enfin le prix des machines sera relativement faible.

De plusieurs études que nous avons entreprises à ce sujet est résultée pour nous la conviction qu'avec toutes les simplifications autorisées par la nouvelle loi pour les chemins de fer d'intérêt local, la locomotive à engrenages fera descendre à 50 000 francs en moyenne, tout compris (les terrains étant

gratuitement livrés par les intéressés) la dépense kilométrique de ces chemins; et comme d'ailleurs, quelles que soient les difficultés apparentes des tracés, la locomotive à engrenages n'est jamais surmenée, nous pensons que le minimum des frais d'exploitation et d'entretien pourra descendre à 4 500 francs par kilomètre; dans ces conditions, la création d'un grand nombre de chemins de fer d'intérêt local pourra être réalisée.

Aujourd'hui, dans les départements, les demandes ne portent pas sur moins de 20 000 kilomètres de voies ferrées et, à moins de faire des folies, il n'y a aucun moyen industriellement praticable de les satisfaire. Or, dire que la locomotive à engrenages rendra immédiatement possible la création de la moitié au moins de ces chemins, c'est donner une idée saisissante, ce nous semble, de sa haute utilité.

Sur les réseaux isométriques et la déformation des surfaces de révolution, par M. Picard.

1. M. Haton de la Goupillière, dans une communication faite à la Société, le 16 mars 1867, a indiqué la solution de la question suivante :

Quelles sont les surfaces sur lesquelles on peut tracer un réseau isotherme ou isométrique formé par des lignes géodésiques et leurs trajectoires orthogonales?

Il a trouvé, par la considération de l'expression analytique de l'élément linéaire de la surface, que les seules surfaces jouissant de cette propriété sont *celles qui sont applicables sur des surfaces de révolution.*

2. Ce résultat peut s'établir immédiatement à l'aide des principes les plus simples de la géométrie des surfaces. Il suffit de se rappeler l'expression de la *courbure géodésique* des lignes d'un réseau orthogonal et le théorème de Gauss, qui en est une conséquence.

Soit, en effet, un réseau isométrique formé par des lignes

géodésiques (x) et leurs trajectoires orthogonales (y). Les éléments de lignes géodésiques compris entre deux trajectoires orthogonales consécutives étant égaux, les carrés compris entre les deux mêmes trajectoires sont tous égaux aussi ; par suite la *courbure géodésique* de chacune des trajectoires, qui est égale (si l'on désigne par dy l'élément de trajectoires et par δx l'élément de ligne géodésique) à $\frac{\delta\, dy}{dy.\delta x}$, est constante. Le système des trajectoires est donc formé de *lignes d'égale courbure géodésique.*

Or, il est facile de démontrer le théorème suivant, que j'ai déjà énoncé ailleurs :

THÉORÈME. — *Quand il existe sur une surface un système de lignes géodésiques ayant pour trajectoires orthogonales un système de lignes d'égale courbure géodésique*, ou, en d'autres termes, d'après le théorème de Gauss, *quand on peut tracer sur une surface un système de lignes parallèles de courbure géodésique constante, la surface est nécessairement applicable sur une surface de révolution.*

En effet, la *courbure géodésique* de ces lignes peut être regardée comme une fonction de l'arc s qu'elles déterminent sur l'une des *géodésiques*, à partir d'un point fixe; dès lors, si l'on considère la surface de révolution sur laquelle la *courbure géodésique* des parallèles est exprimée par la même fonction de l'arc de méridienne, on voit que les deux surfaces pourront être décomposées en carrés infiniment petits, respectivement égaux entre eux, et, par suite, seront applicables l'une sur l'autre.

3. Mais quelle est la surface de révolution sur laquelle la *courbure géodésique* des parallèles est une fonction représentée par φ (s) de l'arc de méridienne?

Si l'on désigne par x le rayon d'un parallèle, on trouve tout de suite l'équation différentielle :

$$\frac{d\,x}{x\,d\,s} + \varphi\,(s) = o \tag{1}$$

dont l'intégrale première est :

$$x = C\, e^{-\int_0^s \varphi\,(s)\, ds.} \tag{2}$$

C'est là l'équation, en x et s, de la méridienne. Il y entre un paramètre arbitraire C. Si l'on fait varier ce paramètre, on a une infinité de surfaces de révolution toutes applicables les unes sur les autres. Elles forment une famille dont les surfaces individuelles se distinguent par la valeur du *module* C.

4. Le théorème précédent permet de reconnaître immédiatement que *les héliçoïdes sont applicables sur des surfaces de révolution*, propriété découverte par E. Bour. Car il est évident que les hélices décrites par les différents points du profil générateur sont des *lignes parallèles et de courbure géodésique constante.*

5. Il y a plus ; on peut trouver très-simplement, par les mêmes considérations, la relation qui existe entre le profil générateur de l'héliçoïde et la méridienne de la surface de révolution.

Rapportons le profil de l'héliçoïde à l'axe OY de la surface et à la perpendiculaire OX ; et considérons l'hélice décrite par le point M dont les coordonnées sont X et Y. Si p est le *pas* de la surface, la tangente à cette hélice en M fait avec l'axe un angle α dont la tangente trigonométrique est $\frac{2\pi X}{p}$ ou, en posant $\frac{p}{2\pi} = a$, $\frac{X}{a}$. Si l'on désigne par ε et λ les angles que la tangente en M au profil fait avec OX et avec la tangente à l'hélice, on trouve pour la *courbure géodésique* G de l'hélice

$$(3) \qquad G = -\frac{\sin^2 \alpha}{X} \frac{\cos \varepsilon}{\sin \lambda},$$

ou, comme $\cos \lambda = \sin \varepsilon \cos \alpha$,

$$(4) \qquad G = -\frac{\sin^2 \alpha . \cos \varepsilon}{X \sqrt{1 - \sin^2 \varepsilon \cos^2 \alpha}},$$

ou, enfin, en remplaçant $\sin^2\alpha$, $\cos^2\alpha$, $\sin\varepsilon$, $\cos\varepsilon$, par leurs valeurs,

$$(5) \quad G = -\frac{X}{\sqrt{(a^2 + X^2)\left[a^2 + X^2 + X^2\left(\frac{dY}{dX}\right)^2\right]}}.$$

Telle est la *courbure géodésique* des hélices exprimée en fonction de l'X des différents points du profil et du coefficient différentiel $\frac{dY}{dX}$. Il faut exprimer cette courbure en fonction de l'arc de géodésique qui leur est orthogonal. Or, en appelant s cet arc et σ l'arc du profil, on a évidemment

$$(6) \qquad ds = d\sigma \sin\lambda,$$

d'où en remplaçant $d\sigma$ et $\sin\lambda$ par leurs valeurs.

$$(7) \qquad ds = dX\sqrt{1 + X^2 \frac{\left(\frac{dY}{dX}\right)^2}{a^2 + X^2}}.$$

Si l'on suppose le profil connu, X est, en vertu de cette dernière formule, une certaine fonction de s qui, mise à la place de X dans l'équation (5), donnera la *courbure géodésique* des hélices en fonction de l'arc s. Désignons par φ (s) cette fonction; la courbe méridienne de la surface de révolution sur laquelle l'héliçoïde est applicable aura alors pour équation

$$(8) \qquad x = C\, e^{-\int_0^s \varphi(s)\, ds}.$$

Réciproquement, connaissant la fonction $\varphi(s)$ qui exprime la *courbure géodésique* des parallèles d'une surface de révolution donnée, on pourra déterminer le profil générateur de l'héliçoïde sur lequel cette surface est applicable. Il sera donné par les formules

$$(9) \quad \varphi(s) = -\frac{X}{\sqrt{(a^2 + X^2)\left[a^2 + X^2 + X^2\left(\frac{dY}{dX}\right)^2\right]}}$$

$$(10) \qquad d\,s = \sqrt{\frac{a^2 + X^2 + X^2\left(\frac{d\,Y}{d\,X}\right)^2}{a^2 + X^2}}\; d\,X$$

dont la première peut s'écrire, en vertu de la seconde,

$$(11) \qquad \varphi\,(s)\; d\,s + \frac{X\,d\,X}{a^2 + X^2} = 0,$$

ou, en intégrant,

$$(12) \qquad a^2 + X^2 = e^{-2\int \varphi\,(s)\; d\,s}.$$

De cette dernière équation on tirera $\frac{d\,s}{d\,X}$ en fonction de X, et, en portant la valeur trouvée dans (10) on aura l'équation différentielle du profil entre X et Y; l'intégrale s'obtiendra ensuite par une quadrature.

6. APPLICATIONS. — Comme application de ces formules, nous chercherons d'abord quelle est la surface de révolution sur laquelle peut s'appliquer la *surface de vis à filets carrés.*

Le profil générateur étant une droite perpendiculaire à l'axe on a $\frac{d\,Y}{d\,X} = 0$, par suite $s = X$ et $G = -\frac{s}{a^2 + s^2}$. L'équation de la courbe méridienne de la surface de révolution cherchée est alors

$$(13) \qquad x = C\sqrt{a^2 + s^2};$$

cette équation ne diffère que par le module C de celle de la chaînette qui est

$$(14) \qquad x = \sqrt{a^2 + s^2}.$$

Ainsi la surface de la vis à filets carrés est applicable sur la surface de révolution qu'engendre la chaînette et que Bour a appelée *alysséide*, et sur toutes les surfaces de révolution *dérivées.*

Ce n'est pas là le seul héliçoïde applicable sur l'*alysséide.* Cherchons en effet, comme seconde application de nos for-

mules, quel est le profil des héliçoïdes applicables sur l'*alysséide*.

Pour cette surface, la fonction $\varphi(s)$ qui exprime la courbure géodésique des parallèles est :

$$-\frac{s}{h^2+s^2},$$

par conséquent, l'équation (12) est, dans ce cas,

$$(15) \qquad a^2 + X^2 = l^2 (h^2 + s^2);$$

d'où

$$(16) \qquad s^2 = \frac{X^2 + a^2 - l^2 h^2}{l^2}$$

et

$$(17) \qquad \frac{ds}{dX} = \frac{1}{l} \frac{X}{\sqrt{X^2 + a^2 - l^2 h^2}}.$$

Portant cette valeur de $\frac{ds}{dX}$ dans l'équation (10), on a

$$(18)\ dY = \frac{dX}{l\,X} \sqrt{X^2 + a^2}. \sqrt{\frac{(1 - l^2) X^2 - l^2 (a^2 - l^2 h^2)}{X^2 + a^2 - l^2 h^2}},$$

d'où, en intégrant,

$$(19)\ Y = \int \frac{dX}{l\,X} \sqrt{X^2 + a^2} \sqrt{\frac{(1 - l^2) X^2 - l^2 (a^2 - l^2 h^2)}{X^2 + a^2 - l^2 h^2}}.$$

Cette valeur générale de Y renferme des fonctions elliptiques. Mais on n'a que des fonctions ordinaires dans les trois cas suivants : 1° $l = 1$, 2° $a = lh$, 3° $a = l^2 h$. Les surfaces qui répondent au 3e cas sont *des héliçoïdes réglés*, comme l'a remarqué Bour dans son beau mémoire sur la déformation des surfaces. (*Journal de l'École polytechnique*, tome XXII.) Nous ne voulons pas entrer ici dans le détail de cette discussion, nous nous bornerons à dire, en terminant cette note, peut-être déjà trop longue, que dans tout ceci nous n'avons fait que retrouver par une autre voie des résultats déjà obtenus par cet habile géomètre, et que si l'on veut connaître tous les développements que comporte cette intéressante question de la déformation des surfaces, c'est à son mémoire qu'il faut se reporter.

Séance du 6 avril 1867.

PRÉSIDENCE DE M. TRANSON.

M. Haton fait une communication sur les centres de gravité.

M. Laguerre expose des considérations sur les applications de la géométrie au calcul intégral.

Rapport de M. Fischer sur les titres de candidats pour une place vacante dans la 3e section.

Sur les centres de gravité, par M. Haton de la Goupillière.

Ce mémoire comprend deux parties distinctes.

La première est consacrée à la recherche du centre de gravité dans des conditions qui échapperaient complétement aux anciennes méthodes par la complication inabordable des intégrations. L'artifice fondamental consiste dans l'emploi des variables d'Euler pour représenter les courbes au moyen d'une équation entre la longueur de l'arc et l'angle de contingence. On arrive ainsi à traiter avec facilité un grand nombre de questions générales, par exemple le cas des arcs homogènes, ceux dont la densité varie en raison de la courbure et auxquels les théorèmes de Steiner et de Wetzig communiquent beaucoup d'intérêt, les surfaces de révolution, les troncs de cylindre, etc.

L'application qu'on a eue particulièrement en vue concerne les épicycloïdes, dont le centre de gravité donne lieu à plusieurs propositions curieuses. Nous citerons seulement les suivantes comme exemples :

Lorsque le diamètre du cercle mobile est égal à un nombre impair de fois le rayon du cercle fixe, et seulement alors, le centre de gravité du périmètre d une branche entière

d'épicycloïde se trouve toujours au centre du cercle fixe (1).

Lorsque le rapport des rayons est un nombre entier quelconque, la distance du centre de gravité au centre de ce dernier cercle est une partie commensurable de son rayon.

Si l'on répartit sur l'épicycloïde une certaine quantité de matière dont la densité varie proportionnellement à la courbure, le centre de gravité d'une branche entière se trouve au centre du cercle fixe lorsque le rapport des rayons est un nombre entier, et seulement alors.

La même propriété a lieu pour le centre de gravité de l'aire comprise entre une branche entière d'épicycloïde et sa développée formée, ainsi qu'on le sait, de deux demi-épicycloïdes semblables.

En dehors de ces cas simples, des formules générales font connaître la position du centre de gravité pour un rapport de rayons quelconque et même pour des portions quelconques d'épicycloïdes.

La seconde partie de ce mémoire comprend des recherches barocentriques inverses, c'est-à-dire un ordre de questions dans lesquelles il s'agit de déterminer la figure elle-même, courbe ou surface, d'après des propriétés imposées à l'avance à son centre de gravité Nous en citerons quelques exemples pour donner une idée de ce genre de problèmes :

Trouver une courbe telle que l'ordonnée du centre de gravité de son aire ou de son arc soit la moyenne arithmétique ou géométrique des ordonnées extrêmes, en quelques points que soient prises ces ordonnées.

Trouver une courbe telle que l'ordonnée du centre de gravité de son aire, comptée à partir d'une abscisse fixe, soit proportionnelle à une puissance quelconque de son ordonnée extrême.

Trouver une surface telle que les coordonnées horizontales du centre de gravité de son volume soient des fonctions données de ses coordonnées extrêmes.

---

(1) Une exception unique a lieu pour l'épicycloïde extérieure de deux branches. La distance du centre de gravité au centre du cercle fixe est alors égale aux trois-seizièmes de la circonférence de ce cercle.

Ces problèmes et d'autres analogues servent d'exemples à des questions générales comprenant chacune un certain ordre d'applications. Et ces questions générales elles-mêmes, ou plutôt les formules qui les résolvent, résultent, par de simples mutations de lettres, d'une équation fondamentale qui est différentielle du second ordre et du second degré, et qui se trouve ramenée une fois pour toutes aux quadratures.

Sur les applications de la géométrie au calcul intégral, par M. Laguerre.

§ I. — En étudiant les beaux théorèmes découverts par M. Poncelet sur les polygones simultanément inscrits et circonscrits à des coniques, Jacobi a montré, le premier, le lien intime qui unit cette théorie à celle des fonctions elliptiques et fait voir comment, en employant un système de cercles ayant même axe radical, on pouvait effectuer géométriquement l'addition et la multiplication des fonctions elliptiques. En terminant son mémoire, Jacobi avait fait remarquer que la considération plus générale d'un système de coniques devait conduire à des résultats analogues à ceux qu'il avait rencontrés ; je ne pense pas qu'il ait depuis développé cette indication et poussé plus loin cette recherche qui lui paraissait digne d'intérêt.

M. Chasles, dans un mémoire publié dans les *Comptes rendus* en 1844, a repris cette idée en suivant une voie moins directe que celle de Jacobi et donné une représentation géométrique très-élégante de l'addition des fonctions elliptiques au moyen d'un système de coniques homofocales.

Le but de cette note est de résoudre d'une façon complète et générale la question posée par Jacobi.

§ II. — Pour abréger, je désignerai, dans ce qui suit, par puissance d'un point relativement à une courbe la valeur que prend le premier membre de l'équation de cette courbe $f(x, y) = 0$, lorsque l'on substitue aux variables les valeurs

des coordonnées de ce point. La puissance d'un point est une fonction qui ne dépend évidemment que de la forme de la courbe et de la position relative du point; la définition précédente ne la définit qu'à un facteur constant près.

§ 3. — Considérons, dans un même plan, deux coniques fixes A et B. Menons à la conique A une tangente quelconque T, et soient m et μ les deux points où cette tangente coupe la conique B. Si la droite T se déplace en restant tangente à A, pour un déplacement infiniment petit, elle tournera autour de son point de contact t; soient m' et μ' les points où, dans sa nouvelle position, elle coupe la conique B. Appelons V le point de rencontre des droites mm' et $\mu\mu'$, la théorie des transversales fournit immédiatement la relation suivante où, pour abréger, j'ai écrit ds et $d\sigma$ au lieu de mm' et $\mu\mu'$:

$$\frac{ds}{mt.\, m\mathrm{V}} = \frac{d\sigma}{\mu t.\, \mu\mathrm{V}}$$

D'après un théorème connu, les tangentes mV et μV sont proportionnelles aux racines cubiques des rayons de courbure r et ρ de la courbe aux points m et μ; d'après le théorème de Newton sur les transversales, les segments mt et μt sont proportionnels aux racines carrées des puissances des points m et μ relativement à la conique A; en désignant ces puissances par $\pi(m)$ et $\pi(\mu)$, on peut donc écrire la relation suivante :

$$(1) \qquad \frac{ds}{\sqrt[3]{r\sqrt{\pi(m)}}} = \frac{d\sigma}{\sqrt[3]{\rho\sqrt{\pi(\mu)}}}$$

§ 4. — Dans cette équation différentielle, les variables sont séparées; si nous exprimons que la droite $m\mu$ est tangente à A, nous aurons une intégrale particulière de cette équation. Mais, lorsque l'on a un faisceau de coniques ayant quatre points communs, le rapport des puissances de deux points quelconques situés sur l'une de ces courbes par rapport à une autre courbe quelconque du faisceau est constant, quelle que soit cette dernière courbe. Donc on peut, au lieu de la

conique A, considérer une quelconque des coniques qui passent par les quatre points d'intersection de A et de B ; et si l'on exprime que la droite $m\mu$ est tangente à cette conique, on obtiendra l'intégrale générale de l'équation (1).

§ 5. — Cette intégrale générale peut être représentée par un faisceau de coniques ayant quatre points communs; ou, si l'on préfère se représenter le déplacement de la droite $m\mu$ par celui de son pôle, par un faisceau de coniques inscrites dans un même quadrilatère. Les deux cas particuliers les plus remarquables sont fournis, d'un côté, par un système de cercles ayant même axe radical et, de l'autre, par un système de coniques homofocales. Dans le cas où la conique B est une ellipse, on peut simplifier l'équation (1); soient, en effet,

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

l'équation de cette ellipse rapportée à ses axes et $f(x,y) = 0$ l'équation de la conique A rapportée à ces mêmes axes.

En posant $x = a \cos \lambda$ et $y = b \sin \lambda$, et en désignant par L et λ les valeurs de l'amplitude aux points m et μ, la relation (1) deviendra :

$$\frac{d\,\mathrm{L}}{\sqrt{f\,(a \cos \mathrm{L},\ b \sin \mathrm{L})}} = \frac{d\,\lambda}{\sqrt{f\,(a \cos \lambda,\ b \sin \lambda)}}$$

§ 6. — Examinons en particulier le cas où la conique B se réduit à un cercle. En désignant par a, b, c, d, les points d'intersection de ce cercle avec la conique A, l'on a :

$$\frac{\pi\,(m)}{\pi\,(\mu)} = \frac{ma.mb.mc.md}{\mu a.\ \mu b.\ \mu c.\ \mu d}$$

et l'équation différentielle (1) devient

$$(2) \qquad \frac{ds}{\sqrt{ma.mb.mc.md}} = \frac{d\sigma}{\sqrt{\mu a.\mu b.\mu c.\mu d}}$$

La forme qui résulte de cette équation, pour la différentielle de l'intégrale elliptique de première espèce la plus générale, est celle qui se prête le mieux aux considérations de la géométrie pure. Je reviendrai du reste plus tard sur ce point en traitant de la théorie géométrique de la transformation des intégrales elliptiques.

§ 7. — L'équation (2) peut se mettre immédiatement sous la forme de l'équation différentielle d'Euler ; fixons la position de chaque point du cercle par sa distance à un point fixe arbitraire et soient L, λ, A, B, C, D les valeurs des angles correspondant aux points m, μ, a, b, c, d; la relation (2) pourra s'écrire ainsi :

$$\frac{d\,\mathrm{L}}{\sqrt{\sin\frac{1}{2}(\mathrm{L}-\mathrm{A})\,\sin\frac{1}{2}(\mathrm{L}-\mathrm{B})\,\sin\frac{1}{2}(\mathrm{L}-\mathrm{C})\,\sin\frac{1}{2}(\mathrm{L}-\mathrm{D})}} = \frac{d\,\lambda}{\sqrt{\sin\frac{1}{2}(\lambda-\mathrm{A})\,\sin\frac{1}{2}(\lambda-\mathrm{B})\,\sin\frac{1}{2}(\lambda-\mathrm{C})\,\sin\frac{1}{2}(\lambda-\mathrm{D})}},$$

ou bien en posant $\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}\,\mathrm{Z} = x$, $\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}\,\lambda = \xi$

$$\frac{d\,x}{\sqrt{(x-\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}\,\mathrm{A})\,(x-\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}\,\mathrm{B})\,(x-\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}\,\mathrm{C})\,(x-\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}\,\mathrm{D})}} = \frac{d\,\xi}{\sqrt{(\xi-\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}\,\mathrm{A})\,(\xi-\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}\,\mathrm{B})\,(\xi-\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}\,\mathrm{C})\,(\xi-\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}\,\mathrm{D})}}.$$

§ 8. — On peut donner à l'équation différentielle d'Euler une autre interprétation géométrique et qui mérite d'être signalée (1). On sait qu'une anallagmatique plane peut être

(1) Elle a été remarquée pour la première fois par M. Darboux. *(Journal de l'École normale, 1865.)*

considérée comme l'enveloppe d'une série de cercles orthogonaux à un cercle fixe B et dont les centres décrivent une conique A. Je modifierai légèrement cette définition et présenterai de la façon suivante le mode de description de la courbe : soit menée à A une tangente réelle extérieure au cercle et la coupant par suite en deux points imaginaires conjugués m et μ. Si l'on mène les quatre droites *isotropes* (2) passant par ces points, ces droites se rencontreront en deux autres points réels M et M; le lieu de ces points sera l'anallagmatique définie ci-dessus.

Il est évident que les points M et M sont réciproques par rapport au cercle fixe B.

Pour fixer la position d'un point quelconque du plan, je prendrai pour coordonnées les segments interceptés sur un axe fixe entre les intersections de cet axe avec les droites isotropes issues du point donné et un point fixe de cet axe que je prendrai pour origine des coordonnées.

Dans ce système, en désignant par x, y et x', y' les coordonnées respectives de deux points, par d leur distance et θ l'angle que fait avec l'axe fixe la droite qui les joint, on a évidemment :

$$x - x' = d\, e^{\theta i} \quad \text{et} \quad y - y' = d\, e^{-\theta i}$$

formules où, suivant l'usage habituel, i désigne le symbole $\sqrt{-1}$. Soient maintenant z et y les coordonnées du point M de l'anallagmatique définie ci-dessus, l'origine des coordonnées étant placée, pour plus de simplicité, au centre du cercle B; α, β, γ, δ les abscisses des points de rencontre de ce cercle avec la conique A; ces quatre points sont les foyers de l'anallagmatique. Soient α', β', γ', δ' les ordonnées de ces mêmes points; leurs valeurs sont, du reste (le cercle et la conique étant supposées réelles), imaginairement conjuguées des valeurs des abscisses.

La relation (1)

---

(1) Voir ma précédente communication, séance du 23 mars.

$$\frac{ds}{\sqrt{ma.mb.mc.md}} = \frac{d\sigma}{\sqrt{\mu a.\mu b.\mu c.\mu d}}$$

pourra se mettre sous la forme suivante, où λ désigne un angle réel constant, ne dépendant que de la position des foyers sur le cercle

$$(3)\quad \frac{dx\, e^{\lambda i}}{\sqrt{(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)(x-\delta)}} = \frac{dy\, e^{-\lambda i}}{\sqrt{(y-\alpha')(y-\beta')(y-\gamma')(y-\delta')}}$$

et, d'après ce qui a été dit plus haut, l'intégrale générale de cette équation sera fournie par l'équation des anallagmatiques, ayant pour foyers les quatre points dont les coordonnées sont α, α' ; β, β' ; γ, γ' et δ, δ'.

§ 9. — On aurait pu, en partant d'une propriété géométrique très-simple des anallagmatiques, écrire immédiatement l'équation différentielle précédente. Mais la marche que j'ai suivie, quoique plus longue, a l'avantage de faire voir d'une façon nette comment les propriétés des anallagmatiques relatives aux intégrales elliptiques se rattachent à la théorie de Jacobi. Ces courbes se présentent nécessairement quand on veut étudier la marche de l'intégrale pour des valeurs imaginaires de la variable. Tout le temps que la droite tangente à la conique coupe le cercle en deux points réels, la marche simultanée de ces deux points représente d'une manière précise la marche de l'intégrale. Dès qu'elle devient extérieure au cercle, au lieu des points imaginaires m et μ où elle coupe ce cercle, il faut considérer les points réels de l'anallagmatique M et M qui leur correspondent.

On a d'ailleurs la relation très-simple suivante entre les éléments différentiels relatifs au cercle et à l'anallagmatique :

$$\frac{ds}{\sqrt{ma.mb.mc.md}} = \frac{dS}{\sqrt{Ma.Mb.Mc.Md}}\sqrt{-1}\ .$$

Par chaque point du plan, outre l'anallagmatique donnant lieu à la relation précédente, il passe une anallagmatique coupant orthogonalement la première et fournissant la relation suivante :

$$\frac{ds}{\sqrt{ma.\ mb.\ mc.\ md}} = \frac{dS}{\sqrt{Ma.\ Mb.\ Mc.\ Md}}.$$

Les considérations précédentes montrent l'importance des courbes anallagmatiques du 4e ordre dans l'étude de la représentation géométrique des intégrales elliptiques, lorsqu'on y introduit la considération des imaginaires; cette considération, du reste, me semble indispensable si l'on veut approfondir les propriétés des coniques qui se rapportent à la théorie des fonctions elliptiques, théorie dans laquelle la considération des fonctions imaginaires joue un rôle capital.

Séance du 13 avril 1867.

PRÉSIDENCE DE M. REGNAULD.

M. Alix présente le résultat de ses recherches sur la moelle épinière et les organes génito-urinaires de l'Hippopotame.

M. Fischer complète une communication antérieure relative à la déformation pathologique de la mâchoire inférieure du Cachalot.

M. Mannheim, au nom de M. Ribaucour, fait une communication sur les enveloppes de cercles.

Sur les enveloppes de cercles, par M. Ribaucour.

De tous les points d'une courbe donnée on décrit des circonférences dont les rayons sont liés par une relation permettant d'en connaître le rayon lorsque la position du centre est fixée sur la courbe donnée. Ces cercles ont une enveloppe qui se compose de deux branches.

Lorsqu'on déforme la ligne des centres de toutes ces circonférences, les rayons de celles-ci ne changeant pas, on obtient une nouvelle enveloppe de ces circonférences.

Supposons que la ligne des centres C tangente à une droite D en un point c soit déformée en restant tangente à D au même point c; après la déformation, si l'on considère les centres de courbure des deux branches aux points où elles touchent la circonférence dont le centre est c :

La droite qui joint ces deux points passe par un point fixe de D, quelle que soit la déformation;

Cette droite rencontre la normale à la développée de C en un point dont la distance à la normale en c à C est constante pendant la déformation.

Considérons toutes les séries de cercles ayant même ligne des centres, les rayons de l'une d'elles se déduisant de ceux d'une autre par la relation

$$R' = k\,R\,;$$

Si l'on donne à k toutes les valeurs possibles on aura toutes les séries.

Un cercle d'une série touche son enveloppe en deux points, la corde qui les joint a elle-même une enveloppe :

Les cordes de contact de tous les cercles correspondants appartenant à toutes les séries touchent leurs enveloppes en des points en ligne droite avec le centre de courbure de la ligne des centres;

Si l'une des cordes enveloppe un point, les autres enveloppent des courbes homothétiques à la développée de la ligne des centres.

Si, par exemple, d'un point m d'une conique M on mène

une parallèle au grand axe jusqu'à la rencontre avec une directrice ; que de ce point d'intersection on abaisse une perpendiculaire sur la tangente en m à M, cette perpendiculaire enveloppe une développée de conique.

Si l'on déforme la ligne des centres C, la droite qui joint tous les points où les cordes de contact touchent leurs enveloppes pivote autour d'un point fixe.

Considérons les normales aux développées des enveloppes de chaque série, correspondant au cercle de centre c.

Toutes ces normales enveloppent une parabole orthogonale en c à C.

Si l'on déforme la ligne des centres C, cette parabole se déforme en conservant même courbure en c; sa directrice pivote autour d'un point fixe.

Si l'on déforme d'une manière quelconque la ligne des centres C dans une portion de sa longueur : 1° l'aire comprise entre les deux branches de l'enveloppe et les normales extrêmes reste constante; 2° la somme algébrique des deux arcs de l'enveloppe correspondant à la partie déformée de C reste constante

Au point c menons la tangente D à C, jusqu'à la rencontre a d'une courbe donnée A; en ce point menons la normale à A et prolongeons-la jusqu'à sa rencontre avec la normale en c à C; enfin, du point c comme centre avec la distance de c à ce point d'intersection, comme rayon, décrivons un cercle; et répétons la même construction pour tous les points d'un arc de C, limité à A :

L'arc de la ligne des centres C est égal à la demi-différence des arcs correspondants de la série de cercles.

On obtient encore le même résultat lorsque, les courbes A et C étant fermées, l'on prend les arcs complets.

Séance du 27 avril 1867.

PRÉSIDENCE DE M. GAUDRY.

M. Gaudry expose quelques-unes des conclusions de M. Saporta sur les flores fossiles.

M. Laurent donne des détails sur plusieurs machines qu'il a étudiées à l'Exposition universelle.

Séance du 4 mai 1867.

PRÉSIDENCE DE M. GAUDRY.

M. Alix présente un aperçu de ses recherches sur l'anatomie de la langue et de la bouche de l'Hippopotame.

M. Laguerre fait une communication sur la représentation géométrique des fonctions elliptiques.

M. Lartet est élu membre titulaire dans la 3e section.

Séance du 11 mai 1867

PRÉSIDENCE DE M. GAUDRY.

M. Delesse expose le résultat de ses études sur les fonds de mer des côtes de France.

M. Transon adresse quelques observations au sujet de ce travail.

M. Laussedat présente des épreuves photographiques d'un panorama circulaire, et indique les procédés qui ont été employés pour les obtenir.

M. de Saint-Venant fait une communication sur le choc des barres élastiques.

Séance du 18 mai 1867.

PRÉSIDENCE DE M. GAUDRY.

M. le président, en présentant une esquisse géologique du Canada de la part des membres de la Commission géologique de cette contrée, appelle l'attention de la Société sur la découverte de l'*Eozoon canadense* dans des terrains considérés jusqu'à ce jour comme azoïques; et il entre, à ce sujet, dans des considérations générales sur la succession des êtres organisés à la surface du globe.

M. Transon fait une communication sur l'emploi que l'on fait en algèbre et en géométrie analytique des quantités négatives, et sur la valeur qu'on doit leur attribuer.

Une discussion s'engage à ce sujet entre MM. Moutard, Picard et Transon.

Séance du 25 mai 1867.

PRÉSIDENCE DE M. GAUDRY.

M. de Mercey fait une communication sur le terrain quaternaire de la vallée de la Somme.

MM. Alix et Lartet ajoutent quelques détails à cette communication.

M. Transon expose des considérations sur la doctrine de Mourey.

Sur le choc longitudinal de deux barres parfaitement élastiques et sur la proportion de leur force vive qui est perdue par la translation ultérieure, par M. de Saint-Venant.

Lorsque deux barres parfaitement élastiques, supposées d'abord d'égale grosseur et de même matière, se sont heurtées longitudinalement, la plus courte, ainsi que Cauchy l'a reconnu le premier (Société philomathique, décembre 1826), prend tout entière la vitesse primitive de l'autre après que l'ébranlement ou le son qui s'y propage a parcouru sa longueur aller et retour, en se réfléchissant ou faisant *écho* à l'extrémité non jointive. Comme cette vitesse est moindre que celle qui est alors possédée par une portion contiguë de l'autre barre, qui a été heurtée et qui va devant, l'illustre géomètre conclut que le choc est alors terminé et que les deux barres se séparent. Il en résulte une certaine perte de force vive, et on en déduit, pour les vitesses des deux centres de gravité après le choc, des expressions nouvelles très-différentes de celles qui se trouvent dans tous les ouvrages traitant du choc des corps élastiques.

Mais Poisson nie la séparation des barres si elles ne sont pas de longueur égale, parce qu'il suppose, pour qu'elle s'opère, qu'à l'endroit de la jonction non-seulement la vitesse de la barre qui va devant vienne à excéder celle de la barre qui va derrière, mais encore *que les compressions soient alors nulles* dans toutes deux. Et comme les formules qu'il a données en 1833 (*Mécanique*, t. II) lui montrent que ces deux conditions ne sont jamais remplies à la fois, jusqu'à un certain instant ultérieur où les mêmes formules indiquent que les barres restées unies reviennent à leur état primitif, il conclut que le choc recommencera en quelque sorte périodiquement pour peu que leurs longueurs soient différentes, et qu'elles resteront unies indéfiniment, comme feraient deux corps dénués d'élasticité.

J'ai reconnu de diverses manières qu'il y avait lieu d'adopter la conclusion de Cauchy et les formules de vitesses finales qui s'en déduisent.

Il est bien vrai, et en cela Poisson est parfaitement fondé, qu'il faut tenir compte de la compression qui affecte une portion de la barre heurtée, à l'instant signalé où sa vitesse vient à surpasser celle de la barre heurtante. Cette compression engendre en effet par *détente,* immédiatement après, une vitesse en arrière qui, déduite de la vitesse en avant possédée par ses tranches, la réduit à être égale à la vitesse que la barre heurtante possède alors; d'où il suit qu'elles marchent encore juxtaposées. Mais cette juxtaposition ne dure que le temps qui s'écoule jusqu'à un deuxième instant, généralement très-proche, où le son a parcouru, aller et retour, la plus longue des deux; car, et c'est ce que Poisson n'a pas aperçu, si elles restaient unies au delà de ce dernier instant, les formules montrent que leurs compressions deviendraient *négatives*, et elles exerceraient l'une sur l'autre une *traction.* Or cela est impossible, puisque les barres sont sans adhérence l'une avec l'autre et peuvent bien se pousser, mais non pas se tirer. Elles se quitteront donc alors, et leur choc, qui était bien *terminé* dès le premier instant, comme l'a dit Cauchy, puisqu'elles cessaient d'agir l'une sur l'autre, a son effet définitif d'éloignement mutuel au second instant.

J'ai donné une figure qui peint complétement l'état des barres avant, pendant et après leur choc. Elle offre les traces que laisseraient dans l'espace leurs divers points, si une vitesse commune leur était communiquée dans un sens transversal et était composée avec les vitesses longitudinales individuelles de ces points à chaque instant. On y voit clairement l'instant où elles cessent de se solliciter l'une l'autre, l'instant où elles s'éloignent, et la suite des contractions et dilatations qui se perpétuent périodiquement dans la plus longue des deux, après leur séparation, tandis que la plus courte se meut sans vibrer.

Dans le cas plus général où les deux barres sont de grosseurs et même de matières différentes, j'ai démontré que les formules connues du choc des corps parfaitement élastiques ne sont exactes que lorsque le son les parcourt d'un bout à l'autre toutes deux dans le même temps. Et, quand cela n'a point lieu, je donne en série trigonométrique des formules qui s'appliquent même lorsque leur forme est celle de troncs

de cône ou de pyramide, et même de fuseaux composés de deux ou plusieurs pareils troncs. La solution peut être présentée en termes finis et simples si les deux barres sont prismatiques, et j'ai donné déjà (*Comptes rendus*, 24 décembre 1866, et *les Mondes*, 10 janvier 1867) les expressions des vitesses de leurs deux centres de gravité à l'instant où le son a parcouru, aller et retour, celle des deux qui exige pour cela le moins de temps.

Le savant M. Maquorn Rankine, au numéro du 15 février du *The Ingineer*, après avoir parlé, en des termes dont je le remercie, de mon mémoire de décembre auquel il attribue une grande importance pratique non moins que scientifique, cite un passage d'un cours de *Natural Philosophy*, actuellement sous presse, où MM. William Thomson et Tait arrivent d'une manière élémentaire au résultat de Cauchy, qu'ils ne connaissaient pas, et M. Rankine démontre d'une manière analogue le résultat plus général auquel je suis parvenu et que je viens de citer.

Mais bien qu'à l'instant où le son a parcouru, aller et retour, celle des deux barres qui exige pour cela le moins de temps et qu'on suppose être la barre heurtante, sa vitesse devienne moindre à leur point de jonction que celle de la barre heurtée, leur séparation n'a pas toujours lieu alors, à cause de la compression que la barre heurtée conserve et qui engendre par détente une vitesse de recul. Cela m'a donné lieu de trouver la véritable condition de la séparation, à substituer à celles que Cauchy et Poisson ont supposées *à priori*. Cette condition consiste en ce que la vitesse de la barre heurtée, diminuée de sa compression multipliée par la vitesse du son qui s'y propage, doit être plus grande que la vitesse de la barre heurtante, augmentée du produit semblable qui lui est relatif.

Il en résulte que la séparation des deux barres prismatiques de grosseurs différentes et de même matière a lieu lorsque l'ébranlement ou le son qui s'y propage a parcouru, aller et retour, *celle des deux qui est la plus mince* ou dont la section transversale a le moins de superficie; et si plus généralement elles sont de matières différentes, lorsqu'il a ainsi parcouru *celle des deux dont la masse ébranlée pendant chaque instant est la moindre*, eu égard aux vitesses de pro-

pagation généralement différentes dans les deux matières. Si cette barre est aussi celle des deux que l'ébranlement met le moins de temps à parcourir d'un bout à l'autre, les expressions des vitesses des centres de gravité après le choc sont celles que j'ai données en décembre et janvier, et que M. Rankine a confirmées par un raisonnement élémentaire, et elles sont assez simples.

Mais si le contraire a lieu, par exemple, si, lorsqu'elles sont de même matière, la plus mince des deux est aussi la plus longue, comme le son, à l'instant de la séparation, a parcouru en deux sens un certain nombre de fois la plus courte en se réfléchissant à son extrémité libre et en se réfractant en quelque sorte pour passer chaque fois dans la plus longue, l'état de compression et de mouvement des diverses parties des deux barres est alors bien plus composé. Leurs vitesses de translation après le choc, c'est-à-dire les vitesses de leurs centres de gravité, peuvent néanmoins être données alors sous une forme générale qui n'a encore rien de très-compliqué, et qui permet de calculer la force vive perdue pour leur translation ultérieure. Je me suis assuré par une discussion délicate que l'état vibratoire des barres ne produisait pas de *contre-coup* ou de rencontre nouvelle entre les extrémités qui se sont quittées; en sorte que les formules données pour les deux cas (*Comptes rendus*, 20 mai 1867, en mettant $-2\frac{M_2}{M_1}$ au lieu de $-2\frac{M_1}{M_2}$ dans l'avant-dernière), représentent bien les vitesses définitives de translation après le choc longitudinal de deux barres parfaitement élastiques.

IMPRIMERIE CENTRALE DES CHEMINS DE FER.— A. CHAIX ET Cᵉ, RUE BERGÈRE, 20.—9428.

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS.

Séance du 1er juin 1867.

PRÉSIDENCE DE M. GAUDRY.

M. Gaudry expose le caractère distinctif d'un nouveau Reptile fossile des schistes bitumineux de Muse, près d'Autun, qu'il appelle *Actinodon latirostris*.

M. Laguerre fait une communication relative au théorème de Cauchy sur les fonctions abéliennes.

M. Puel est élu président pour le deuxième semestre.

Séance du 8 juin 1867.

PRÉSIDENCE DE M. TRANSON.

M. Maxwell Lyte annonce la découverte d'une couche de sel gemme aux environs de Dax.

MM. Lartet et Laurent présentent quelques observations au sujet de cette communication.

Séance du 15 juin 1867.

PRÉSIDENCE DE M. PUEL.

M. de Saint-Venant fait une communication sur l'expression de la vitesse de propagation du son.

M. Marey expose le résultat de ses recherches sur la manière d'exprimer le travail utile des muscles.

Sur la vitesse de propagation des ondes circulaires, par M. A. de Caligny.

M. de Caligny a communiqué dans cette séance une remarque sur la vitesse de propagation des ondes circulaires. Il paraît résulter de sa correspondance avec des savants qui se sont occupés spécialement de la mécanique moléculaire, qu'il est utile d'avertir qu'on pourrait être induit en erreur, si l'on appliquait trop immédiatement leurs résultats à ceux de la théorie des grandes ondes liquides, comme on semble quelquefois porté à le faire.

Si, par exemple, on a reconnu que la vitesse de propagation du son dans l'air en tous sens est la même que dans un tuyau plein d'air, il n'est pas permis d'en conclure que la vitesse de propagation des ondes circulaires dans un étang soit la même que celle de l'onde *solitaire* dans un canal, quand même on supposerait que chaque onde circulaire dans un étang aurait été formée par l'addition d'une masse solide ou liquide qui aurait pu produire une onde *solitaire* dans un canal.

Il faut, en effet, dit-il, tenir compte, ainsi que je crois l'avoir fait le premier, il y a environ vingt-quatre ans, de ce que l'onde solitaire doit les propriétés qui la caractérisent

à ce que le mouvement se propage jusqu'au fond d'un canal dans les circonstances où elle a le plus spécialement attiré l'attention des savants. Quand le mouvement ne se propage qu'à des profondeurs moindres, la vitesse de propagation est moindre, toutes choses égales d'ailleurs.

J'ai aussi remarqué que la vitesse des ondes dites courantes était beaucoup moindre quand elles étaient assez petites, que lorsque leur grandeur était suffisante pour que leur mouvement se propageât plus profondément.

Il y a donc lieu de penser que, pour une onde circulaire, la vitesse de propagation diminue de plus en plus, quand elle s'éloigne du centre, parce que, plus elle s'affaiblit, plus il y a lieu de penser que le mouvement se propage à une profondeur moindre.

Je me propose de faire quelques observations à ce sujet, mais elles seront probablement assez difficiles à faire un peu en grand, de manière à être bien concluantes, et j'ai pensé qu'il était utile de bien fixer les idées d'après l'ensemble de mes recherches relatives à des sujets analogues, sur les véritables principes de cette question.

M. de Caligny a annoncé ensuite à la Société que M. le ministre des travaux publics vient d'autoriser l'application de son système d'écluses de navigation sur un canal de l'Etat.

M. de Caligny n'avait d'abord pensé à appliquer ce système que dans les circonstances où l'on manque d'eau. C'est à M. de Marne, ingénieur en chef des ponts et chaussées, qu'il doit la pensée de l'appliquer lorsque, le bief d'amont ayant une très-faible superficie, l'écluse fait baisser le niveau de ce bief de manière à faire craindre pour les bateaux chargés qui peuvent s'y trouver; ce système peut encore être très-utile, selon M. de Marne, dans le cas où une écluse est précédée immédiatement par une portion de bief rétrécie, dans laquelle l'écluse produit un courant rapide qui est une cause de gêne pour la marche des bateaux montants.

On peut voir dans *l'Institut* ce que M. Vallès, aujourd'hui inspecteur général des ponts et chaussées, a communiqué à la Société philomathique sur ce sujet, en disant que ces dernières remarques sur l'application du système de M. de Caligny étaient en effet dues à un ingénieur en chef des ponts et chaussées.

Séance du 22 juin 1867.

PRÉSIDENCE DE M. LAUSSEDAT.

M. Tresca rend compte des perfectionnements qu'il a constatés dans l'examen de diverses machines de l'Exposition universelle.

M. Laussedat présente quelques considérations au sujet de la fabrication de l'acier et de l'extension de son emploi dans l'industrie.

Séance du 29 juin 1867.

PRÉSIDENCE DE M. LAUSSEDAT.

M. Alix développe les conclusions de ses études sur la myologie des Oiseaux et sa comparaison avec l'organisation musculaire des Mammifères.

M. Fischer donne quelques détails sur le gisement de l'Æpiornis de Madagascar, d'après les explorations récentes de M. Grandidier.

M. de la Gournerie fait une communication sur les êtres géométriques.

M. Mannheim traite certaines parties du même sujet.

Discussion sur les êtres géométriques entre MM. de la Gournerie, Mannheim et Moutard.

Comparaison des os et des muscles des Oiseaux avec ceux des Mammifères, par M. Alix.

Malgré les travaux remarquables qui ont été faits par plusieurs auteurs sur la comparaison des os et des muscles des

Oiseaux avec ceux des Mammifères, il y a encore un certain nombre de points qui demandent à être éclairés par des recherches nouvelles. Je viens communiquer aujourd'hui à la Société quelques-uns des résultats auxquels je suis parvenu dans les études que j'ai poursuivies à ce point de vue.

1. Il est certainement vrai de dire qu'*il manque chez les Oiseaux des muscles que l'on rencontre chez les Mammifères, et la réciproque est également vraie.* Par exemple, dans la série des muscles courts interépineux du cou, il y a un faisceau charnu qui fait toujours défaut chez les Mammifères : c'est celui qui se rendrait de l'apophyse épineuse de l'axis à l'apophyse épineuse de l'atlas ; ce muscle existe chez les Oiseaux.

2. On trouve à la partie postérieure du cou des Oiseaux un système de muscles qui a beaucoup exercé la sagacité des observateurs. Il se compose d'abord d'un long muscle qui, des premières apophyses épineuses dorsales, se rend à l'apophyse épineuse de l'occipital, et qui a reçu le nom de *digastrique*, parce qu'il est tendineux à sa partie moyenne ; puis, d'une série de faisceaux qui émanent également des premières apophyses épineuses dorsales, et qui vont se terminer par diverses digitations sur les apophyses articulaires postérieures, d'abord des premières, puis des dernières cervicales, en laissant libre la partie moyenne de cette région.

On a voulu comparer ce système au splénius, mais cela ne peut pas être admis pour deux raisons : la première, c'est que le splénius est beaucoup plus superficiel, et la seconde, c'est que les digitations de ce muscle s'attachent aux apophyses transverses.

D'autres ont voulu retrouver dans ce système le grand complexus des Mammifères; mais Cuvier a fait remarquer avec une grande justesse que cette comparaison n'est pas acceptable, parce que les digitations sont dirigées en sens inverse. Ne trouvant rien d'analogue dans les muscles des Mammifères, il a désigné le faisceau occipital sous le nom de *long postérieur du cou*, et les autres faisceaux sous celui d'*accessoire du long postérieur du cou.*

Ce système, en effet, n'est pas réalisé chez les Mammifères à l'état charnu, mais il suffit de quelque attention pour voir qu'au point de vue de la situation et de la fasciculation, il reproduit exactement le grand ligament cervical des Mam-

mifères. C'est donc, à notre avis, *ce grand ligament cervical qui est à l'état fibreux élastique chez les Mammifères, et à l'état charnu chez les Oiseaux.*

Les fonctions de cette région peuvent donner un motif de cette différence remarquable. Chez les Mammifères, le grand ligament cervical (et cela principalement chez les animaux où il est très-développé) supporte une tête d'un poids considérable; la force élastique supplée par l'effort continu 'une puissance infatigable à l'action des muscles releveurs. Chez les Oiseaux, au contraire, la tête est légère, mais très-mobile, ainsi que la région cervicale qui présente plusieurs inflexions ; l'existence d'un grand ligament élastique n'aurait offert chez eux que peu d'utilité, tandis que celle des faisceaux charnus contractiles se trouve naturellement indiquée.

Tous les faisceaux de ce système sont en réalité de longs muscles interépineux, leurs attaches cervicales se faisant sur un élément latéral de l'apophyse articulaire postérieure, ainsi qu'il est facile de s'en convaincre en suivant d'avant en arrière, à partir de l'axis, la série des vertèbres cervicales.

3. On peut retrouver le grand complexus dans une gaîne en partie charnue, en partie aponévrotique, qui enveloppe ce système. Cette gaîne se compose d'abord d'un faisceau charnu qui se fixe à la moitié interne de la ligne courbe de l'occipital, et envoie des digitations sur les apophyses transverses des premières vertèbres cervicales, puis d'une partie fibreuse qui occupe le reste de la région.

Quant au splénius, il n'en existe aucune trace. Il en est de même du petit complexus.

4. On trouve, chez les Oiseaux, un faisceau musculaire oblique inséré sur la moitié externe de la ligne courbe de l'occipital; il contourne le cou, et va se terminer par une série de digitations sur les apophyses médianes que présentent les corps des premières vertèbres cervicales. C'est un *occipito-sous-cervical.* Rien de semblable ne se voit chez les Mammifères.

5. Le long des corps vertébraux, il existe, chez les Oiseaux comme chez les Mammifères, un système que l'on a désigné sous le nom de *muscle long du cou.* Il est formé de faisceaux obliques allant des corps vertébraux vers les apophyses costales. Ce système n'est pas réalisé de la même manière chez

les Mammifères et chez les Oiseaux. Chez les Mammifères, il se compose de deux triangles opposés base à base; la base commune passe par les apophyses costales de la sixième cervicale, les sommets des triangles sont situés l'un sur le corps de l'atlas, l'autre en général sur le corps de la troisième dorsale. Chez les Oiseaux, le second triangle (ou muscle thoraco-cervical) existe seul, et s'avance jusqu'à l'apophyse costiforme de l'axis.

6. Il existe en outre, chez les Oiseaux, un muscle qui s'attache au basilaire occipital, et va d'ailleurs se terminer sur les apophyses médianes des corps des premières vertèbres cervicales. Il a reçu le nom de *droit antérieur du cou*, et certainement il le mérite bien mieux que le droit antérieur des Mammifères, qui est un muscle oblique.

Comme il serait trop long d'entrer ici dans tout le détail des muscles de la colonne vertébrale, nous nous bornerons à dire pour le moment qu'il existe encore sous ce rapport plusieurs différences appréciables entre les Mammifères et les Oiseaux.

7. Parmi les muscles qui se rendent au membre thoracique, il est à propos d'insister sur la manière dont le grand dentelé se fixe à l'omoplate. Chez les Mammifères, moins les Chauves-Souris, qui offrent à cet égard une exception remarquable, le grand dentelé s'attache au bord spinal de l'omoplate. Chez les Oiseaux (et chez les Chauves-Souris), il s'attache au bord externe de cet os (ou côte de l'omoplate), en sorte qu'il n'est plus en série avec l'angulaire qui se fixe, chez les Oiseaux comme chez les Mammifères, à l'extrémité du bord spinal.

7 *bis*. Le grand dorsal existe-t-il chez les Oiseaux? Ce muscle, chez les Mammifères, est caractérisé par ses origines vertébrales qui sont constantes, par ses origines costales qui peuvent manquer, et par sa terminaison sur la lèvre interne de la coulisse bicipitale. Il passe entre la longue portion du triceps et l'humérus, contourne cet os, et contribue à sa rotation en dedans.

Chez les Oiseaux, on donne ce nom à un ou deux faisceaux vertébraux qui vont se terminer sur la face externe de l'humérus, en dehors de la longue portion des triceps, et qui ne peuvent contribuer qu'à la rotation de l'humérus en dehors.

Ces muscles ne peuvent être rationnellement rapprochés que des faisceaux postérieurs du trapèze et du deltoïde, qui seraient ici confondus par suite de l'absence d'une épine de l'omoplate.

Le grand dorsal manque donc chez les Oiseaux.

8. Le grand rond est représenté par un large faisceau charnu qui recouvre toute la face externe du scapulum et qui va se terminer par un large tendon sur la tubérosité interne de l'humérus.

9. Je retrouve le sous-scapulaire dans un petit faisceau qui s'attache à la face interne du col de l'omoplate et s'unit à un faisceau du coraco-brachial avec lequel il se termine sur la tubérosité interne de l'humérus.

10. Le sus-épineux est évidemment représenté par le moyen pectoral de Vicq-d'Azyr. L'insertion de ce muscle au sternum fait toute la différence. Chez les Mammifères comme chez les Oiseaux, il passe entre l'omoplate, la clavicule et le préischion, et va se terminer sur la tubérosité externe de l'humérus.

11. Le sous-épineux est plus difficile à reconnaître. Il me semble être représenté par un muscle qui naît par un tendon de la face externe du col de l'omoplate et qui se fixe à toute la face externe de la tubérosité humérale externe où il figure un large triangle charnu. La difficulté de la détermination vient ici de ce que ce muscle, chez les Oiseaux, est tendineux par son extrémité scapulaire, charnu par son extrémité humérale, ce qui est le contraire de ce qu'on voit chez les Mammifères.

12. On peut retrouver le petit rond dans un petit faisceau entièrement distinct du sous-épineux qui s'insère sur la face externe de l'omoplate, au voisinage du col, dans l'espace laissé libre par le grand rond, et qui va se terminer sur la face postérieure de l'humérus immédiatement en dedans du vaste externe.

13. Le système du coraco-brachial se compose typiquement, chez les Mammifères, de deux faisceaux qui tous les deux partent du sommet de l'apophyse coracoïde; l'un (le seul qui existe chez l'Homme) s'attache à une partie plus ou moins étendue de la diaphyse humérale; l'autre, qui n'existe pas chez tous les Mammifères, va se fixer sur le col de l'hu-

mérus, immédiatement au-dessus du tendon du grand dorsal, près de la tubérosité interne. Chez les Oiseaux, ce dernier faisceau est seul représenté, mais il l'est par un système énormément développé. Ce système se compose de plusieurs faisceaux enroulés autour du préischion, disposés en éventail, se tordant sur eux-mêmes, et convergeant tous vers un tendon commun qui se fixe à la tubérosité interne de l'humérus. A ce tendon vient s'unir celui du muscle que j'ai désigné plus haut comme un sous-scapulaire.

14. Il existe chez tous les Mammifères un système que l'on rapporte au deltoïde de l'Homme et qui se compose de trois faisceaux, à savoir : un faisceau claviculaire, un faisceau acromial et un faisceau de l'épine de l'omoplate. On peut chez les Oiseaux reconnaître un système deltoïdien ; mais, d'une part il naît tout entier de la clavicule, et d'autre part il se compose de trois muscles bien distincts. L'un de ces muscles est le tenseur de la membrane de l'aile ; il est formé par un ou deux petits faisceaux terminés par un long tendon qui va jusqu'au carpe. Un autre est le tenseur de la partie moyenne de la membrane ; son tendon se termine en apparence sur le tendon d'origine du muscle radial, mais en réalité il ne lui est qu'accolé et il est facile de suivre ses fibres jusque sur le tubercule antérieur de l'épicondyle. Enfin un troisième muscle vient de l'extrémité même de la clavicule et va directement se terminer sur le tubercule postérieur de l'épicondyle.

Il résulte nécessairement de cette description qu'il ne peut pas exister chez les Oiseaux de crête deltoïdienne, puisqu'aucun de ces faisceaux ne s'attache à la partie moyenne de l'humérus.

15. Le muscle biceps n'a qu'une seule tête chez les Oiseaux. Cette tête s'attache au préischion près de la cavité glénoïde, en un point qui correspond à la base de l'apophyse coracoïde des Mammitères. C'est donc la longue portion du biceps des Mammifères qui seule existe chez les Oiseaux ; l'autre portion, celle qui vient du sommet de l'apophyse coracoïde, manque chez eux.

16. Le système du triceps brachial est remarquable par la dissociation de ses faisceaux. La longue portion, complétement isolée se montre ici comme un muscle à part. Chez

certains Oiseaux, les Corbeaux, par exemple, son tendon terminal ne se fixe à l'olécrâne que par l'intermédiaire d'un os sésamoïde qui glisse sur la face postérieure de l'épicondyle, en sorte qu'il y a chez ces Oiseaux une rotule olécrânienne.

17. Quant aux muscles de l'avant-bras, il n'existe chez les Oiseaux, le long de la face externe du radius, pour représenter le long supinateur et les radiaux externes, qu'un seul muscle qui se termine sur le premier os métacarpien : c'est l'extenseur de la main. On peut l'appeler le muscle radial, ou encore le premier métacarpien dorsal.

18. Le grand abducteur du pouce me semble représenté par un petit muscle qui s'attache à la face palmaire du cubitus immédiatement au-dessous du tendon du biceps, traverse l'espace interosseux, s'accole à la face dorsale du radius, et se termine avec le muscle radial sur le premier os métacarpien.

Je n'insiste pas davantage sur les muscles du membre thoracique.

19. Pour comparer les muscles du membre abdominal des Oiseaux avec ceux des Mammifères, il se présente une grande difficulté qui est surtout relative à la détermination des os qui composent le bassin. En effet, la pièce osseuse que l'on a coutume de désigner comme un pubis ne donne attache à aucun des muscles qui vont à la cuisse et à la jambe ; celle que l'on désigne comme un ischion ne donne attache qu'aux adducteurs et au droit interne qui, chez les Mammifères, sont en grande partie des muscles du pubis, et n'offre aucune insertion au biceps et au demi-tendineux qui sont tout particulièrement des muscles de l'ischion; enfin ces deux derniers muscles s'attachent à une pièce osseuse que l'on croit devoir considérer comme une partie de l'iléon, parce qu'elle est intimement soudée à celui-ci.

Cette difficulté disparaît du moment où l'on regarde, avec Gratiolet, le soi-disant pubis comme une côte sternale, le soi-disant ischion comme un pubis, et la partie postérieure de l'iléon comme le véritable ischion. Il est vrai que, même chez le fœtus, il est impossible de trouver aucune séparation entre cet ischion et l'iléon proprement dit, mais il me suffirait de rappeler ce qui se passe chez l'Homme à l'égard de

l'os intermaxillaire pour montrer que des pièces idéalement distinctes peuvent être confondues dans le travail de l'ossification. Une autre objection beaucoup plus forte que l'on peut faire à cette manière de voir consiste en ce que, dans notre hypothèse, le nerf sciatique passerait par le trou sous-pubien. Ceci, en effet, aurait besoin d'être expliqué, et le sera peut-être par des études ultérieures.

20. Dans notre manière de voir, le système des adducteurs n'est représenté chez les Oiseaux que dans sa partie pectinéale; il n'y a chez eux ni grand adducteur ni demi-membraneux. — Les obturateurs, les jumeaux et le carré font absolument défaut. Nous refusons complétement le nom de carré à un muscle qui va, il est vrai, de la face externe de notre ischion sur le fémur, mais qui s'attache à la face externe de ce dernier os dont il est rotateur en dehors, tandis que le carré de la cuisse des Mammifères est rotateur du fémur en dedans. Ce muscle *ischio-fémoral* doit plutôt être considéré comme un faisceau dissocié du grand fessier.

21. J'ai dit que le muscle obturateur interne n'existait pas chez les Oiseaux, ce qui d'ailleurs paraît moins surprenant lorsqu'on sait que plusieurs Mammifères en sont dépourvus. Il faudrait bien se garder de chercher à le reconnaître dans ce large muscle que l'on voit à la face interne du bassin où il se fixe au pubis ainsi qu'à la membrane qui l'unit au faux pubis, et dont le tendon, passant entre ces deux os, va s'insérer sur le petit trochanter. Ce muscle ne doit pas non plus être assimilé à l'iliaque interne qui, d'ailleurs, est représenté par un petit faisceau inséré sur l'iléon. Je propose de le nommer *pelvien interne*, ce qui permet de concevoir les faits à un point de vue plus général. Il y aurait, chez les Mammifères comme chez les Oiseaux, un muscle pelvien interne, qui serait chez les premiers un iliaque interne, et un pubis interne chez les seconds.

22. Les muscles psoas n'existent pas chez les Oiseaux.

23. Le système du triceps fémoral, outre quelques différences connues sur lesquelles il serait trop long d'insister, se distingue surtout de ce qu'on voit chez les Mammifères par l'absence du droit antérieur de la cuisse. Meckel a cru retrouver ce faisceau dans ce petit muscle que l'on a, bien à tort, désigné sous le nom de grêle interne, et qui après

avoir contourné la rotule, vient s'unir, chez les Oiseaux où il existe, au fléchisseur perforé du deuxième et du quatrième doigt dont il est l'*accessoire*. Mais il faut peut-être un peu forcer les faits pour confondre un muscle de la face plantaire des phalanges avec un muscle de la rotule (et par conséquent de la face dorsale du tibia).

24. Le poplité manque chez les Oiseaux, ainsi que tout muscle interosseux.

25. Si nous passons aux muscles de la jambe, nous trouvons dans les auteurs cette assertion que, chez les Oiseaux, le soléaire s'attache au tibia. Ce serait un renversement complet du plan réalisé chez les Mammifères. Il me semble préférable d'admettre que, d'une part, le soléaire manque chez les Oiseaux, et que, d'autre part, il existe chez eux une expansion charnue que l'on ne voit pas chez les Mammifères. Outre son insertion au tibia, ce faisceau diffère en ce qu'il est superficiel, tandis que le soléaire s'enfonce profondément entre les muscles péroniers latéraux et les fléchisseurs des doigts.

26. Un muscle qui se trouve placé comme le long péronier latéral des Mammifères se termine par un tendon qui va se confondre avec celui du fléchisseur profond du troisième doigt. Vicq-d'Azyr l'a désigné comme l'accessoire de ce fléchisseur, et il nous semble que cette désignation doit lui être conservée. Il y a ainsi deux muscles accessoires des fléchisseurs des doigts, à savoir : l'accessoire du fléchisseur perforé, qui vient de l'iléon, et l'accessoire du fléchisseur profond du troisième doigt, qui vient du péroné.

27. A quel segment du membre abdominal des Mammifères faut-il rapporter le tarse des Oiseaux ? Il me paraît certain que l'os des Oiseaux que l'on a désigné d'abord sous le nom de tarse, puis sous celui d'os tarso-métatarsien, correspond uniquement au métatarse des Mammifères. Il est difficile d'admettre qu'il résulte de la soudure du tarse avec le métatarse, lorsque chez certains Oiseaux, tels que les Manchots, par exemple, on le voit nettement composé de trois os longs, qui ne sont réunis à leur base que par une lamelle excessivement mince. Quant au tarse, je le trouve à l'état fibro-cartilagineux dans ce noyau à travers lequel passent les tendons des muscles fléchisseurs des doigts, et qui par

sa masse leur sert de poulie de réflexion. Le petit os que l'on trouve en dedans du fibro-cartilage n'est qu'un sésamoïde.

28. On peut se demander s'il existe chez les Oiseaux un muscle jambier postérieur. Je le retrouve dans un petit muscle qui vient de la face postérieure du tibia, et dont le tendon va se terminer sur la masse fibro-cartilagineuse.

Séance du 6 juillet 1867.

PRÉSIDENCE DE M. PUEL.

M. Vulpian rend compte de ses expériences sur l'action physiologique du bromure de potassium.

M. Vulpian, dans une deuxième communication, expose le résultat d'expériences sur la physiologie du cœur, pratiquées d'après un nouveau procédé.

M. Janssen fait une communication sur l'analyse spectrale des vapeurs et de l'atmosphère de la planète Saturne.

M. Wolf présente quelques observations au sujet de cette communication.

Expériences sur la ponction des diverses cavités du cœur et sur l'introduction de corps étrangers dans ces cavités, par M. Vulpian.

Pendant le mois d'avril et le mois de mai de cette année, j'ai entrepris une série de recherches expérimentales sur l'inflammation des diverses parties du cœur, péricarde, myocarde et endocarde. Je ne veux pas faire ici l'exposition détaillée des résultats que j'ai obtenus; j'ai l'intention de dire

quelques mots seulement sur ceux de ces résultats qui offrent un certain intérêt au point de vue physiologique.

J'avais d'abord l'intention de pratiquer des ponctions du cœur avec un stylet, et de chercher à déterminer ainsi un travail morbide dans les points traversés par l'instrument; mais je ne comptais guère, à vrai dire, sur ce moyen. Si l'instrument avait un diamètre trop considérable, la ponction devait inévitablement être suivie d'une hémorrhagie abondante et peut-être même d'une mort foudroyante. Si l'instrument était trop grêle, l'opération ne devait point, en général, provoquer l'inflammation que je voulais produire. D'après les suggestions de M. J.-L. Prévost qui me prêtait son concours pour ces expériences, je les instituai d'une autre façon. L'animal (ce sont des Chiens qui ont servi à ces expériences) étant fixé sur le dos, je cherchais sur le bord gauche du sternum l'espace intercostal dans lequel on sentait le mieux le battement du cœur; puis, après avoir fait avec un scalpel une très-petite ouverture à la peau, j'enfonçais brusquement, à une profondeur de trois ou quatre centimètres, un trocart explorateur. Ce temps de l'opération, dans presque tous les cas, n'a produit aucune douleur, et les animaux n'ont manifesté une certaine gêne après cette ponction que dans un petit nombre de cas. Une fois la ponction faite je retirais le mandrin du trocart, et, lorsque l'expérience avait réussi, il y avait un jet de sang de couleur variée, suivant la cavité où l'instrument avait pénétré. Parfois, il n'y avait pas de jet sanguin, bien que l'instrument fût agité par les mouvements rhythmiques du cœur : ou bien l'instrument avait passé à côté du cœur, ou bien il était entré, soit dans une des parois du ventricule gauche, soit dans la cloison interventriculaire, ou bien, ce qui nous est encore arrivé, le trocart enfoncé trop profondément avait traversé toute l'épaisseur du cœur. On introduisait alors de nouveau le mandrin, on retirait quelque peu le trocart et on l'enfonçait de nouveau dans une autre direction.—On a ainsi, dans quelques cas, sans enlever tout à fait l'instrument, ou même en le retirant complétement, refait coup sur coup jusqu'à sept et huit tentatives de ponction du cœur, sans que l'animal parût éprouver la moindre douleur. Je n'ai observé qu'une seule fois une hémorrhagie interne rapidement mortelle; mais dans ce cas on avait

fait usage d'un trocart à paracentèse abdominale, et l'instrument avait pénétré dans l'oreillette gauche, dont la mince paroi n'avait pu, par son retrait, obturer l'orifice de la plaie. Dès que l'opération était terminée on détachait l'animal et il n'offrait aucun trouble appréciable ; généralement à jeun depuis vingt-quatre heures, il se mettait à manger immédiatement avec voracité, et cependant on ne s'était point borné à faire une simple ponction du cœur! Dans un grand nombre de cas, par la canule du trocart, après avoir constaté qu'elle était bien dans une des cavités du cœur, on a introduit des morceaux de fil de cuivre de trois centimètres de longueur. Ces fils de cuivre étaient poussés par la canule, à l'aide d'un long fil du même métal, jusqu'à ce qu'ils fussent chassés de l'instrument et déposés ainsi dans la cavité cardiaque où se trouvait l'extrémité de l'instrument. Chez d'autres Chiens, des petits morceaux de bois de même dimension ont été introduits dans le cœur par le même procédé. Et tous ces animaux ont survécu en conservant les apparences d'une parfaite santé jusqu'au moment où ils ont été sacrifiés pour l'examen de leur appareil circulatoire.

C'est principalement sur les phénomènes observés immédiatement, lorsque la canule était dans le cœur, que je veux en ce moment appeler l'attention.

Dès que la canule avait pénétré dans le ventricule gauche, cavité dans laquelle on l'a introduite le plus souvent, il y avait, ai-je dit, un jet de sang. Le sang était franchement vermeil, rutilant. Les jets étaient entièrement intermittents et très-forts, car on avait une certaine peine à introduire chaque fil de cuivre dans la canule; dès qu'on cessait de tenir le morceau de fil métallique, il était rejeté au dehors par le sang, tant qu'on n'avait pas réussi à le conduire dans la canule avec le mandrin jusque dans la cavité ventriculaire. Au moment où sortait le jet sanguin, la canule était comme poussée de dedans en dehors, et la main appliquée sur le thorax sentait à ce même moment le choc du cœur: de plus, en auscultant la région précordiale avec un stéthoscope, de façon à pouvoir examiner en même temps la canule, on voyait le jet de sang s'élancer à l'instant même où l'on percevait le premier bruit du cœur.

J'ai fait la même observation, avec les mêmes résultats,

dans un cas où le trocart avait pénétré dans la cavité du ventricule droit, et où par conséquent le sang qui jaillissait par la canule était rouge noirâtre.

Dans un cas, où l'examen nécroscopique a permis de constater que la canule était entrée dans l'oreillette gauche, il y eut encore des jets de sang vermeil très-manifestes, quoique moins forts que dans les cas où la canule avait été introduite dans l'un des ventricules, et ces jets avaient encore lieu au moment du choc du cœur contre la paroi thoracique.

Chez la plupart des Chiens qui ont été examinés à la suite de l'opération (quelques-uns ont été conservés et vivent encore), on n'a plus retrouvé dans les cavités cardiaques les fils métalliques; et pourtant chez plusieurs d'entre eux on en avait introduit jusqu'à trois de suite. Dans quelques cas seulement les fils étaient restés dans le cœur, et dans ces cas ces fils s'étaient, au moment de l'introduction, engagés par une de leurs extrémités, soit dans la pointe du cœur, soit dans la cloison interventriculaire.Chez les autres animaux les fils de cuivre avaient été lancés par la systole ventriculaire (je ne parle ici que du ventricule gauche) dans l'aorte, et on les a retrouvés dans différents points du système aortique. Ainsi, par exemple, chez un Chien, un des fils était dans l'artère scapulaire supérieure du côté droit, et un autre fil avait traversé la paroi de l'artère sous-clavière du côté gauche, se trouvant à moitié en dehors de cette artère : dans sa partie extérieure à l artère, le fil était entouré d'une membrane kystoïde de nouvelle formation. L'artère sous-clavière offrait une endartérite très-remarquable dans la région voisine de la perforation (ramollissement, fissures de la membrane interne, et sorte de végétation par prolifération de l'endartère, à une certaine distance de la perforation). Chez un autre Chien, le fil de cuivre a été trouvé dans une branche de l'artère splénique, au voisinage du hilc de la rate; et, dans la région correspondante de cet organe, on constatait l'existence d'un infarctus bien caractérisé. Enfin chez un Chien, dans l'oreillette gauche duquel on avait poussé un fil de cuivre long de 5 centimètres, ce fil avait traversé la paroi de l'oreillette, était allé s'arrêter par une de ses extrémités sur la partie latérale droite de la colonne vertébrale, et, dans tout le trajet qui séparait ainsi son extrémité située dans l'oreillette de

celle qui était appuyée sur la colonne vertébrale, ce fil avait subi un enkystement complet.

J'en reviens, pour conclure, aux faits physiologiques proprement dits. Ces expériences donnent, il me semble, un nouvel appui à l'opinion d'ailleurs admise par presque tous les physiologistes et médecins, et d'après laquelle le choc du cœur, le premier bruit et la systole ventriculaire auraient lieu au même moment.

Elles montrent que le tissu du cœur n'a qu'une bien faible sensibilité, ou au moins que la sensibilité qu'il possède vraisemblablement n'est pas mise en jeu d'une façon notable par les violences traumatiques du genre de celles auxquelles nous avons soumis cet organe.

Enfin, une de ces expériences montre bien que les oreillettes chez le Chien se contractent assez énergiquement, et que cette contraction a lieu à un moment si rapproché de celui de la systole ventriculaire qu'elle semble également isochrone au choc du cœur contre la paroi précordiale.

J'ajoute que ce procédé expérimental permettra probablement de prendre la température de l'intérieur des deux ventricules d'une façon plus directe et partant plus exacte que celui qui a été employé jusqu'ici.

Sur la différence des effets que produisent sur les Grenouilles certaines substances toxiques, suivant que l'on les introduit sous la peau du dos ou sous la peau des membres, par M. Vulpian.

Je rappelle que depuis longtemps déjà j'ai appelé l'attention des physiologistes sur une cause d'erreur qui peut conduire à des conclusions inexactes lorsqu'il s'agit d'expériences faites sur les Grenouilles pour étudier l'effet des substances toxiques. J'ai montré anciennement déjà que le sulfocyanure de potassium n'a sur les muscles l'action signalée par M. Cl. Bernard que lorsqu'il agit directement sur eux, et qu'on n'observe rien de semblable lorsque l'on étudie l'état des muscles

situés hors de la sphère d'action directe de cette substance. Si l'on met, par exemple, le sulfocyanure sous la peau d'un des pieds,—et c'est l'endroit qu'il faut choisir autant que possible pour ces expérimentations,— il peut bien se produire au bout d'un temps assez long quelques phénomènes généraux d'intoxication, mais les muscles du tronc, de la région hyoïdienne, des membres antérieurs, n'offrent point d'abolition de la contractilité. Et, sous ce rapport, le sulfocyanure de potassium ne diffère pas de plusieurs autres sels métalliques qui abolissent aussi par altération chimique directe la contractilité des muscles, mais ne l'atteignent pas par la voie de la circulation.

C'est faute de se placer dans de bonnes conditions, et d'introduire la substance à étudier loin du centre circulatoire et loin des centres nerveux, que des expérimentateurs de mérite ont été entraînés à attribuer à certaines matières des effets toxiques et physiologiques qu'elles n'ont point ou du moins qui diffèrent notablement de leur véritable action. C'est ainsi, par exemple, qu'on a décrit d'une façon tout à fait inexacte les effets physiologiques des acides et sels biliaires, du sulfate de quinine, du bromure de potassium, etc., sur les Grenouilles, parce que l'on plaçait ces substances sous la peau du dos. Dans ces conditions, la substance traverse de proche en proche les divers tissus de l'animal, par imbibition, par simple diffusion, et agit sur les muscles, sur la moelle épinière elle-même, et sur le cœur dans certains cas. Il y a évidemment aussi pour certaines substances des effets de *choc*, dus à la violente excitation des nerfs cutanés et sous-cutanés nombreux qui se trouvent dans cette région. J'ajoute qu'il faut aussi dans ces expériences se garder autant que possible d'employer les substances à l'état de dissolution, car on se met aussi de cette façon dans des conditions qui, en favorisant une diffusion rapide et étendue, peuvent modifier beaucoup les résultats. J'étais tellement persuadé de l'importance de ces précautions à prendre, que j'avais pu d'avance, en engageant M. Jolyet a faire le travail qu'il a présenté à l'Académie des sciences sur l'action du sulfate de quinine, lui annoncer qu'il obtiendrait des résultats différents de ceux auxquels était arrivé M. Eulenburg, s'il instituait les expériences comme je viens de le dire, et c'est en effet ce qui est arrivé.

Sur la présence de la vapeur d'eau dans quelques étoiles, par M. Janssen.

Au mois d'août dernier, j'avais l'honneur d'annoncer à la Société que j'étais parvenu à démontrer, par une expérience directe, l'action d'absorption élective de la vapeur d'eau sur la lumière. Cette action d'absorption se traduit par des raies et des bandes plus ou moins foncées qui sillonnent le spectre de tout faisceau lumineux dont les rayons ont traversé une épaisseur suffisante du fluide aqueux. J'ai nommé spectre de la vapeur d'eau ce système de raies et de bandes obscures.

Les conséquences de ce nouveau fait sont de divers ordres. Nous voyons d'abord que les idées théoriques qu'on s'était formées sur la production des raies d'absorption étaient beaucoup trop exclusives. On réservait, en effet, la faculté de les engendrer aux vapeurs métalliques et aux substances gazeuses incandescentes. Or, la production d'un effet tout semblable par de la vapeur d'eau aux températures ordinaires montre que le phénomène est beaucoup plus général, et en même temps le champ des applications de l'analyse spectrale se trouve considérablement augmenté.

La connaissance du spectre propre à la vapeur d'eau peut en effet nous permettre de constater sûrement la présence de cet élément si important de la vie organique, soit dans les hautes régions de notre atmosphère, soit dans les atmosphères des planètes et en général dans les corps célestes.

Je me suis livré à ces diverses recherches, et j'aurai l'honneur d'en rendre compte successivement à la Société.

Aujourd'hui, je viens seulement faire part à mes collègues de la découverte d'un fait qui demandera à être étendu et vérifié avec le plus grand soin. Il s'agit de la présence des raies et bandes de la vapeur d'eau dans le spectre de quelques étoiles. Je citerai notamment le spectre d'Antarès, que j'ai particulièrement étudié et qui présente ces raies et bandes extrêmement accusées. Ces lacunes spectrales sont même ici si intenses qu'elles tendent à former de larges bandes noires ; mais la position de ces bandes ne me permet pas de

douter qu'elles ne soient dues à la présence de la vapeur aqueuse. Du reste, on comprend qu'il est fort important, dans des études de ce genre, de tenir compte de l'action de notre atmosphère; aussi ai-je eu soin d'observer dans des circonstances variées, et en ayant toujours égard à l'humidité de l'air et à la hauteur de l'astre. J'ai même été conduit, afin de réduire autant que possible cette influence tellurique, à observer sur l'Etna. Dans ces hautes régions, j'avais une atmosphère si rare et si sèche, que son action pouvait être considérée comme tout à fait négligeable. Mes études à l'Etna, à Palerme et à Marseille m'ont conduit aussi à admettre la présence de la vapeur d'eau dans les atmosphères de Mars et de Saturne.

Je ne chercherai pas à examiner ici les conséquences qui résultent, pour la constitution physique des étoiles, de la présence de la vapeur d'eau dans ces astres. Je crois indispensable auparavant de poursuivre mes études sur ce fait nouveau, de le généraliser et de l'asseoir sur des bases définitives.

Séance du 13 juillet 1867.

PRÉSIDENCE DE M. PUEL.

Trois communications de M. Vulpian :

1° Sur la reproduction des membres coupés chez l'Axolotl;

2° Sur les injections de poudres inertes considérées comme moyen d'arrêter brusquement la circulation;

3° Sur le développement des os et principalement sur l'accroissement des épiphyses.

Sur la reproduction des membres chez l'Axolotl dans le cas de polydactylie acquise, par M. Vulpian.

Les jeunes Axolotls vivant ensemble et en grand nombre dans un même aquarium, à la ménagerie des Reptiles du Muséum d'histoire naturelle, il arrive souvent que ces animaux se font entre eux des morsures sur les diverses parties du corps. Lorsque ces morsures portent sur les extrémités des membres, on voit parfois, comme l'a indiqué M. Aug. Duméril, se produire des difformités remarquables. Sur les moignons des extrémités des membres, suivant la direction et la profondeur des morsures, il peut se développer alors, au moment de la régénération, un nombre de doigts supérieur au nombre normal. C'est ainsi qu'on voit de jeunes Axolotls présenter un des membres antérieurs terminé par cinq ou six doigts (au lieu de quatre, nombre normal); c'est ainsi également qu'un des membres postérieurs peut se terminer par six ou sept doigts (au lieu de cinq, nombre normal). Sur un Axolotl qui offrait ainsi cinq doigts à l'un des membres antérieurs, on a amputé ce membre. La régénération s'est faite d'une façon assez rapide et très-régulière, et les doigts régénérés ont repris le caractère numérique du type normal, c'est-à-dire que le membre reproduit était terminé par quatre doigts. Comme on pouvait s'y attendre, il résulte donc de cette expérience que les difformités acquises accidentellement dont il s'agit sont pour ainsi dire tout à fait superficielles, et ne se reproduisent pas dans le cas de régénération du membre qui les présente.

Sur l'injection de poudre de Lycopode dans les artères de l'encéphale, par M. Vulpian.

Un des meilleurs moyens pour intercepter brusquement et complétement le cours du sang dans les artères d'une

région du corps consiste à injecter dans le tronc vasculaire d'où naissent ces artères une petite quantité d'eau tenant en suspension une poudre inerte. C'est là le procédé dont j'ai fait usage pour étudier les effets de l'anémie de la moelle épinière, en me servant de poudre de Lycopode. J'ai aussi employé ce même procédé dans des expériences du même genre sur l'encéphale, et j'ai injecté alors, soit des spores de Lycopode, soit des graines de Tabac. Je rappelle encore que M. Virchow s'était servi, pour ses recherches sur l'embolie, de parcelles de caoutchouc; M. Panum, de globules de cire; enfin, MM. Prévost et Cotard, dans leurs études expérimentales sur le ramollissement cérébral, ont eu recours, d'après mon conseil, aux graines de Tabac.

Les recherches faites par ces divers expérimentateurs et par moi-même avaient surtout pour but de constater les résultats produits par l'interruption *complète* du cours du sang dans divers organes et en particulier dans les centres nerveux. Parmi les nombreuses expériences que j'ai faites en me servant de ce procédé opératoire, il en est quelques-unes qui m'ont permis d'étudier les effets déterminés, non plus par un arrêt total de la circulation, mais par un simple embarras de cette circulation dans les centres nerveux. Ce sont deux de ces expériences dont je désire communiquer la relation abrégée à la Société.

Exp. I. — Le 22 avril 1867, on fait le matin, vers $11^h \frac{1}{2}$, sur un Chien vigoureux et de grande taille, une injection d'eau tenant en suspension une très-faible quantité de poudre de Lycopode, dans la carotide droite, de la tête vers le cœur. On injecte ainsi environ 20 grammes de liquide. Il y a presque aussitôt un peu d'agitation, quelques cris; mais la respiration reste normale, l'animal redevient très-calme, et il semble que la quantité injectée n'a pas été assez considérable (vu la petite proportion de spores de Lycopode) pour produire des troubles permanents; aussi, sans avoir préalablement détaché l'animal, fait-on une seconde injection semblable dans la même carotide, la canule munie d'un robinet ayant été laissée en place. Cette seconde injection est faite deux minutes environ après la première. Aussitôt, vive agitation avec cris, puis calme complet. La respiration s'arrête pendant quelques instants, les battements du cœur sont forts

et très-lents : on croit que l'animal va mourir sur-le-champ. On se hâte de le détacher. Résolution complète du corps et des membres ; on fait quelques pressions sur le thorax, et au bout de quelques moments de cette respiration artificielle, il se produit un grand mouvement respiratoire spontané ; puis on remarque de faibles inspirations diaphragmatiques, rhythmiques, d'une fréquence à peu près normale. Il y a une série de dix, quinze ou vingt de ces inspirations diaphragmatiques, puis une forte inspiration de tout le thorax, inspiration brusque, suivie d'une expiration passive tout aussi brusque. On observe le Chien longtemps, et les choses restent dans le même état ; aucune tentative de mouvement spontané des membres et de la tête ; seulement, au bout d'un quart d'heure, on voit un clignement spontané des paupières, clignement qui se reproduit de temps à autre. Mouvements réflexes très-faibles, très-difficiles à obtenir, lorsqu'on presse avec force sur les extrémités digitales des membres ; ils sont plus obscurs dans les membres antérieurs que dans les postérieurs, plus forts dans la queue que dans les membres, et limités à la partie excitée.

A 2^h de l'après-midi et jusqu'au soir, même état.

Le 23, à 10^h 45^m, le Chien est encore vivant ; il y a eu des vomissements pendant la nuit. Il y a eu aussi évacuation d'urine et de matières fécales solides. L'état est à peu près le même. Cependant les inspirations sont toutes thoraciques, assez faibles d'ailleurs. A plusieurs reprises l'animal fait un effort pour lever la tête, et il agite les membres spontanément (peut-être remue-t-il moins faiblement les membres du côté droit que ceux du côté gauche).

Le 24, encore même état à peu près. Miction pendant la nuit. Un peu plus d'affaissement. Il n'y a plus de mouvements spontanés. On constate de faibles mouvements réflexes des membres, bornés au membre excité, et des mouvements réflexes très-nets des paupières. La température prise dans le rectum est 30°,5 C.

Le 25, miction et défécation (matières solides). Même état. Sortes de soubresauts spontanés dans les membres postérieurs. On ne parvient plus à provoquer de mouvements réflexes dans les membres antérieurs. Les diverses excitations

ne provoquent aucun cri plaintif; il en était d'ailleurs de même les jours précédents.

Le Chien meurt dans la nuit du 25 au 26.

On ne trouve aucun infarctus dans quelque organe que ce soit. Pas de ramollissement de quelque point que ce soit de l'encéphale, la protubérance annulaire et le bulbe y compris. Pas d'épanchement sanguin dans le canal vertébral : la moelle n'a pas été examinée. On trouve, à l'aide du microscope, des spores de Lycopode dans un grand nombre d'artérioles cérébrales, mais ces spores sont disséminés.

La vessie contient beaucoup d'urine. L'urine est un peu albumineuse; elle verdit par l'acide azotique, mais pas beaucoup plus que dans l'état normal. Formation lente d'une assez grande quantité de nitrate d'urée.

Exp. II. — Le Chien dont il va être question avait été déjà soumis à deux expériences. Le 2 avril 1867, on avait injecté dans la veine crurale, vers le cœur, vingt grammes environ d'eau qui avait été laissée en contact pendant huit jours avec des Conferves, dans un vase de verre. On avait préalablement filtré cette eau à plusieurs reprises au travers dé papier à filtre, et l'on avait constaté qu'elle contenait encore, malgré cela, quelques rares Infusoires de la plus petite dimension : de plus, elle conservait une odeur assez fétide. L'injection de ce liquide n'avait produit aucun trouble, même passager.

Le 9 avril, on avait introduit sous la peau du dos une petite quantité de pus qu'on venait de retirer d'un abcès chez un Lapin. Il n'y avait eu non plus aucun accident à la suite de cette opération.

Le 18 avril, à $4^h \frac{1}{2}$ de l'après-midi, on fait, dans la carotide droite et vers le cœur, une injection de 10 grames d'eau contenant une faible proportion de poudre de Lycopode. Au bout de quelques secondes, agitation et cris. La pupille droite paraît plus large que la gauche. Le Chien détaché est faible, il s'accroupit : il fait deux ou trois pas quand on l'excite et s'accroupit de nouveau. Même état à 6^h du soir. Pas d'hémiplégie ni de nystagmus.

Le 19, l'animal est abattu, triste; il reste accroupi sur son train postérieur, la tête un peu basse. On est obligé de le faire lever de force pour qu'il fasse deux ou trois pas. Un

Chien bien plus petit que lui le bat, lui mord l'oreille au sang, et il se défend à peine.

Le 20, même état. La température prise dans le rectum est 38°,8 C.

Les jours suivants, l'état s'améliore progressivement; seulement l'animal offre presque constamment, et cela depuis le jour de l'expérience, un léger tremblement, une sorte de frisson assez bien caractérisé.

Ce Chien subit encore une nouvelle expérience le 4 mai. (Introduction d'un morceau de fil de cuivre dans le ventricule gauche du cœur. — Voir une note précédente, séance du 6 juillet.) Il est sacrifié le 11 mai.

Je laisse de côté les détails relatifs au cœur. On n'a pas trouvé d'infarctus dans les viscères. L'encéphale ne présente aucun foyer de ramollissement. On a examiné, à l'aide du microscope, de petites parcelles du cerveau, et l'on y a trouvé des spores de Lycopode disséminées en assez grand nombre, mais presque partout isolées, une à une. Il n'y a pas de coagulation du sang dans les vaisseaux qui les contiennent. Plusieurs de ces spores paraissent un peu altérées. On a examiné aussi quelques parcelles du tissu d'un des reins ; on n'y a point trouvé de spores. Il est probable que chez ce Chien, comme chez le précédent, l'eau chargée de poudre de Lycopode, une fois arrivée dans l'aorte, aura été repoussée en très-grande partie par les ondées sanguines cardiaques vers l'encéphale et les membres antérieurs, c'est-à-dire dans les artères sous-clavières et dans l'artère carotide gauche.

J'ai vu, il y a quelques années, plusieurs autres faits analogues à ceux que je viens d'exposer, mais je n'ai pas conservé de notes détaillées sur ces faits. L'intérêt de ces observations consiste d'abord dans l'ensemble des phénomènes morbides constatés pendant la vie, phénomènes qui peuvent être très-graves, et se terminer par la mort comme dans le premier cas, ou qui peuvent finir par disparaître comme dans le second cas, et qui sont manifestement produits par l embarras de la circulation dans les centres nerveux. En second lieu, je dois faire remarquer l'absence de ramollissement des centres nerveux, malgré le nombre assez considérable de spores introduites dans les vaisseaux encéphaliques. Il est vraisem-

blable que cette lésion n'a fait défaut que parce que les spores n'étaient point accumulées en séries contiguës, comme dans les cas où l'on injecte une grande quantité de poudre de Lycopode. Dans ces derniers cas, il y a toujours une ou plusieurs artérioles qui sont complétement oblitérées et où le sang ne peut plus pénétrer, de telle sorte qu'une ou plusieurs régions de l'encéphale, privées absolument de nutrition directe, subissent le travail de nécrobiose et se ramollissent. Chez les animaux dont je viens de parler, au contraire, aucun vaisseau ne se trouve entièrement fermé à l'abord du sang, ce que l'on conçoit bien, en se représentant d'une part la dissémination et l'isolement des spores de Lycopode, et, d'autre part, les nombreuses anastomoses qui mettent en communication les artérioles encéphaliques les unes avec les autres.

Enfin, ces expériences offrent une analogie frappante avec des faits que les pathologistes ont l'occasion d'observer chez l'Homme, et, à ce titre encore, elles me paraissent présenter un certain intérêt.

Sur le mode d'accroissement des épiphyses des os longs chez les Mammifères, par M. Vulpian.

De nombreuses expériences faites au Muséum d'histoire naturelle sous la direction de M. Flourens, relativement au mode d'accroissement des épiphyses, ont donné des résultats très-nets, déjà indiqués en partie par ce physiologiste dans son ouvrage intitulé : *Ontologie naturelle*, Paris 1864, 3e édition, pages 144 et 145. On a nourri de jeunes porcs avec du son mêlé de garance pendant plusieurs jours ; puis ils ont été sacrifiés à des époques variées, et de plus en plus éloignées du moment où l'on a cessé de mêler de la garance aux aliments. M. Flourens signale ce fait remarquable, à savoir que, dans ces conditions, l'épiphyse prenant un volume de plus en plus grand, « l'accroissement ne se fait jamais que par

» le haut de cette partie, et jamais par le côté où elle tient » à la diaphyse. Par ce côté, elle ne croît point, et aussi y » reste-t-elle toujours rouge. » Un peu plus loin, parlant de cette même particularité, il dit : « L'épiphyse a beaucoup » grossi, mais seulement par le haut, qui est tout blanc à » l'extérieur. Elle a été revêtue d'une couche osseuse nou- » velle sur toute sa surface. L'intérieur est rouge, ainsi que » le bord qui tient à la diaphyse. »

Il nous a semblé, surtout d'après ce qui nous en a été dit par diverses personnes, qu'il ne serait pas inutile d'ajouter quelques détails à cette indication sommaire.

Nous avons eu l'occasion de revoir des faits du même genre, et d'examiner les épiphyses alors qu'il s'était écoulé un temps très-long, plus d'un an, après la cessation du régime de la garance. Or voici le résumé de nos observations : le tissu osseux de nouvelle formation se produit, pour l'épiphyse, sur tous les points de la surface de l'os, à l'exception de ceux qui sont en contact avec le cartilage épidiaphysaire. Il en résulte que, lorsqu'on étudie les épiphyses trois, quatre ou six mois, après avoir remis les animaux au régime ordinaire, si l'on scie ces extrémités osseuses en deux moitiés, on trouve sur la surface de section une partie rouge, correspondant à la région spongieuse de ces extrémités, et contiguë au cartilage épidiaphysaire, partie rouge qui est environnée dans toute sa périphérie, à l'exception de ces derniers points, par une couche blanche de nouvelle formation. Il est clair que cette couche blanche vient s'appuyer, de chaque côté du noyau resté rouge, sur les parties extérieures du cartilage épidiaphysaire.

Ainsi, le cartilage épidiaphysaire offre ce caractère bien digne d'attention, qu'il produit de l'os par sa face diaphysaire et n'en produit pas par sa face épiphysaire.

Un autre point qui nous a frappés également, c'est que la teinte rouge s'affaiblit considérablement au fur et à mesure qu'on s'éloigne du moment où l'animal n'a plus mangé de garance. Non-seulement elle s'affaiblit, mais le noyau coloré diminue d'étendue, tout en restant contigu au cartilage épidiaphysaire. Il y a là certainement un travail de rénovation des molécules qui contraste avec la persistance de la substance osseuse rouge dans la paroi de la diaphyse. Il est vrai qu'il

s'agit dans ce dernier cas d'un tissu compacte, tandis que, dans le premier, c'est un tissu spongieux sur lequel porte l'expérience.

Séance du 20 juillet 1867.

PRÉSIDENCE DE M. PUEL.

M. Lartet, à propos d'un travail récent de M. Delanoue, donne quelques détails sur les lacs du nord de la France.

Deux communications de M. Vulpian :

1° Expériences faites sur les Grenouilles avec le venin du Crapaud géant d'Amérique;

2° De l'action du grand sympathique sur le développement du corps thyroïde.

M. Mannheim présente des considérations au sujet du compas composé de M. Peaucellier.

Sur les effets du venin du Crapaud agua (*Bufo agua*) de Bahia, par M. Vulpian.

M. Vulpian a pu, grâce à l'obligeance de M. Duméril, qui a mis à sa disposition un Crapaud de cette espèce, mort à la ménagerie des Reptiles, au Muséum, comparer les effets produits par le venin de ce Crapaud à ceux que détermine le venin du Crapaud commun d'Europe (*Bufo fuscus*) et celui du Crapaud calamite (*Bufo viridis*). Le Crapaud agua offre des follicules cutanés très-saillants, et les groupes parotidiens de ces follicules sont très-volumineux. — On a facilement retiré de ces groupes une grande quantité d'humeur lactescente tout à fait analogue à celle du Crapaud d'Europe et, comme elle, devenant concrète et

tenace à l'air en peu de temps. On a introduit une petite quantité de cette matière sous la peau de la jambe de trois Grenouilles. Au bout de vingt minutes, une de ces Grenouilles était déjà très-faible : mise sur le dos, elle ne pouvait plus se retourner, bien qu'elle fît quelques efforts tendant à ce résultat. Trois quarts d'heure après l'introduction du venin, le cœur battait encore; mais les mouvements du ventricule offraient l'irrégularité qui précède l'arrêt complet, lorsqu'on a sous les yeux une Grenouille empoisonnée par le venin de Crapaud commun. Un quart d'heure plus tard, il y a un violent accès de convulsion tétanique analogue à celle que produit la strychnine. Le cœur n'est pas encore tout à fait arrêté cinq quarts d'heure après le début de l'expérience, au moment où l'on cesse l'observation; mais on n'y voit plus que des mouvements extrêmement rares et incomplets. Il y a de faibles mouvements réflexes des membres, lorsqu'on pince l'extrémité digitale des membres.

Sur une seconde Grenouille, les phénomènes commencent à se manifester au bout d'une demi-heure. L'animal, qui jusque-là paraissait dans l'état normal, est pris d'agitation convulsive; il fait plusieurs sauts précipités, puis se tourne sur le dos et ne peut plus se relever; puis, presque aussitôt, il y a un violent accès tétanique semblable à celui que l'on avait vu se produire chez la première Grenouille. Le cœur, mis à nu, bat paisiblement, lentement, et le ventricule se vide incomplétement. Il y a de longs intervalles pendant lesquels les mouvements cessent complétement. La respiration est tout à fait et définitivement arrêtée. Au bout de trois quarts d'heure, les mouvements du cœur s'arrêtent entièrement et ne reparaissent plus. Le ventricule est flasque et contient une petite quantité de sang. A ce moment, les mouvements réflexes sont tout à fait abolis.

Enfin, chez la troisième Grenouille, les phénomènes d'intoxication, bien qu'on eût mis à peu près la même quantité d'humeur lactescente que chez les deux autres, tardent encore plus longtemps à se montrer. Au bout d'une heure et demie, il n'y a pas encore eu de mouvements convulsifs; mais la respiration est arrêtée, et l'animal ne peut plus se retourner lorsqu'on le met sur le dos. — On cesse d'observer l'animal à ce moment, et le lendemain on le trouve mort.

En résumé, si des expériences ultérieures confirment les résultats que je viens d'exposer, on pourra établir que le venin du Crapaud agua se rapproche, sous le rapport de son action physiologique, de celui du Crapaud commun, en ce sens qu'il a une action assez énergique sur le cœur. Il en diffère, jusqu'à un certain point, par son action convulsivante, et, d'une façon générale, par son influence sur les centres nerveux.

Séance du 27 juillet 1867.

PRÉSIDENCE DE M. PUEL.

M. de Saint-Venant expose le résultat de ses recherches sur la détermination de la vitesse de propagation d'une onde liquide dans un canal de section uniforme (onde solitaire de M. de Caligny).

M. Marey fait une communication relative aux agents qui modifient la réaction d'un muscle placé sous l'influence d'un excitant constant.

M. Vulpian présente à ce sujet quelques observations et insiste sur le mode d'action du sulfo-cyanure de potassium.

M. Mannheim ajoute de nouveaux développements à sa communication de la séance précédente.

Séance du 3 août 1867.

PRÉSIDENCE DE M. PUEL.

M. Alix rend compte de ses études sur l'appareil locomoteur de la Roussette d'Edwards (*Pteropus Edwardsii*).

Deux communications de M. Vulpian :

1° Expériences sur les injections d'albumine dans le système veineux des Mammifères;

2° Expériences pratiquées avec M. Philippeaux sur le rétablissement des fonctions des pneumogastriques après leur section.

Sur l'appareil locomoteur de la Roussette d'Edwards (Pteropus Edwardsii), par M. Alix.

Je viens exposer à la Société le résultat des recherches que j'ai faites sur l'appareil locomoteur d'une grande Chauve-Souris, la Roussette d'Edwards, qui m'a été généreusement communiquée par M. Edouard Verreaux.

Cette Roussette, que Temminck a aussi désignée sous le nom de *Pteropus medius*, ne diffère, suivant cet auteur, du *Pteropus edulis* que par une taille un peu moindre, des formes plus grêles, des membranes plus découpées, une membrane interfémorale plus étroite et quelques particularités dans la longueur et la coloration des poils (*Monogr. de Mammal.*, t. I, 1827, p. 172 et 176 ; t. II, 1835, p. 61). Il ajoute aussi que les membranes des flancs s'insèrent plus près de l'épine dorsale.

Temminck remarque avec raison que la membrane interfémorale subit sur la peau desséchée un retrait qui la rend difficile à étudier. En examinant cette membrane sur une peau non déformée, nous trouvons que, pour la décrire exactement, il ne suffit pas de dire qu'elle va des talons au coccyx et qu'elle offre une échancrure en forme de V renversé. Il faut ajouter que le sommet du V montre un petit tubercule arrondi, muni d'un pinceau de poils, placé dans la concavité d'un demi-cercle au bord épais et plissé; qu'à partir des extrémités du demi-cercle les bords de la membrane vont en ligne droite jusqu'au cartilage du talon, et qu'il y a encore un limbe membraneux qui comble l'espace entre ce cartilage et la base du métatarse.

Notre sujet, quoique sa dentition fût complète, n'avait pas encore atteint toute sa taille; les épiphyses n'étaient pas encore soudées.

La longueur totale du tronc, mesurée à partir de l'occiput,

était de $0^m,22$. Sa largeur au niveau des épaules était d'environ $0^m,065$.

La longueur d'une aile, depuis l'épaule jusqu'à l'extrémité du troisième doigt, dépasse $0^m,67$.

Si l'on considère que la clavicule a chez notre Chauve-Souris environ $0^m,05$ de long, et l'aile environ $0^m,67$, et que d'autre part la longueur de la clavicule humaine est d'environ $0^m,15$, on voit que, si l'on voulait donner à un Homme des ailes qui seraient dans la même proportion, ces ailes devraient avoir au moins 2^m de long et l'envergure $4^m,30$.

La tête peut s'allonger dans la direction de la colonne vertébrale ou se placer dans une position perpendiculaire à cette direction. Comme il est inutile de répéter ici des détails connus, je me bornerai à rappeler que le conduit auditif externe est tout entier à l'état fibreux ou cartilagineux, et que la caisse est à l'état membraneux. Le rocher, qui fait à peine saillie à la base du crâne, est réuni au mastoïdien qui n'occupe qu'une petite place entre le squammeux et l'occipital. La saillie inférieure de ce mastoïdien est à peine sensible. Au devant de lui, derrière le cadre du tympan, est une petite apophyse arrondie qui appartient au squammeux et qui termine la crête temporale ; en arrière se trouve l'apophyse jugulaire ou paramastoïde de l'occipital longue de $0^m,005$ et recourbée en crochet.

Les lignes courbes de l'occipital sont confondues avec la crête occipito-temporale. L'occipital est incliné en avant.

La colonne vertébrale contient 31 vertèbres, savoir : 7 cervicales, 13 dorsales, 6 lombaires et 5 sacro-coccygiennes. Nous n'entrerons pas dans la description détaillée de ces vertèbres. Nous nous bornerons à dire que la région cervicale est légèrement concave en arrière, tandis que le reste du rachis offre une convexité qui commence à la sixième cervicale et se continue jusqu'à l'extrémité du coccyx. La vertèbre la plus large est l'atlas, dont les ailes sont considérables. L'axis est assez étroit. Les autres vertèbres cervicales vont en augmentant de largeur jusqu'à la sixième, puis la largeur des vertèbres diminue graduellement jusqu'à l'extrémité postérieure. Les apophyses épineuses sont à peu près nulles pour les quatre vertèbres cervicales intermédiaires et pour les huit premières dorsales. La position des trous de

conjugaison peut être l'objet d'une remarque particulière. A la région cervicale, ils s'ouvrent dans le canal vertébral; dans la région dorsale, ils sont au-dessous des apophyses transverses; dans la région lombaire, ils sont coupés en deux par le plan de ces apophyses.

Les côtes, qui sont très-larges, surtout les neuf premières, sont fortement courbées au niveau de leur angle, et limitent ainsi une gouttière dorsale très-profonde. Les cartilages des sept premières sont ossifiés. Les deux dernières sont flottantes, la dernière ne s'articule qu'avec la dernière dorsale. Elles s'articulent avec les corps vertébraux par de très-grosses têtes.

Nous commencerons la description des muscles de la colonne vertébrale par celle des muscles courts interépineux.

Le *petit droit postérieur de la tête*, large et long, mais peu épais, s'attache, d'une part, à toute la largeur du demi-arc de l'atlas, et, d'autre part, à l'occipital, dans la même largeur, à trois millimètres au-dessus du bord du grand trou occipital.

Le *grand droit postérieur*, long et plat, s'attache à la crête de l'apophyse épineuse de l'axis, qui n'a pas moins d'un centimètre de long, et s'insère sur l'occipital dans l'espace qui sépare le petit droit de la crête occipito-temporale.

Ce système est représenté dans le reste de la région cervicale par quelques petits faisceaux. Il n'est représenté ni dans la région dorsale, où les apophyses sont serrées les unes contre les autres, ni dans la région lombaire, où l'on voit seulement de très-forts ligaments. Cette région lombaire peut se fléchir en avant et se tordre sur son axe, mais dans ces mouvements elle obéit à d'autres muscles. La région dorsale n'est que peu mobile.

Les muscles courts intertransversaires, dans la région cervicale et dans la région dorsale, sont à peine distincts des muscles obliques qui les recouvrent. Cette remarque est applicable au *petit droit latéral de la tête*, qui va de l'apophyse transverse de l'atlas à l'apophyse jugulaire ou paramastoïde de l'occipital. Dans la région lombaire, et pour les cinq dernières dorsales, ce sont des faisceaux qui partent du tubercule qui surmonte l'apophyse articulaire antérieure, sautent une vertèbre et vont se fixer sur une épine (élément

postérieur de l'apophyse transverse) que présente le bord postérieur de l'apophyse transverse. Outre ces faisceaux, il y a des fibres charnues qui tapissent le fond de la gouttière osseuse.

Les muscles courts intercostaux de la région cervicale constituent un *scalène antérieur* qui finit à la sixième cervicale et ne fournit rien à la première côte thoracique. A la région dorsale, les intercostaux offrent la disposition habituelle. Nous remarquerons seulement que, les cartilages des sept premières côtes étant ossifiés, les actions musculaires en prennent d'autant plus d'importance dans les mouvements du thorax.

A la région lombaire, ce système est représenté par le *carré des lombes* et le *petit oblique de l'abdomen*. Le carré des lombes est assez compliqué; il se compose : 1° d'une série de muscles courts intertransversaires, qui vont du sommet d'une apophyse transverse à celui de la suivante, et le plus postérieur (qui est divisé en deux plans) sur la crête iliaque; 2° d'une série de faisceaux sous-transversaires qui viennent des corps vertébraux des deux dernières dorsales et des cinq premières lombaires, et se réunissent en une masse d'où partent des tendons qui vont se terminer sur les sommets des apophyses transverses lombaires, et le dernier sur le tubercule externe de la crête iliaque. Le petit oblique de l'abdomen est très-mince et presque aponévrotique. Il en est de même du muscle *transverse*, dont nous parlerons immédiatement, quoique nous ne le rangions pas dans la même série. Nous le considérons comme une enveloppe musculaire de la cavité abdominale, ainsi que le diaphragme, dont nous dirons que ses piliers s'attachent aux apophyses médianes des corps vertébraux de la quatrième et de la cinquième lombaire.

On peut considérer comme un muscle sous-costal le *petit droit antérieur de la tête*, qui se rend de l'apophyse transverse de l'atlas au basilaire occipital. Il est assez fort sur notre sujet. Nous n'avons pas étudié les muscles sous-sternaux.

Parmi les muscles courts obliques épineux-transversaires, le *petit oblique de la tête* s'attache à tout le bord antérieur de l'apophyse transverse de l'atlas et à la moitié externe de la crête occipito-temporale. Par son bord interne, il recouvre

un peu le grand droit. Ses dimensions sont moindres que celles du *grand oblique*.

Ce dernier muscle, qui est long et épais, s'attache à toute la longueur de l'apophyse épineuse de l'axis et à tout le bord postérieur de l'apophyse transverse de l'atlas.

En arrière de l'axis, il y a tout un système de petits faisceaux épineux-transversaires, qui forment une série continue depuis cette vertèbre jusqu'à la dernière lombaire. A la région lombaire, ils se détachent du tubercule qui surmonte l'apophyse articulaire antérieure, sautent une vertèbre et vont se fixer sur l'apophyse articulaire postérieure de la vertèbre qui est au-devant de celle-ci. Il en est de même pour les trois dernières dorsales. A partir de la onzième vertèbre dorsale, qui est l'indifférente, ils se détachent du tubercule antérieur de l'apophyse transverse, et enfin, à la région cervicale, ils viennent de l'apophyse articulaire antérieure.

A la région cervicale, ce système est recouvert par un *épineux-transversaire axoïdien* très-fort, qui part de l'apophyse épineuse de l'axis et envoie des digitations aux apophyses articulaires antérieures des vertèbres cervicales, et aux tubercules antérieurs des apophyses transverses des trois premières dorsales. Ce muscle pourrait aussi bien être rangé au nombre des muscles longs.

Les muscles *transverso-costaux* sont représentés à la région cervicale par le *scalène postérieur*, qui est d'une force médiocre. Il commence à la troisième cervicale et se termine sur la première côte, immédiatement en dehors de son angle. A la région dorsale, les surcostaux sont très-développés, principalement ceux qui se rendent aux huit dernières côtes. Cette série n'est pas représentée à la région lombaire.

Parmi les muscles longs directs, nous trouvons le *long interépineux*. La onzième dorsale joue le rôle de vertèbre indifférente par rapport aux anses de ce muscle, dont l'insertion la plus antérieure se fait sur la septième cervicale. Nous achèverons de le décrire, en même temps que le long du dos et le sacro-lombaire, avec lesquels il est en partie confondu.

Les muscles longs surtransversaires sont représentés à la région cervicale par deux muscles. L'un de ces muscles,

que l'on pourrait regarder comme un *petit complexus*, quoiqu'il ne s'insère pas à la tête, s'attache à l'apophyse transverse de l'atlas. Il émet deux digitations charnues qui vont se fixer l'une à la troisième, l'autre à la quatrième cervicale, et deux tendons grêles qui vont l'un à la septième cervicale, l'autre à la première dorsale. L'autre muscle vient de l'apophyse transverse de l'axis; il se rend sur la troisième, la quatrième et la cinquième cervicales; il n'a qu'un faible volume.

Nous comprendrons dans une même description le *long surcostal* ou *sacro-lombaire*, le *long du dos* et le *long surépineux*. Nous voyons d'abord une série de tendons aponévrotiques placés obliquement à la suite les uns des autres, et qui s'insèrent sur les apophyses épineuses, d'abord des deux premières sacrées, puis des six vertèbres lombaires. De ces tendons, ceux qui naissent des deux premières sacrées et des trois dernières lombaires sont très-forts; les autres sont plus faibles (un ligament vigoureux, qui va de la crête iliaque à l'apophyse épineuse de la première sacrée recouvre les deux premiers). En dehors de ces tendons se trouve une lame aponévrotique plus large, qui vient de la moitié interne de la crête iliaque. Ces tendons et cette aponévrose sont fortifiés à leur face profonde par des fibres charnues qui naissent les unes de la moitié interne de la crête iliaque, les autres (par de petits tendons) des tubercules qui surmontent les apophyses articulaires antérieures des vertèbres lombaires. Ces fibres charnues se joignent à celles qui continuent directement les tendons aponévrotiques. Les terminaisons de ce système se font les unes sur les apophyses épineuses des dix premières dorsales et de la septième cervicale (ce sont les faisceaux antérieurs du long surépineux), les autres sur les apophyses transverses des dix premières dorsales et de la septième cervicale (ce sont les faisceaux proprement dits du long du dos); d'autres (c'est le sacro-lombaire) sur les huit premières côtes par des tendons longs et plats qui se fixent sur le bord postérieur de leur angle, et qui sont renforcés par de petits faisceaux qui se détachent successivement du bord antérieur de l'angle des mêmes côtes. Il y a, en outre, un gros faisceau qui s'attache à la moitié interne de la crête iliaque, où il recouvre le carré des lombes et va se terminer

par une série de digitations sur les sommets des apophyses transverses, d'abord des vertèbres lombaires, puis des cinq dernières dorsales.

Nous passons aux longs muscles de la ligne sternale.

Le *releveur de l'anus* réuni au *pubio coccygien*, formant un assez vaste éventail, naît de la face ventrale des vertèbres coccygiennes, sur la ligne médiane. La disposition de ses fibres pubiennes est en rapport avec l'absence de la symphyse.

Le *grand droit antérieur de l'abdomen* s'attache par un faisceau plat de 1 centimètre de large à la courbure du pubis, un peu en dehors du tubercule interne qui représente l'épine du pubis. Il n'offre pas d'intersections fibreuses. Vers le milieu de l'abdomen, quelques-unes de ses fibres, dirigées obliquement d'avant en arrière, vont se terminer sur la ligne blanche. Au thorax, il y a aussi quelques fibres du grand droit qui vont se fixer sur les articulations chondro-sternales et sur le sternum. Ce muscle se termine en partie sur la première côte, en partie sur la première pièce du sternum.

Les autres muscles de cette série ne nous ont pas offert de particularités assez importantes pour en faire l'objet d'une description spéciale.

Le système des muscles longs obliques nous présente ici un long tranversaire épineux antéro-postérieur. C'est le *grand complexus*. Il est large, mince et plat et s'attache aux deux tiers internes de la crête occipitale ; il est accolé à celui du côté opposé, mais sans lui adhérer. Il va se terminer par des digitations successives sur les apophyses articulaires antérieures des quatre dernières cervicales, et sur les tubercules antérieurs des apophyses transverses des quatre premières dorsales. Les insertions cervicales se font par des fibres charnues, les insertions dorsales par des tendons vigoureux. On pourrait décrire ici, en série avec le grand complexus, l'épineux-transversaire axoïdien dont nous avons parlé plus haut.

Parmi les longs épineux-transversaires postéro-antérieurs, nous avons déjà décrit le long du dos. Le *splénius* vient de la première dorsale et du raphé cervical. Il n'a qu'un faisceau occipital qui se fixe au tiers externe de la crête occipito-temporale et à l'apophyse mastoïde.

Les muscles de la série sous-vertébrale nous présentent le *grand droit antérieur de la tête*, qui est très-fort. Il s'insère

dans la longueur de 1 centimètre à l'os basilaire, qui est lisse dans le reste de son étendue. Une gouttière profonde le sépare du muscle symétrique. Il envoie des tendons aux apophyses costales de la région cervicale depuis la deuxième jusqu'à la sixième. A son côté externe est une gouttière profonde où se cache l'artère carotide.

Le *long du cou* se compose nettement de deux triangles opposés dont la base commune est sur la sixième cervicale. Le sommet du triangle postérieur est situé sur la troisième dorsale, celui du triangle antérieur sur le corps de l'atlas.

A la région lombaire, le *grand psoas*, qui est très-fort, prend son origine par des digitations qui sont d'abord confondues avec celles du carré des lombes, sur les corps des trois dernières lombaires, sur leurs apophyses transverses et sur la gouttière qui sépare ces apophyses des corps vertébraux. Il va s'unir comme d'habitude à l'iliaque interne.

Le *petit psoas*, qui est également très-fort, s'attache aux apophyses médianes des corps des cinq premières lombaires, et va se terminer par un tendon très-fort sur la partie la plus externe et un peu sur la face antérieure de l'éminence iléo-pectinée.

Si nous considérons maintenant les muscles de la couche circulaire profonde, nous trouvons que le *petit dentelé antérieur* n'existe pas sur notre sujet. Le *petit dentelé postérieur* s'insère aux cinq dernières côtes.

Nous passons aux muscles du membre thoracique. La clavicule, longue de 45 millimètres, à peine courbée, est épaisse et massive. Son articulation avec le sternum présente un emboîtement réciproque; elle est dépourvue de fibro-cartilage inter-articulaire. Son articulation avec l'acromion se fait aussi par une large surface.

L'omoplate est longue et étroite. L'épine acromiale est très-haute et l'acromion est épais et saillant. L'apophyse coracoïde a une grande longueur. La cavité glénoïde est arrondie; le bourrelet glénoïdien augmente beaucoup son étendue.

Le *grand dentelé* est représenté par deux muscles bien distincts. L'un de ces muscles (grand dentelé postérieur) s'attache aux huit premières côtes, dans 1 à 2 centimètres à partir de leur extrémité. Il va se fixer au tiers postérieur

du bord postérieur ou costal de l'omoplate. C'est une disposition qui appartient aux Oiseaux et qu'il est fort curieux de retrouver chez un Mammifère volant. Le second muscle (grand dentelé antérieur) s'attache aux trois premières côtes, immédiatement en dehors de leur angle, dans l'espace de 2 centimètres. Son insertion coiffe l'angle antérieur de l'omoplate et occupe 1 centimètre $\frac{1}{2}$ du bord spinal.

L'*angulaire* s'attache à l'angle antérieur de l'omoplate et au bord spinal dans plus de 2 centimètres. Il va se fixer aux quatre dernières cervicales, à la quatrième par son tendon, et aux autres par des fibres charnues. Il forme un plan continu que l'on peut à peine fasciculer.

Le *cléido-transversaire*, qui est très-fort, se fixe au quart externe de la clavicule ; il va s'insérer aux apophyses transverses des deuxième, troisième et quatrième cervicales.

L'*omo-hyoïdien*, qui est très-grêle, ne va ni à l'omoplate, ni à la clavicule. Il se termine sur la première côte avec le scalène postérieur.

Le *rhomboïde* s'attache par des fibres charnues aux six premières dorsales et va se fixer sur la moitié postérieure du bord spinal de l'omoplate. Il ne reçoit rien ni de la région cervicale, ni de la tête.

Le *sous-clavier*, qui est considérable, s'attache au cartilage ossifié de la première côte ainsi qu'à la partie externe de cette côte, et va se fixer à toute la longueur de la clavicule, en dedans de laquelle il fait une forte saillie.

Le *sus-épineux* est très-fort, il occupe toute la fosse sus-épineuse et s'insère largement à tout le bord supérieur de la tubérosité externe de l'humérus.

Le *sous-épineux*, également très-fort, s'insère largement à un gros tubercule latéral de cette tubérosité. Il est nettement séparé d'un *petit rond* triangulaire, assez fort et en grande partie diaphysaire, qui s'attache à l'humérus dans plus de 7 millimètres au-dessus de cette tubérosité.

Le *sous-scapulaire* est énorme de force et d'épaisseur. Ses fibres charnues enveloppent un tendon très-épais qui s'insère largement à la tubérosité interne de l'humérus.

Le *coraco-brachial* se fixe par un tendon sur le bec de l'apophyse coracoïde, devient presque aussitôt charnu, et s'attache à l'humérus dans les trois quarts de sa moitié su-

périeure. Son volume est médiocre. Il est perforé par un nerf dans sa moitié supérieure. On ne trouve chez cette Roussette qu'un seul muscle coraco-brachial.

Le *brachial antérieur* est d'une excessive gracilité. Il s'attache au bord *interne* de l'humérus dans l'espace de 2 centimètres au-dessous du coraco-brachial, et fournit un petit tendon qui va se fixer à la face interne du cubitus sur une petite crête qui continue l'olécrâne.

Le *long supinateur* est représenté par une lame charnue plate et courte qui se fixe à la diaphyse humérale dans l'espace de 3 centimètres au-dessus de l'épicondyle et va s'attacher à la moitié inférieure du tiers supérieur du radius.

Muscles huméro-olécrâniens. — Le *vaste interne* et le *vaste externe* réunis ne forment qu'une masse charnue qui recouvre et enveloppe la moitié supérieure de la face postérieure de l'humérus ; ils ne tardent pas à devenir tendineux et à s'unir au muscle scapulo-olécrânien. Un muscle *anconé* faible et court s'attache à la face externe de l'épicondyle et au bord de la surface articulaire et va se fixer sur la rotule olécrânienne ainsi que sur le sommet de l'olécrâne ; ses fibres sont presque transversales.

Le *court supinateur* est excessivement fort. Il se fixe par un tendon très-fort au fond de la moulure externe de la trochlée (moulure très-profonde) et un peu au bord postérieur de cette moulure. Ce tendon se porte d'abord sur un os sésamoïde volumineux qui glisse sur le bord de la tête du radius et qui se rattache, par un ligament très-fort à la face antérieure de cet os, par un ligament plus faible à la face postérieure et à la capsule articulaire. De ce sésamoïde part un gros corps charnu qui s'attache à tout le cinquième supérieur de la face antérieure du radius.

Le *rond pronateur* naît par un fort tendon de la face antérieure de l'épitrochlée et va s'attacher à la moitié inférieure du tiers supérieur du radius, exactement à l'opposé du long supinateur. Presque tout charnu, oblique, fusiforme, il est sensiblement divisé en deux faisceaux dont le second est en partie confondu avec le grand palmaire. Il est intéressant de trouver ici un indice de cette division du rond pronateur en deux faisceaux qui existe chez les Oiseaux.

Le *carré pronateur* n'existe pas.

Nous terminons la description des muscles courts du membre thoracique par celle des muscles interosseux de la main; mais il est utile de dire auparavant quelques mots sur les os du carpe.

La forme des os du carpe est tellement compliquée que c'est à peine si l'on peut la reproduire par le dessin. Encore moins peut-on la traduire par la parole. Aussi je n'essaierai pas une description complète et détaillée de ces os, et je me bornerai à indiquer les principales particularités qui ont attiré mon attention.

La première rangée comprend deux os; un os scaphoïdo-semilunaire et un pyramidal. La seconde rangée en contient quatre, un trapèze, un trapézoïde, un grand os et un unciforme.

Le scaphoïdo-semilunaire se compose d'une partie allongée transversalement qui s'enfonce comme un coin très-large dans une cavité que lui offre le radius; puis d'une partie apophysoïde (crochet du scaphoïde) qui présente une gouttière pour le tendon de l'abducteur et une tête articulaire pour le premier métacarpien. Le scaphoïde offre d'ailleurs des facettes articulaires planes ou convexes pour le pyramidal, l'unciforme, le grand os et le trapézoïde, et un enfoncement hémisphérique pour l'apophyse odontoïde du trapèze. Quelques autres détails seront signalés en décrivant les muscles.

Le pyramidal est plutôt en série avec la seconde rangée. Il s'articule avec le scaphoïde, l'unciforme et le cinquième métacarpien.

L'unciforme n'a pas de crochet. La facette par laquelle il s'articule avec le cinquième métacarpien est située tout entière à son côté cubital.

Le grand os n'offre rien de particulier si on le considère par sa face dorsale; mais, du côté palmaire, il est muni d'une forte et large apophyse, qui joue le rôle du pisiforme et remplace en partie le ligament annulaire du carpe.

Le trapézoïde est très-petit, de forme cuboïde.

Enfin le trapèze se compose d'une partie cuboïde, largement articulée par ses faces latérales avec le premier et le deuxième métacarpien, et d'une sorte d'apophyse odontoïde,

qui s'enfonce dans une cavité arrondie de l'os scaphoïdo-semilunaire.

Les métacarpiens s'articulent avec le carpe par des bases inégales dont la partie saillante, en forme de roue, s'enfonce entre les os de cette région. Les mouvements de ces métacarpiens sur le carpe et de la seconde rangée sur la première est presque tout latéral ; celui de flexion et d'extension directes de la main sur l'avant-bras se passe entre le radius et l'os scaphoïdo-semilunaire.

Les muscles interosseux de la main comprennent ceux de l'éminence thénar, ceux de l'éminence hypothénar et les interosseux proprement dits.

Les muscles de l'éminence thénar comprennent :

1° Un muscle scaphoïdo-phalangien (*abducteur*), petit muscle assez épais qui s'attache au scaphoïde sur un tubercule placé au côté radial de la main, entre la gouttière du grand abducteur et la saillie arrondie qui s'articule avec le premier métacarpien. Il va au sésamoïde du côté radial du pouce, recouvre cet os et s'étend par une expansion jusque sur la base de la première phalange. Le tendon du fléchisseur profond le sépare du muscle suivant. Il n'y a aucune trace d'opposant.

2° Un muscle trapézo-phalangien (*court fléchisseur*), gros et charnu, qui s'attache à un tubercule palmaire profondément caché du trapèze et à la base du premier métacarpien. Il se rend au sésamoïde du côté cubital du pouce et, par une expansion, à la base de la première phalange.

3° Un muscle métacarpo-phalangien (*adducteur*), petit filet charnu qui vient de la base du deuxième métacarpien et se termine par un tendon qui, après avoir longé le côté cubital de la première phalange, va se terminer sur la base de la phalange terminale. Ce tendon envoie une expansion sur la base de la première phalange.

Le deuxième doigt a deux muscles interosseux. Celui du côté radial s'attache par un tendon sur le scaphoïde au côté palmaire et à la base de la tête arrondie destinée au premier métacarpien. Le corps charnu, très-court, long à peine de 2 centimètres, se termine par un tendon plat qui suit le côté radial de la face palmaire du métacarpien et va se fixer au tubercule palmaire radial de la base de la première pha-

lange. Le corps charnu de ce muscle est à son origine réuni à celui du côté cubital, qui a au moins 3 centimètres de long ; le reste de ce dernier muscle répète d'ailleurs ce que nous venons de dire. Les tendons de ces deux muscles forment les deux limites d'une gouttière où se loge le tendon fléchisseur de la phalange terminale. Chacun d'eux contient près de son insertion un petit sésamoïde.

Les interosseux du troisième doigt ne forment d'abord qu'un seul corps charnu aplati, de 4 centimètres de long, attaché par une partie fibreuse très-courte sur la racine du tubercule palmaire de la base du deuxième métacarpien, tubercule qui se cache sous l'apophyse du grand os. Il se divise en deux chefs dont chacun suit un des côtés du métacarpe et atteint par un tendon plat un des côtés de la base de la première phalange. Chacun de ces tendons contient près de son insertion un très-fort sésamoïde.

Les interosseux du quatrième doigt sont fournis par un corps charnu, très-aplati transversalement, beaucoup plus fort que le précédent, et qui s'insère en le recouvrant sur le même tubercule à la limite de sa facette articulaire. Il se fixe en outre à un tubercule situé au côté radial de la base du troisième métacarpien. Il se divise en deux têtes. Celle du côté cubital est la plus palmaire et la plus forte; son tendon se prolonge jusqu'à une distance de 3 centimètres sur le côté de la phalange à laquelle il adhère. Il y a deux sésamoïdes.

Les interosseux du cinquième doigt forment l'éminence hypothénar. Du grand os partent deux tendons fixés de chaque côté du tubercule où se fixe le tendon du cubital antérieur. A ces tendons succèdent des corps charnus qui vont s'insérer de chaque côté de la première phalange avec intermédiaire de forts sésamoïdes. Le muscle du côté radial, un peu moins fort que l'autre, donne une expansion au tendon de l'extenseur. D'autre part, il reçoit de l'autre muscle une expansion dont les fibres réunies avec les siennes constituent un tendon médian qui se prolonge à une distance de 3 centimètres sur le côté palmaire de la première phalange à laquelle il adhère.

Outre ces deux muscles qui correspondent à l'abducteur et au court fléchisseur, il y en a un que l'on peut regarder

comme un opposant. Il se fixe d'une part sur la limite externe de l'apophyse du grand os, et d'autre part dans un espace de 3 centimètres à l'arête palmaire du cinquième os métacarpien.

Telle est la description succincte du curieux éventail constitué chez la Roussette par l'ensemble des muscles interosseux.

Nous passons aux muscles longs du membre thoracique. Le *grand dorsal* est très-réduit dans ses dimensions. Il naît par une aponévrose des quatre dernières dorsales et des trois premières lombaires. Il n'a pas d'attaches costales. Les fibres antérieures glissent sur l'angle postérieur de l'omoplate. Il forme une lame triangulaire peu épaisse, terminée par un tendon assez grêle qui croise obliquement le grand rond sans lui adhérer et va se fixer au-dessus de lui, sur le point le plus élevé de la lèvre interne de la coulisse bicipitale. Nous devons noter d'autre part que cet *accessoire* du grand dorsal, qui, chez les Singes et les Carnassiers, va se fixer soit à l'olecrâne, soit à l'épitrochlée, n'existe pas ici.

L'excessive réduction du grand dorsal chez la Roussette est un fait digne de remarque.

Le *trapèze* s'attache par des fibres charnues à toutes les vertèbres dorsales et à la première cervicale. Les fibres antérieures sont transversales, les postérieures très-obliques. Il coiffe le moignon de l'épaule et s'attache au quart interne de la clavicule ainsi qu'à la courbe de l'acromion, où vient aboutir un tendon émané de son bord postérieur. Une partie des fibres de ce bord postérieur va aussi se terminer sur une aponévrose qui adhère au deltoïde. Ce trapèze n'a pas de portion cervicale ni de portion occipitale, ce qui a lieu aussi chez les Oiseaux.

Le *sterno-mastoïdien* s'insère largement par des fibres charnues sur le bord antérieur du sternum et va se fixer par un tendon grêle sur l'apophyse mastoïde. Il y a en outre un muscle *sterno-occipital* qui se fixe par un tendon sur la pointe médiane du sternum et qui va s'attacher à toute la crête temporo-occipitale. Ce muscle, dans une étendue de plus de 2 centimètres, est réuni sur la ligne médio-dorsale à celui du côté opposé par une lame fibreuse très-étroite.

Le *cléido-mastoïdien* s'attache à la clavicule dans l'espace

de 5 millimètres, à 5 millimètres de l'extrémité interne de celle-ci, et va se terminer sur la pointe de l'apophyse mastoïde. Il envoie en passant quelques fibres sur l'apophyse transverse de l'atlas.

Le *deltoïde claviculaire* s'attache aux $\frac{2}{3}$ externes de la clavicule, et va se fixer sur la lèvre externe de la coulisse bicipitale. Il ne descend qu'à 3 centimètres au-dessous de la tête humérale et finit à 2 centimètres au-dessus du bord inférieur du grand pectoral. Il adhère au faisceau suivant; un sillon très-superficiel indique seul leur ligne de démarcation.

Le *deltoïde acromial* s'attache à toute la convexité de l'acromion et se fixe à la crête pectoro-deltoïdienne, qui ne descend pas à plus de 3 centimètres au-dessous de la tête de l'humérus. Il est complétement distinct et séparé du faisceau suivant.

Le *deltoïde postérieur* s'attache à la moitié supérieure de l'épine scapulaire. C'est une lame peu épaisse qui se glisse sous le muscle précédent et va s'attacher au bord externe de l'humérus, 2 centimètres au-dessous de la tête humérale.

Le *grand pectoral* se compose : 1° d'un faisceau d'une force et d'une épaisseur considérables, qui s'attache à la lèvre externe de la coulisse bicipitale dans tout le quart supérieur de l'humérus. Son insertion sternale se fait par des fibres charnues à toute la hauteur et à toute la longueur de la crête sternale, et, par une lame fibreuse, à l'appendice xyphoïde. On compte, en regardant la face profonde, autant de faisceaux charnus que d'espaces intercostaux; 2° d'un faisceau claviculaire beaucoup plus faible qui vient du tiers interne de la clavicule. Il se fixe à un tubercule particulier qui marque le commencement de la lèvre externe de la coulisse bicipitale.

Le *petit pectoral* est un ruban plat d'une largeur médiocre. Il se fixe par une lame aponévrotique au tubercule dont nous venons de parler, par une large expansion, au sommet de l'apophyse coracoïde, et par une plus petite expansion à la tubérosité interne de l'humérus. L'insertion thoracique ne touche pas aux côtes; elle se fait par un seul faisceau sur la partie externe de la surface du grand droit antérieur de l'abdomen, au niveau de la quatrième côte.

Le *biceps brachial* est très-vigoureux. Son faisceau *glénoïdien* s'attache à la base de l'apophyse coracoïde 5 millimètres au delà du bourrelet, recouvre un fort ligament qui le sépare de l'articulation, se place dans une gouttière creusée, contre la tubérosité interne, et devient un énorme faisceau charnu qui se termine par un tendon vers le milieu du bras. Le faisceau *coracoïdien*, encore très-fort, quoique plus faible que le précédent, vient de la pointe même de l'apophyse coracoïde entre le coraco-brachial et le petit pectoral; vers le milieu de l'avant-bras, il se termine par un tendon qui se place à la surface du tendon commun, et contribue surtout à former l'expansion latérale de ce tendon. A ce faisceau vient s'accoler près de son origine un petit faiscean du peaucier, dont nous parlerons plus loin.

Le tendon commun, très-fort, long de 5 centimètres, dessine une forte saillie sous la peau (son écart maximum dans la flexion est de 3 centimètres). Il émet en dedans une expansion latérale qui adhère au rond pronateur, le contourne et se perd dans l'aponévrose intermusculaire. En se terminant, il s'élargit, s'aplatit et se fixe à une crête de la face interne du radius. La position de cette crête, qui représente la coulisse bicipitale, indique seulement une demi-pronation; la pronation est achevée par la torsion du radius. Une bourse muqueuse sépare le tendon du biceps d'un ligament huméro-radial interne large et épais, qui s'attache sur l'humérus à la lèvre interne de la trochlée, et, sur le radius, immédiatement au-dessous de la tubérosité bicipitale.

Le *scapulo-olécrânien* (longue portion du triceps) est très-vigoureux. Il se fixe à la côte de l'omoplate dans l'étendue d'un centimètre, et, par un fort tendon, continu avec le bourrelet glénoïdien, au col de l'omoplate. Il se termine par un tendon plat très-fort sur les côtés et sur la face profonde duquel viennent se fixer ceux des muscles vaste interne et vaste externe. Le tendon commun s'attache à une rotule allongée, large et épaisse, qu'un ligament très-court réunit à un olécrâne à peine saillant. Cette rotule glisse dans la gouttière que présente en arrière l'extrémité inférieure de l'humérus, gouttière bien délimitée et assez profonde qui permet à peine les mouvements de latéralité. Il résulte de là que, pendant la

flexion de l'extension de l'avant-bras, l'olécrâne se meut toujours dans le même plan. Mais il n'en est pas de même du radius; la facette articulaire que lui offre l'humérus étant inclinée en dedans, il en résulte que le radius, en passant de l'extension à la flexion et réciproquement, tourne sur son axe d'environ un quart de cercle, et comme le cubitus ne le suit pas dans ce mouvement, il y a une légère rotation du radius sur le cubitus, rotation qui justifie la présence de facettes articulaires et d'une synoviale. Nous avons insisté précédemment (*Bullet. de la Soc. phil.* et journ. *l'Institut*, 1863) sur un fait de ce genre que l'on observe chez les Oiseaux. Mais, chez ces derniers, le cubitus, entraîné par le radius, est obligé de tourner sur son axe, tandis que, chez la Roussette, il n'obéit pas au mouvement du radius. Cette indépendance du cubitus chez la Chauve-Souris semble au premier abord difficile à expliquer, lorsqu'on voit la diaphyse de cet os représentée par un stylet qui s'applique au radius dans toute sa longueur. La flexibilité du stylet et une certaine laxité du ligament interosseux donnent l'explication cherchée.

Le *premier radial externe* est un muscle assez fort. Il s'insère bien moins à l'épicondyle qu'à la lèvre antérieure de la trochlée, dans une rainure située au-dessus de la partie de cette poulie qui est destinée au radius. Il va se fixer à la partie interne de la base du deuxième métacarpien, à un centimètre de l'articulation, et donne une expansion au premier métacarpien.

Le *deuxième radial externe* est très-fort et très-épais. Il s'attache à l'humérus dans les mêmes points que le muscle précédent qui le recouvre. Il va se fixer à la partie interne de la base du troisième métacarpien sur une largeur d'un centimètre. Son tendon envoie par son bord interne une petite expansion à celui du muscle précédent, et, par son bord externe, une autre expansion sur les ligaments de l'articulation. Ce tendon contient dans son épaisseur, au niveau du carpe, un fibro-cartilage.

L'ensemble de ces deux muscles dessine une forte saillie au bord radial de l'avant-bras. Leur gouttière radiale est séparée par un gros tubercule de celle du *grand abducteur du pouce*. Ce dernier muscle s'attache au tiers supérieur de

l'espace interosseux. Il se dirige obliquement, croise le tiers moyen du radius, et se place enfin sur son bord libre. Il passe dans une coulisse spéciale sur l'extrémité de cet os, puis s'incline, s'engage dans une coulisse presque transversale creusée sur le bord radial du scaphoïde, coulisse dans laquelle son tendon est muni d'un os sésamoïde très-fort, et enfin va se terminer sur la pointe interne de l'apophyse palmaire du grand os. Le sésamoïde est uni par des expansions fibreuses aux ligaments dorsaux du carpe. Il n'est uni au premier métacarpien que par une expansion fibreuse très-faible, et son action sur cet os est presque nulle.

Le *cubital postérieur* vient de l'olécrâne et de l'épicondyle, mais pourtant ne se rattache à cette dernière saillie que par une aponévrose. Son corps charnu très-grêle, long de cinq centimètres, se termine par un tendon qui s'attache au côté libre et un peu à la face dorsale du cinquième métacarpien, à 2 centimètres de sa base. Ce tendon, en atteignant l'extrémité carpienne de l'avant-bras, se réfléchit dans un petit canal creusé dans la petite masse cartilagineuse qui représente ici la petite tête du cubitus.

Extenseurs superficiels. — L'extenseur commun du troisième, du quatrième et du cinquième doigt adhère complétement au court supinateur de la surface duquel il semble se détacher. Il se divise en trois chefs. Le plus profond, moins longtemps charnu que les deux autres, va s'attacher à la base de la deuxième phalange du troisième doigt ; il arrive très-obliquement sur le métacarpien, dont il ne couvre la face dorsale qu'au delà de sa moitié ; son tendon contient deux petites rotules, l'une au niveau de l'articulation métacarpo-phalangienne, l'autre au niveau de l'articulation de la première phalange avec la seconde. Les deux chefs superficiels restent charnus jusqu'au milieu de l'avant-bras ; le plus externe constitue l'extenseur latéral du cinquième doigt, nous le décrirons tout à l'heure; le plus interne va s'insérer sur la base de la deuxième phalange du quatrième doigt ; il est un peu moins oblique au métacarpien, dont il suit d'abord le côté cubital; il contient aussi deux rotules ; il envoie une expansion qui va s'unir au tendon du muscle suivant, et qui doit être considérée comme le tendon de l'extenseur superficiel du cinquième doigt.

Les tendons des deux muscles que nous venons de décrire passent sous un crochet cartilagineux émané du cartilage qui représente la petite tête du cubitus. Ce crochet forme en partie un canal complété par un ligament qui relie sa pointe au radius.

Extenseurs profonds ou latéraux. — Celui du cinquième doigt se détache, ainsi que nous venons de le dire, de la masse de l'extenseur commun. Il traverse la masse fibro-cartilagineuse qui représente la petite tête du cubitus dans un canal particulier situé immédiatement en dedans de celui où passe le tendon du cubital antérieur; il se porte ensuite vers le cinquième métacarpien, mais ne se place à la face dorsale de cet os que dans le cinquième terminal de celui-ci; il reçoit alors du muscle précédent l'expansion dont nous avons parlé, et leurs fibres réunies forment un seul tendon qui va se terminer sur la base de la deuxième phalange; ce tendon contient deux rotules.

Celui du deuxième doigt s'attache, dans les deux tiers inférieurs de l'avant-bras, au bord cubital du radius, au-dessous de l'abducteur; ses fibres charnues atteignent le carpe, quoique le tendon se dessine dès le milieu de l'avant-bras. Le deuxième doigt n'a pas d'autre muscle extenseur.

Celui du pouce (*extenseur propre du pouce*) est très-fort; il s'attache, dans le tiers supérieur de l'avant-bras, au cubitus, à l'olécrâne et à la capsule articulaire. Il est en partie recouvert par le cubital postérieur et par l'extenseur commun, et il recouvre l'abducteur. Il se termine par un tendon large et plat sur la base de la première phalange du pouce.

Nous terminons la description des muscles du membre thoracique par celle des longs fléchisseurs des divers segments de la main.

Le *grand palmaire* se détache de la partie inférieure du muscle rond pronateur sous la forme d'une lame aponévrotique contenant à peine quelques fibres charnues; cette lame figure un tendon plat qui s'applique à la face palmaire du radius creusé en une gouttière peu profonde, atteint le carpe et va se fixer au côté radial de la base du deuxième métacarpien sur un tubercule particulier. Le crochet du scaphoïde lui fournit une gouttière spéciale sur laquelle il glisse et se réfléchit.

Le *cubital antérieur* s'insère par deux origines séparées : 1° au tubercule interne de l'épitrochlée ; 2° à la plus grande partie du tiers supérieur du cubitus. Le corps charnu, assez court, mais épais, fait bientôt place à un long tendon qui se porte au milieu de l'apophyse palmaire du grand os, se réfléchit sur le bord de cette apophyse dont il est séparé par une synoviale, et se fixe à sa face profonde en un point d'où part un ligament tendineux qui se rend sur la base du quatrième métacarpien, et, par une faible division, sur celle du cinquième.

Le *petit palmaire* (fléchisseur des premières phalanges) naît de l'aponévrose d'origine du grand palmaire, et, en outre, du bord inférieur et même de la face postérieure de l'épitrochlée. Court, mais épais, il produit un tendon assez fort, quoique moins large que celui du grand palmaire ; tendon qui, au niveau de l'extrémité inférieure du radius, s'engage sous une bride fibreuse attachée au sommet du crochet du scaphoïde, et va se terminer dans l'enveloppe fibreuse de l'articulation métacarpo-phalangienne du pouce.

Ce tendon, près de la base du premier métacarpien, émet par son bord cubital un tendon arrondi et élastique, lequel s'élargit d'abord sous la forme d'une lame étroite, reliée par une expansion au côté radial de la base du second métacarpien ; cette lame, diminuant ensuite de largeur, s'avance obliquement le long du deuxième métacarpien, croise le doigt au niveau de l'articulation métacarpo-phalangienne, se place à son côté cubital, et va se terminer sur la base de la deuxième phalange.

Il y a enfin un *fléchisseur commun du pouce, de l'index et du médius*. Ce muscle naît de la face postérieure de l'épitrochlée, et un peu de la base de l'olécrâne par un premier faisceau ; puis, par un second faisceau, des trois quarts moyens du stylet qui représente la diaphyse du cubitus dans une sorte de sillon limité par une petite lamelle. Il s'applique ensuite au radius, qui lui présente une surface plane, et se termine dans le quart inférieur de l'avant-bras par un tendon un peu plus fort que celui du petit palmaire, mais moins fort que celui du grand palmaire. Il passe, très-près du bord libre du radius, dans une gouttière où il est retenu par une bride, émet par sa face profonde un frein qui se rend sur

la face palmaire du scaphoïde à la base de son crochet, et se divise en deux tendons, un pour le pouce, l'autre pour l'index et le médius. Le tendon du pouce, qui est très-fort, se rend directement sur la base de la deuxième phalange. Le second tendon peut être déjà distingué à la partie inférieure de l'avant-bras, où il est recouvert par le précédent. D'abord unique, il se subdivise un peu au delà du carpe. Le tendon du deuxième doigt, entièrement fibreux, gagne directement la base de la phalange onguéale.

Le tendon du médius, d'abord filiforme, se transforme en un fuseau charnu qui redevient tendineux vers le milieu du troisième métacarpien, et qui se rend à la base de la deuxième phalange, laquelle est ici terminale. La première phalange subit une torsion, de telle sorte que la face dorsale devient externe; il en résulte que le tendon fléchit la deuxième phalange en l'inclinant vers le bord cubital de l'avant-bras.

Le tendon commun, un peu avant sa bifurcation, émet un très-petit faisceau élastique qui va se terminer sur la limite du sixième supérieur du cinquième métacarpien.

Les muscles qui fléchissent le quatrième et le cinquième doigt ont été décrits en parlant des interosseux.

Passons au membre abdominal.

Deux faits caractérisent le bassin de la Roussette, l'absence de symphyse pubienne et la soudure des ischions avec le sommet du coccyx. Il y a entre les deux pubis un écart de 1 centimètre. Entre les éminences iléo-pectinées, qui sont renversées en dehors, il y a 2 centimètres. Sur les cinq vertèbres sacro-coccygiennes, les trois premières s'articulent avec l'iléon. Celui-ci représente un prisme triangulaire épais, à peu près parallèle à l'axe du corps. La cavité cotyloïde présente une échancrure sous-pubienne très-large, sur laquelle le bourrelet cotyloïdien passe comme un pont. Le ligament rond de la tête du fémur, au lieu de s'insérer dans l'intérieur de la cavité cotyloïde, passe sous ce pont et se fixe en dehors de la cavité.

Le fémur, muni de trois trochanters, n'offre aucune courbure. Son abduction et sa rotation en dehors peuvent être poussées au plus haut degré, ce qui est en rapport avec ce fait que le pied peut présenter toute sa plante en avant, le pouce étant en dehors, c'est-à-dire affecter la position d'une

main en supination. Cependant, contrairement à ce qu'on pourrait en conclure, il n'y a aucune rotation du tibia sur le fémur, et, en rapport avec cette absence de rotation, on constate que les ligaments croisés sont à peine tordus, que les fibro-cartilages semi-lunaires n'existent pas, et enfin que la tubérosité interne du tibia est munie d'un rebord osseux. Le péroné, au contraire, tourne sur le tibia par sa partie inférieure, et comme pour favoriser ce mouvement, son tiers supérieur est remplacé par un ligament. Dans ce mouvement, le péroné entraîne le pied qui tourne sur le tibia par le moyen de l'astragale ; aussi le tibia offre-t-il une facette concave, qui reçoit une facette convexe de l'astragale. Cette facette remplace presque toute la poulie astragalienne.

Le calcanéum s'articule avec le péroné ; son apophyse postérieure, longue de 5 millimètres, est mince et étroite ; la face dorsale du tarse n'a que 5 millimètres de long, tandis que les os métatarsiens ont de 12 à 13 millimètres. En mesurant exactement la longueur des os métartasiens et des phalanges, on trouve que le second doigt du pied est le plus long ; mais, par suite de la position affectée par chacun de ces os, les extrémités des doigts arrivent toutes assez sensiblement sur une même ligne.

Le *grand oblique de l'abdomen* s'attache aux neuf dernières côtes. Il n'a pas d'insertion charnue sur l'iléon, auquel il n'est rattaché que par l'aponévrose.

Le *pyramidal* est très-allongé ; il se fixe au pubis dans les mêmes points que le grand droit de l'abdomen et s'avance jusqu'à 1 centimètre de l'appendice xyphoïde, auquel il est relié par un filet tendineux.

Nous avons parlé des muscles psoas.

L'*iliaque interne* est un faisceau vigoureux qui s'attache à toutes les parties de l'iléon qui représente la fosse iliaque interne. Il s'unit au grand psoas et va se fixer au petit trochanter.

En dehors de l'iliaque, on trouve un faisceau bien distinct et très-épais, qui s'attache largement à l'épine iliaque antérieure et supérieure, et qui va se terminer sur la ligne âpre dans la longueur de plus de 1 centimètre au dessous du petit trochanter, immédiatement en dedans du vaste interne.

L'attache supérieure de ce muscle est celle d'un *couturier*, mais son attache inférieure semble devoir le faire considérer comme une partie de l'iliaque interne. Il y a là une question difficile à résoudre. Je ferai observer, d'autre part, qu'en admettant avec Gratiolet que la fosse iliaque interne répond à la fosse sous-épineuse, le muscle iliaque au sous-épineux, et le petit trochanter à la tubérosité externe de l'humérus, le faisceau musculaire dont nous parlons se trouverait être le représentant du petit rond.

Le *moyen fessier*, le *petit fessier* et le *pyramidal* sont à peu près confondus. Leur terminaison commune coiffe le *grand trochanter*. On distingue les fibres du pyramidal par leur insertion sur les apophyses transverses du sacrum au-dessus de l'échancrure sciatique. Les vertèbres coccygiennes ne donnent insertion à aucune fibre de ce muscle, qui d'ailleurs est tout entier situé hors du bassin.

Le *grand fessier* se compose d'un grand faisceau qui s'attache à toute la longueur de la région sacro-coccygienne, et d'un petit faisceau (fémoro-coccygien) qui s'attache à l'extrémité du coccyx.

Le grand fessier va s'insérer sur la moitié supérieure de la ligne âpre.

Le tenseur du fascialata n'est pas distinct du peaucier.

L'*obturateur interne* manque d'une manière absolue. Un petit faisceau charnu représentant les jumeaux se détache de la tubérosité de l'ischion et va se fixer au fond de la cavité digitale du grand trochanter.

L'*obturateur externe* couvre toute la fosse sous-pubienne, mais il ne s'attache qu'à sa moitié supérieure et interne. Il adhère fortement à la capsule articulaire, qui offre en ce point un épaississement de consistance fibro-cartilagineuse. Il s'insère d'ailleurs sur le bord postérieur du grand trochanter et sur l'espace qui le sépare du petit trochanter.

Le *carré de la cuisse*, ou pectiné ischiatique, s'attache à la convexité de l'ischion, derrière la symphyse, dans l'espace de 5 millimètres. C'est un long triangle charnu qui s'enroule autour du fémur et s'attache au quart supérieur de la ligne âpre. Comme d'habitude, le nerf sciatique le sépare des muscles fessiers.

Il y a deux muscles *pectinés pubiens*. Le premier, ou pro-

fond (A), s'attache au corps du pubis entre le droit interne et l'obturateur externe. C'est un faisceau plat qui coiffe le petit trochanter et va se fixer au quart supérieur de la ligne âpre. Le second, ou superficiel (B), s'attache à l'éminence iléo-pectinée, immédiatement en dedans et au-dessous du droit interne; d'abord séparé du précédent par un espace triangulaire, il le croise ensuite en le recouvrant, et va se fixer au delà de lui sur le quart suivant de la ligne âpre.

Il y a deux *pectinés symphysaires*. Le premier, ou profond (C), s'attache à la branche de l'ischion et va se fixer sur la ligne âpre dans le même espace que le faisceau A. Il recouvre immédiatement l'obturateur externe. Le second, ou superficiel (D), naît de la branche du pubis et de celle de l'ischion immédiatement au-dessous du droit interne et du faisceau A. Il va se fixer à la ligne âpre dans le même espace que le faisceau B.

Le *grand abducteur* n'existe pas. Ce fait prend pour nous quelque importance, parce que, d'après notre manière de voir, il n'existe pas non plus chez les Oiseaux.

Le *demi-membraneux* semble être représenté par un faisceau charnu qui s'insère à l'ischion dans le même espace que le pectiné symphysaire profond, en le recouvrant, et qui va s'attacher par un tendon mince et plat, qui passe entre les deux muscles jumeaux, à la face interosseuse du tibia, dans une longueur de 5 millimètres, sur la moitié supérieure d'une ligne rugueuse, dont la moitié inférieure est destinée au droit interne.

Au-dessous et en arrière du demi-membraneux, au sommet de l'ischion, se fixe un faisceau d'une largeur médiocre et un peu fusiforme qui bientôt s'unit au muscle suivant. Nous le considérons comme un *demi-tendineux*.

Le *droit interne* figure un long triangle charnu dont la base s'attache à tout le corps du pubis. Ce muscle et le précédent convergent l'un vers l'autre, s'unissent vers le milieu de la jambe, et produisent un tendon commun que les fibres du droit interne accompagnent plus loin en se fixant sur un bord supérieur. Ce tendon s'épanouit verticalement, passe entre les muscles jumeaux, et va se fixer à la face interosseuse du tibia dans une longueur de 5 millimètres sur la

moitié inférieure de la ligne rugueuse où s'attache le demi-membraneux.

L'insertion du demi-membraneux, du demi-tendineux et du droit interne à la face interosseuse du tibia est un fait excessivement remarquable, en ce sens que l'on voit ici se produire dans le membre abdominal ce qui se passe au membre thoracique pour le tendon du biceps.

Quant au *couturier*, si l'on refuse de le reconnaître dans le muscle que nous avons décrit avec l'iliaque interne, il faut admettre ou qu'il n'existe pas ou qu'il n'est pas distinct du peaucier.

Le *biceps fémoral* nous parait manquer ici. Son absence est d'ailleurs justifiée par celle de l'extrémité supérieure du péroné.

Le *triceps fémoral* n'a qu'une force médiocre dans son enveloppe. Le faisceau le plus fort est le droit antérieur, qui n'est pas rejeté sur le côté. Il s'insère au bourrelet cotyloïdien par un tendon qui contourne ce bourrelet d'avant en arrière, et par des fibres charnues, au-dessus de ce bourrelet, à une épine iliaque antérieure et inférieure médiocrement développée.

Le *vaste interne* et le *vaste externe* sont réunis en une masse qui enveloppe le fémur dans les trois quarts de sa longueur, à partir du grand trochanter.

Le tendon commun, presque libre dans le quart inférieur de la cuisse, où quelques fibres charnues seulement l'accompagnent à sa face profonde, n'offre, pour représenter la rotule, qu'un faible épaississement; le reste du tendon, formant un ligament rotulien très-court, va se fixer au tibia, sans intermédiaire de bourse synoviale, sur une tubérosité tibiale antérieure olécrâniforme dont la saillie dessine le genou.

Il n'y a pas de *muscles capsulaires*.

Le muscle *poplité* fait entièrement défaut.

Les muscles interosseux du pied méritent de fixer particulièrement notre attention.

Ceux de l'éminence thénar se composent : 1° d'un *abducteur* qui s'attache au scaphoïde, au premier cunéiforme, et un peu à la gaîne du jambier antérieur. Il se rend au sésamoïde interne et au côté interne de la base de la première

phalange du pouce; 2° d'un court fléchisseur qui s'attache à la base du premier métatarsien et se rend au sésamoïde externe et au côté externe de la première phalange; 3° d'un abducteur qui vient de la base du premier et du deuxième métatarsien et, en outre, d'une ligne fibreuse parallèle au deuxième métatarsien; il se fixe par des fibres charnues au côté externe de la première phalange du pouce.

Ceux de l'éminence hypothénar se composent : 1° d'un muscle qui va du calcanéum à la base du cinquième métacarpien; 2° d'un autre muscle qui se détache du stylet cartilagineux de la membrane interfémorale et qui se réunit au précédent; 3° d'un faisceau qui se rend de la base du cinquième métatarsien au sésamoïde externe et à la base de la première phalange; 4° d'un faisceau qui vient de la face plantaire du cuboïde et s'unit au précédent; l'ensemble de ces quatre faisceaux répond à l'abducteur; 5° d'un muscle qui vient de la base du cinquième et du quatrième métatarsien et qui se rend au sésamoïde interne et à la première phalange; c'est un court fléchisseur ; 6° d'un *abducteur* qui naît de la base du deuxième métatarsien et d'une ligne fibreuse parallèle à cet os qui lui est commune avec l'abducteur du pouce. Il va se terminer sur le sésamoïde interne avec le précédent.

Il y a d'ailleurs deux interosseux pour le quatrième doigt, deux pour le troisième, deux pour le second. Ils sont tous plantaires et se fixent sur l'articulation tarso-métatarsienne. Leurs terminaisons sont charnues. Ceux du quatrième doigt sont équivalents; pour le deuxième et le troisième doigt, l'externe est plus faible que l'interne. L'interosseux interne du deuxième doigt reçoit à peine quelques fibres du premier métatarsien.

Nous terminerons par les muscles longs du pied.

Le muscle *jambier antérieur* est un faisceau charnu très-fort, placé profondément et attaché aux quatre cinquièmes supérieurs de la face dorsale du tibia. Il se fixe tout entier à une forte pointe interne et plantaire de la base du premier métatarsien, n'envoyant au premier cunéiforme qu'une expansion à peine perceptible. Son tendon est maintenu par un onglet du bord libre du tibia. Il ne contient pas de sésamoïde.

Ce muscle est recouvert par l'*extenseur commun des orteils*,

qui est tout à fait superficiel et s'attache seulement aux tubérosités antérieure et externe du tibia. Il se dirige obliquement en *dedans*, passe dans une gouttière de la face antérieure du tibia, immédiatement en dehors du jambier antérieur, puis se refléchit un peu en dehors, ou mieux, devient direct. Le tendon, très-grêle, s'élargit en atteignant le troisième métatarsien, s'épanouit, et se divise en quatre tendons grêles destinés aux quatre doigts proprement dits. Chacun de ces tendons atteint le doigt auquel il est destiné sur son côté interne et se place ensuite sur la face dorsale. Le tendon commun, en passant sur le tarse, au lieu d'être tendu suivant l'habitude et de soulever la peau, est comme enfoui entre les éléments du pédieux.

Il n'existe pas de *long extenseur du pouce.*

Extenseurs latéraux. — Le *pédieux* est énorme. Il est très-rejeté en dedans, en sorte qu'il rayonne à partir d'un point situé au côté interne du pied. Les digitations du quatrième et du troisième doigt se terminent assez vite par des tendons. Celles du deuxième et du pouce restent charnues jusqu'à leur insertion. Ces insertions se font à toute la largeur de la face dorsale de la première phalange. L'extenseur latéral du cinquième doigt est le court *péronier latéral*, qui naît de la face dorsale du péroné, ainsi que du ligament qui représente la partie supérieure de cet os. Il se termine par un tendon qui va se fixer au côté externe de la base de la première phalange du cinquième doigt. Ce tendon passe sur la face dorsale de l'extrémité inférieure du péroné, dans une gouttière, et ensuite dans une seconde gouttière que lui offre le calcanéum. Ce muscle en recouvre un autre qui en est comme la partie inférieure et dont le tendon, après avoir passé dans la même gouttière du péroné, contourne celui du premier muscle, le recouvre et va se fixer en s'étalant sur la base du cinquième métatarsien, après avoir envoyé une expansion à celle du quatrième.

Le *long péronier latéral* naît du bord externe de l'extenseur commun et de la tubérosité externe du tibia ; au milieu de la jambe, il cesse d'être charnu et se termine par un tendon de volume médiocre qui se place à la partie externe de la face antérieure du péroné en dehors du court péronier, se réfléchit sur une petite facette de la face externe du calca-

néum (à ce niveau, il contient dans son épaisseur un fibro-cartilage), se réfléchit de nouveau sur le cuboïde, se porte obliquement sur la base du deuxième métatarsien, auquel il s'attache largement, et envoie une petite expansion à la base du premier métatarsien.

Gastrocnémiens.— Il n'y a ni soléaire, ni plantaire grêle. Il y a deux muscles jumeaux d'un volume médiocre. L'externe s'attache par un tendon très-grêle, muni d'un sésamoïde au bout postérieur du condyle externe du fémur, adhère à la capsule articulaire, devient ensuite plus charnu que l'interne et va plus loin sur le tendon. L'interne, d'abord tout charnu, s'insère largement sur le bord postérieur du condyle interne. Il contient un sésamoïde beaucoup plus fort. Le tendon d'Achille, placé très en dehors de la jambe et assez écarté, libre de fibres charnues vers la moitié de la jambe, va se fixer au sommet du calcanéum, sans intermédiaire de bourse synoviale. Avant d'atteindre le calcanéum, à 3 millimètres de cet os, le tendon adhère à l'aide du périchondre au stylet cartilagineux de la membrane interfémorale. Le cartilage lui-même est en contact avec le tendon par une petite facette lisse humectée de synovie.

Le *jambier postérieur* s'attache à la moitié inférieure du tibia et de l'espace interosseux, il passe derrière la malléole en dehors du fléchisseur tibial des doigts, dans une gaîne séparée qui se continue sur le tarse. Derrière la malléole, ce tendon contient un os sésamoïde. Il se fixe à une saillie plantaire du scaphoïde et envoie une expansion sur la base du troisième métatarsien.

Fléchisseurs profonds des doigts. — 1° Le *péronéal* s'attache au ligament qui représente la partie supérieure du péroné. Il fait une forte saillie au côté externe de la jambe. Il est charnu jusqu'au tarse. Son gros tendon se place au fond de la gouttière calcanienne, où il est retenu par un long et fort anneau calcanéo-cuboïdien. Il fournit seul le tendon du cinquième doigt et concourt à former tous les autres. Au premier abord, on pourrait croire qu'il ne donne rien au pouce, mais, en réalité, il lui envoie quelques fibres. En agissant, il rapproche tous les doigts. 2° Le *tibial* s'attache, d'une part, à toute la face postérieure du condyle interne du fémur par une tête réunie au jumeau interne (ce fait établit une rela-

tion avec les Oiseaux), et d'autre part à la moitié supérieure de la face postérieure du tibia ainsi qu'au ligament interosseux. Son tendon, large et fort, se place dans une gouttière à la face postérieure du tibia; il est maintenu contre le tarse par une forte gaîne venant du calcanéum, du ligament calcanéo-scaphoïdien et enfin du ligament latéral interne tibio-scaphoïdien. Il donne à tous les doigts, moins le cinquième, fournit presque tout le tendon du pouce, mais donne moins que le muscle précédent au quatrième doigt.

Les tendons sont maintenus contre la première phalange par une forte gaîne dont la surface est striée transversalement ; un petit anneau les maintient contre la base de la deuxième phalange, puis ils s'écartent brusquement pour atteindre la base fortement saillante de la phalange terminale. Ils sont maintenus par un frein élastique attaché au milieu de la deuxième phalange.

Les *lombricaux* sont très-forts, et leur ensemble est compliqué. Il y en a un pour le pouce, un pour le cinquième doigt, et deux pour chacun des trois autres doigts. Celui du pouce naît du tendon du pouce et va se porter au côté externe de la base de la première phalange. Ceux du second doigt naissent, l'interne du tendon du pouce et de celui du second doigt, l'externe du tendon du second doigt seulement. Ceux du troisième doigt naissent, l'interne de la masse commune et du tendon du troisième doigt, l'externe du tendon du troisième doigt seulement. Ceux du quatrième doigt naissent, l'interne de la masse commune et du tendon du quatrième doigt, l'externe de ce tendon, de la masse commune et du tendon du cinquième doigt. Celui du cinquième doigt vient du côté interne du tendon de ce doigt ; il se porte au côté interne de la base de la première phalange.

Il existe une *chair carrée*, formée d'un petit faisceau plat qui s'attache et s'enroule sur la face externe du calcanéum et se termine sur la face *superficielle* de l'un et de l'autre des tendons communs, dans le point d'où émanent les lombricaux du troisième et du quatrième doigt.

Le fléchisseur superficiel des doigts est constitué par un petit corps charnu qui naît du côté interne de l'apophyse calcanéenne et un peu du tendon d'Achille et qui se divise en quatre chefs donnant chacun un tendon grêle qui se rend

à la deuxième phalange d'un doigt. Aucun élément n'est fourni à ce muscle par des fibres insérées sur les tendons des fléchisseurs profonds. Les tendons perforés se divisent avant d'avoir atteint l'anneau fibreux, qu'ils traversent au niveau des articulations métacarpo-phalangiennes. La réunion de leurs deux parties a lieu vers le milieu de la première phalange, et leur insertion se fait sur la base même de la deuxième phalange.

Muscles de la mâchoire inférieure. — Le *temporal* est très-fort. On peut le diviser en deux faisceaux. L'un de ces faisceaux occupe les deux tiers postérieurs de la fosse temporale. Ses fibres viennent s'insérer sur la pointe et sur le bord supérieur de l'apophyse coronoïde, ainsi que sur la face interne de la branche montante. L'autre faisceau remplit le tiers antérieur de la fosse temporale; il s'attache en outre à l'aponévrose temporale par sa partie postérieure qui recouvre la moitié du faisceau précédent; il s'attache au bord antérieur de l'apophyse coronoïde.

Le *masséter*, qui est aussi très-fort, se compose de deux faisceaux. Le superficiel, que l'on peut avec facilité diviser en deux couches, se compose de fibres obliques d'avant en arrière qui se fixent d'une part sur les deux tiers antérieurs du bord inférieur de l'arcade zygomatique, et d'autre part sur l'angle et le bord inférieur du maxillaire. Le faisceau superficiel s'attache à la face profonde de l'arcade zygomatique; ses fibres, presque verticales, se fixent à la branche montante et un peu à la branche horizontale du maxillaire.

Le *ptérygoïdien interne* est très-fort, mais il s'attache uniquement à la branche horizontale de la mâchoire, la branche montante étant occupée par le temporal. Le ptérygoïdien externe est normal.

Le digastrique s'attache au tiers postérieur du maxillaire inférieur. Il vient de l'apophyse jugulaire.

La description des différents faisceaux du peaucier présente un grand intérêt, par suite de leurs relations avec l'appareil du vol.

Il y a un grand faisceau dorsal qui s'étend du genou à l'épaule. Il se fixe en partie au fémur sur une ligne oblique placée un peu au-dessus du condyle interne, à la tubérosité interne du tibia et à l'aponévrose. Il se dirige vers la hanche

en s'étalant; ses fibres les plus internes courent le long de la ligne médio-dorsale, où elles ne sont séparées que par un très-petit intervalle de celles du côté opposé avec lesquelles elles n'ont aucun entre-croisement; elles se terminent dans un plan fibreux qui recouvre l'épaule. Les fibres les plus externes s'étalent en éventail et vont se perdre sous l'aisselle. Le plan de ces fibres est continué dans l'épaisseur de la membrane du flanc par une série de fibres parallèles dont les premières sont encore charnues, et les autres simplement élastiques.

Il y a un grand faisceau ventral dont la disposition rappelle beaucoup celle du grand oblique. Il s'attache à l'épine du pubis par un tendon comparable au pilier interne de l'anneau. Les fibres du muscle s'étalent en éventail et vont se terminer en partie sur l'aponévrose qui recouvre le grand pectoral, en partie sur l'aponévrose de l'aisselle.

La membrane latérale contient dans sa partie moyenne un petit faisceau charnu qui se continue avec un gros faisceau élastique de cette membrane. Il va se terminer dans l'aisselle sur la face profonde du faisceau coracoïdien du biceps, et, par son intermédiaire, sur le sommet de l'apophyse coracoïde. Ce faisceau rappelle celui qui, chez les Oiseaux, se porte dans la peau du flanc, et imprime des mouvements aux plumes, que l'on désigne sous le nom de parures; mais il en diffère en ce qu'il va joindre le biceps, au lieu que le muscle que l'on voit chez les Oiseaux va s'unir au grand pectoral.

La membrane antérieure de l'aile contient dans l'épaisseur de son bord libre un tendon élastique très-vigoureux qui se termine sur la tête du premier métacarpien. Elle contient, en outre, dans toute sa largeur, un vaste éventail de fibres en partie élastiques. Ce tendon et ces fibres se rattachent à un système charnu assez compliqué.

Ce système comprend :

1° Un faisceau qui vient de la partie moyenne du sternum, se dirige obliquement vers l'épaule et va tout entier se terminer dans le tendon;

2° Un gros et large faisceau qui se continue avec celui du côté opposé, en passant d'un côté à l'autre du cou, sans entre-croisement. Toutes ses fibres viennent encore se terminer

sur le tendon. Les plus antérieures sont plus espacées et forment une couche plus mince;

3° Un faisceau qui vient de la tête, où il se fixe sur la ligne interpariétale en avant de l'occiput. Il se termine tout entier sur le tendon ;

4° Un faisceau qui vient de la lèvre inférieure et de la commissure des lèvres.

Ses fibres les plus internes vont encore sur le tendon. Les fibres externes se perdent dans l'éventail fibreux ; elles recouvrent le faisceau précédent, d'où il résulte que ce dernier faisceau perfore celui que nous décrivons en ce moment.

Les muscles de l'oreille se composent :

1° De deux petits faisceaux étroits (3 millimètres de large) qui viennent de la ligne interpariétale, et se portent transversalement sur la moitié postérieure du pavillon de l'oreille, puis d'un petit faisceau placé immédiatement en arrière et qui va se terminer sur la base de l'antitragus ;

2° D'un large faisceau triangulaire qui recouvre les précédents. Il répond au muscle occipital par ses fibres les plus internes dirigées d'arrière en avant; ses fibres les plus externes vont se fixer sur un cartilage placé en dedans et en avant de la conque, à laquelle il est relié par des ligaments;

3° De deux muscles auriculaires antérieurs, l'un qui va rejoindre le sourcil, l'autre qui se rattache au grand zygomatique.

4° D'un petit faisceau triangulaire formé de petites anses et situé au-dessous du tragus : c'est le muscle du tragus (le tragus et l'antitragus sont très-petits, mais néanmoins encore distincts);

5° Enfin d'un faisceau charnu très-grêle, qui part du conduit auditif entre ces deux petites éminences, et qui va se perdre sur le grand pectoral.

L'œil est entouré d'un muscle *orbiculaire* dont les fibres passent d'une paupière à l'autre sans entre-croisement ni raphé.

Au-dessus et en avant de l'orbite on distingue un petit muscle sourciller.

Plus en dedans est un faisceau charnu dont les fibres postérieures marchent le long de la ligne médiane, tandis que les plus antérieures s'entre-croisent sur cette ligne médiane

avec celles du côté opposé. Ces fibres réunies se portent en avant et en bas, et s'écartent en éventail pour atteindre la lèvre inférieure; quelques-unes vont à l'aile du nez. Il s'y joint en arrière d'autres fibres qui viennent du maxillaire au-dessous de l'angle antérieur de l'œil. Cet ensemble représente le releveur commun de l'aile du nez et de la lèvre supérieure, ainsi que le releveur propre de la lèvre inférieure.

Ce muscle en recouvre un autre dont les fibres sont dirigées d'avant en arrière, qui se fixe sur le nasal et le maxillaire et se rend d'ailleurs à la lèvre; il correspond au canin.

Un petit faisceau grêle, qui vient de l'orbiculaire et de l'arcade zygomatique immédiatement en arrière de l'œil, peut représenter un *petit zygomatique*.

Un ensemble qui correspond au grand zygomatique et au risorius se compose : 1° d'un faisceau qui naît de l'aponévrose superficielle en avant de la base de l'oreille, à laquelle il fournit un des muscles auriculaires antérieurs; il atteint la lèvre supérieure immédiatement au-dessus de la commissure : c'est le grand zygomatique; le petit zygomatique vient s'unir à son bord supérieur; 2° d'un faisceau qui naît sous l'oreille et se porte directement à la commissure des lèvres; 3° d'un faisceau qui vient de la nuque sur la ligne médiane, contourne l'oreille et se termine dans la lèvre inférieure avec le faisceau de l'aile dont nous avons déjà parlé.

L'*orbiculaire* est plus développé à la lèvre supérieure qu'à la lèvre inférieure.

On peut distinguer un *triangulaire* formé de fibres de l'orbiculaire supérieur, qui se portent au-dessous de la commissure et s'étalent en éventail. Une partie de ces fibres, se portant d'un côté de la mâchoire au côté opposé, figure un muscle symphysaire.

Les détails que nous avons exposés dans ce travail montrent des particularités singulières qui semblent justifier l'opinion des zoologistes, qui regardent les Cheiroptères comme formant un ordre distinct parmi les Mammifères monodelphes.

Sur les effets de l'injection d'albumine dans le système veineux des Mammifères, par M. Vulpian.

Les comptes rendus de la Société de biologie (*Note sur une réaction pouvant contribuer à l'étude de l'albumine*, 1857, p. 185) contiennent un résumé des recherches que j'avais faites sur les différences que présente l'albumine du sang dans un certain nombre d'espèces animales. J'avais aussi, à l'exemple de Magendie et d'autres auteurs, essayé d'établir que l'albumine de l'œuf des Gallinacés diffère notablement de l'albumine du sang des Mammifères. La réaction dont j'avais fait usage consiste à traiter d'abord une solution aqueuse d'albumine ou du sérum sanguin étendu d'eau par l'acide azotique, puis à ajouter environ une partie d'alcool à deux parties du liquide ainsi traité, et enfin à faire chauffer jusqu'à ébullition. Le précipité d'albumine d'œuf ne se dissout pas par l'ébullition dans ces conditions, tandis que le précipité du sérum du sang du Lapin, ou celui même du sang de cet animal, se dissout complétement lorsqu'on fait bouillir le liquide dans un tube-éprouvette. Je laisse de côté les résultats variés obtenus chez les divers animaux autres que le Lapin et chez l'Homme lui-même; mais il était nécessaire de rappeler ce qui concerne l'albumine d'œuf et les matières albuminoïdes du sang du Lapin pour pouvoir exposer les faits que je veux communiquer à la Société philomathique.

Dans les cours que j'ai faits au Muséum d'histoire naturelle en 1865 et en 1866, j'ai été amené à répéter les expériences de M. Cl. Bernard sur l'élimination par les reins de l'albumine d'œuf injectée dans les veines. On sait que lorsqu'on injecte quelques grammes d'une solution aqueuse d'albumine d'œuf filtrée avec soin dans une veine jugulaire chez un Lapin, l'urine, au bout de peu de temps, après un quart d'heure ou une demi-heure, contient une quantité reconnaissable et souvent assez considérable d'albumine, que l'acide azotique ou l'ébullition décèle facilement. M. Cl. Bernard a même montré que les injections du sérum san-

guin de Lapin faites sur un Lapin peuvent aussi déterminer une albuminurie passagère. On n'obtient pas toujours ce dernier résultat; mais, quant au premier, il est constant, et il n'a jamais fait défaut par conséquent dans les expériences que j'ai effectuées.

Mais il s'agissait de savoir si c'est bien l'albumine injectée qui est éliminée par les reins. M. Cl. Bernard le suppose, mais il ne le démontre pas, et un expérimentateur de mérite, M. Pavy, est très-disposé à croire qu'il n'en est rien, et que l'albumine qui passe dans l'urine est de l'albumine du sang du Lapin et non l'albumine d'œuf qui a été injectée. Il se fonde par analogie sur ce qu'il a observé à la suite des injections de lait dans les veines, injections qui détermineraient le passage dans l'urine d'albumine du sang, et non de caséine, comme cela devrait être si l'opinion de M. Claude Bernard était exacte, et si, comme il le suppose, l'albumine d'œuf était éliminée à titre de substance étrangère.

Les recherches que je rappelais au début de cette communication m'avaient fourni un moyen de savoir si l'albumine éliminée dans ces expériences était bien, oui ou non, de l'albumine d'œuf. J'ai fait plusieurs fois l'expérience, je l'ai montrée dans mes cours, et elle ne peut laisser aucun doute dans l'esprit. C'est bien de l'albumine d'œuf qui est éliminée par l'urine lorsqu'on injecte une solution de cette albumine dans une des veines jugulaires. Voici en quelques mots comment je m'en suis assuré. On injecte dans la veine jugulaire (droite ou gauche) d'un Lapin dix à quinze grammes d'eau tenant en dissolution de l'albumine d'œuf (un dixième d'albumine environ). On a recueilli préalablement de l'urine et l'on a constaté par l'acide azotique qu'elle ne contient pas accidentellement de l'albumine ordinaire (il y a toujours dans l'état normal une matière albuminoïde que peut précipiter l'alcool à 90°). Vingt minutes ou une demi-heure après l'injection, on recueille de nouveau de l'urine et on y verse quelques gouttes d'acide azotique : il y a un précipité assez abondant d'albumine. On ajoute à peu près une partie d'alcool à 36° pour deux parties de l'urine déjà traitée par l'acide azotique, puis on chauffe avec une lampe à alcool le tube-éprouvette où l'on a fait les opérations précédentes. Le

précipité d'albumine diminue un peu, mais une grande partie de l'albumine reste coagulée.

Pour contrôler ce résultat et s'assurer de sa signification, on fait une incision à l'oreille du Lapin et l'on fait couler quelques gouttes de sang dans un autre tube où l'on a mis de l'urine recueillie avant l'expérience. On fait subir à ce liquide ainsi mêlé de sang la même série d'épreuves : on le traite d'abord par l'acide azotique qui détermine un abondant précipité ; on ajoute de l'alcool et déjà à froid il y a une diminution du trouble de l'urine. — On chauffe jusqu'à ébullition, et le précipité disparaît complétement : l'urine devient tout à fait transparente. Lorsque le liquide se refroidit, le précipité reparaît pour se dissoudre de nouveau si l'on chauffe ; mais c'est là un détail qui n'offre point d'intérêt au point de vue de la question qui nous occupe. Ces deux essais comparatifs nous autorisent à dire qu'il y a une différence complète entre l'albumine qui a passé dans l'urine sous l'influence de l'injection d'albumine d'œuf dans le système veineux et les matières albuminoïdes du sang du Lapin injecté.

Peut-être cependant cette conclusion ne paraîtra-t-elle pas rigoureuse, et je dois avouer qu'une objection entre autres n'aurait pas été sans valeur. Est-on sûr que l'albumine passant par les reins chez un Lapin rendu albuminurique par un autre procédé que celui de l'injection, par des lésions des centres nerveux, par exemple, ou par un trouble de la circulation rénale sous l'influence de la ligature d'une veine rénale, se comporterait comme le sang ou le sérum de sang obtenu par une plaie et mêlé à de l'urine dans un tube. La réponse à cette objection nous a été fournie par les expériences dont nous rendons compte en ce moment, et je vais citer un des faits les plus nets. Sur un des Lapins opérés, et chez lequel on recueillait de l'urine de demi-heure en demi-heure, on vit, dès la seconde fois, que l'urine avait une teinte rosée extrêmement légère. L'examen microscopique fit reconnaître immédiatement que cette teinte était due à des globules rouges du sang. Cette teinte n'augmenta pas et parut même s'affaiblir progressivement. Le lendemain, l'urine ne contenait plus de globules sanguins, mais l'addition d'acide azotique démontrait l'existence d'une petite quantité

d'albumine, et cette albumine, précipitée d'abord par l'acide azotique, traitée ensuite par l'alcool et la chaleur, se dissolvait complétement. Ainsi, chez ce Lapin, il y avait eu d'abord passage d'albumine d'œuf, puis irritation et congestion des reins, hématurie très-légère, puis enfin simple albuminurie (passage de l'albumine de l'animal dans son urine), et l'albumine alors se comportait exactement comme le sérum ou le sang ajouté à l'urine dans nos expériences.

Nos conclusions semblent donc légitimes.

Mais il s'agit là d'un cas particulier, et si l'albumine d'œuf est éliminée à titre de substance étrangère, n'en est-il pas de même des autres matières azotées solubles qu'on injecte dans le sang? La caséine, par exemple, comme le dit M. Pavy, provoque-t-elle une simple albuminurie?

J'ai injecté du lait dans une des veines jugulaires chez des Lapins et l'urine recueillie contenait manifestement de la caséine, car l'addition de quelques gouttes d'acide lactique ou de vinaigre y déterminaient un trouble qui augmentait peu à peu, tandis que rien de semblable ne se produisait dans de l'urine contenant du sérum de sang de Lapin. Je suis loin de prétendre du reste que, dans des expériences de ce genre, on ne puisse pas trouver de l'albumine ordinaire dans l'urine. L'élimination de la caséine par les reins s'accompagne en effet sans doute d'un état plus ou moins marqué de souffrance de ces organes, comme dans le cas dont il s'agit de l'albumine d'œuf; et de même que dans ce dernier cas, il peut y avoir albuminurie en même temps que caséinurie. Il me paraît probable que ce sont des faits de cette sorte que M. Pavy aura eu sous les yeux.

Et la gélatine ? Est-elle expulsée en nature ? ou bien provoque-t-elle une albuminurie vraie, lorsqu'elle est injectée dans les veines? Et s'il en est ainsi, que devient-elle? Se modifie-t-elle dans l'économie, ou est-elle éliminée en même temps que l'albumine dont elle provoquerait l'expulsion? Nos expériences ne nous permettent point de répondre d'une façon satisfaisante à ces questions. En effet, pour retrouver la gélatine en très-faible quantité dans l'urine de Lapin, deux moyens surtout se présentaient : ou bien faire évaporer l'urine et voir si elle se prendrait en gelée; ou bien chercher à précipiter toutes les matières albuminoïdes et agir ensuite sur

l'urine au moyen du tannin. Or, ni l'un ni l'autre de ces moyens ne pouvait nous donner un résultat décisif; car, d'une part, l'urine de Lapin, dans l'état le plus normal, peut se prendre en gelée par le refroidissement et l'évapotion, et, d'autre part, l'ébullition, même après addition de quelques gouttes d'acide azotique, laisse en dissolution dans l'urine normale des matières albuminoïdes que le tannin précipite. C'est donc uniquement par analogie que nous présumons que la gélatine injectée dans les veines s'échappe par les urines en nature, au moins partiellement.

Et, en résumé, il ressort de ces expériences que les substances organiques azotées et solubles, introduites dans les voies circulatoires par injection dans les veines, tendent, en général, à sortir de l'économie par les voies urinaires. — C'est un des nombreux exemples par lesquels se manifeste la tendance à la restauration chez les animaux : il s'agit là d'une substance étrangère qui altère la composition des humeurs et détermine un trouble nutritif plus ou moins profond, et cette substance, si elle n'est pas modifiée à temps, est chassée par la voie la plus ordinaire d'élimination, c'est-à-dire par les reins.

On ne saurait méconnaître que ces expériences ont une certaine importance au point de vue de la théorie de l'albuminurie. Elles montrent, en effet, qu'il suffit d'une modification particulière du sang dans les voies circulatoires pour que l'albumine devienne un corps étranger et soit éliminée par les reins. C'est ainsi qu'il faut interpréter les cas dans lesquels le sérum d'un Lapin injecté dans les veines de ce Lapin détermine une albuminurie passagère. Il faut bien le comprendre : le sérum, tel qu'il se sépare du sang par le phénomène de la coagulation, est un liquide tout à fait différent du plasma, entièrement étranger à l'économie; et, s'il est vrai que, par une modification plus ou moins facile, il puisse de nouveau être assimilé lorsqu'il est injecté dans les veines, il n'est pas moins vrai que, dans quelques cas, il peut rester ce qu'il est en réalité, une substance étrangère, et, à ce titre, être éliminé de l'économie par les reins. D'autre part, que l'on suppose des conditions morbides telles que, dans le corps des animaux, sans injection quelconque, une partie du plasma se modifie et se constitue aussi à l'état de

substance étrangère, elle pourra être également éliminée. Je n'ai pas besoin d'ajouter que c'est là une vue qui n'a que l'analogie pour point de départ, et que, d'ailleurs, elle ne s'applique en rien au plus grand nombre des faits d'albuminurie, et, en particulier, à l'albuminurie produite par des lésions rénales.

Sur le rétablissement des fonctions des nerfs pneumogastriques après la section de ces nerfs, par M. Vulpian.

Nos expériences sur la réunion des nerfs nous ont mis, dès le début de nos recherches, en présence de la question du rétablissement des fonctions dans les nerfs coupés et réunis. Nous avons eu l'occasion de dire déjà quels sont les résultats que l'on obtient lorsqu'on agit sur les nerfs des membres : mais nous avions été frappé des nombreux insuccès de nos opérations sur les nerfs pneumogastriques, et d'autant plus que d'autres physiologistes avaient obtenu des résultats très-différents. Ainsi Haighton avait vu un Chien survivre à la section des deux nerfs pneumogastriques, ces deux nerfs ayant été coupés à six semaines de distance. Deux Chats sur lesquels Prévost avait coupé les nerfs pneumogastriques, en laissant un intervalle de quatre mois entre les deux sections, avaient survécu également à l'opération. Dans nos expériences faites sur des Chiens, nous n'avions pas encore en 1864 vu un seul cas de guérison définitive; mais nous avions observé une survie d'un mois, dans des cas où les deux opérations avaient été pratiquées à plusieurs mois d'intervalle.

Depuis lors, nous avons été plus heureux et nous avons constaté, comme nos prédécesseurs, que les Chiens peuvent survivre à la section des deux nerfs vagues, à condition qu'on laisse s'écouler un temps suffisant entre les deux sections. Voici deux faits qui donnent à cet égard une démonstration décisive:

Exp. I. Le 5 octobre 1865, sur un Chien adulte, on coupe le nerf pneumogastrique du côté droit vers le milieu de la région cervicale, et l'on réunit les deux segments bout à bout à l'aide d'un point de suture.

Le 15 mars 1866, on fait la même opération du côté gauche.

Vomissements pendant une quinzaine de jours. L'animal est tout à fait guéri un mois après l'opération.

Dans les premiers jours de juillet 1866, ce Chien est montré aux auditeurs du cours de physiologie comparée. La pupille gauche est notablement plus étroite que la droite, et l'oreille gauche a une température plus élevée que celle du côté opposé.

Le 7 novembre 1866, la pupille de l'œil gauche est encore beaucoup plus étroite que celle de l'œil droit. L'œil gauche est moins saillant que le droit : les vaisseaux, soit au-dessus de la cornée transparente, soit dans la conjonctive palpébrale, sont évidemment plus dilatés à gauche qu'à droite. L'oreille gauche est plus chaude que la droite. La voix a repris à peu près son timbre naturel.

On coupe alors coup sur coup les deux nerfs pneumogastriques au milieu de la région du cou, sans réunir les bouts par des points de suture. Du côté gauche, pendant l'opération, la carotide est intéressée, et il y a une forte hémorrhagie.

Après l'opération les deux pupilles sont aussi étroites l'une que l'autre; les membranes nyctitantes font saillie au-devan des globes oculaires. Les deux oreilles sont chaudes, et le son également.

Le 14 novembre, le Chien vit encore, un peu amaigri, mais toujours très-vif. Il vomit cependant chaque jour. Les deux pupilles sont resserrées et égales; les membranes nyctitantes s'avancent également au-devant des yeux, qui sont un peu larmoyants; la sclérotique, un peu en arrière de la circonférence de la cornée, présente des deux côtés une congestion sombre.

L'animal meurt le 7 décembre 1866, ayant survécu trente jours à la section des deux nerfs pneumogastriques faite le même jour (la survie dans les circonstances ordinaires est en moyenne

de trois à cinq jours). Il n'a pas cessé de vomir, mais il a continué à manger presque jusqu'au dernier jour.

On trouve une pneumonie double; les petites bronches sont remplies de pus.

Il y a un commencement de réunion du bout central au bout périphérique du nerf vague des deux côtés, par un tractus de 3 à 5 millimètres de long, et d'un tiers au moins plus grêle que l'un ou l'autre des bouts nerveux. Ce tractus contient un grand nombre de fibres nerveuses de nouvelle formation.

On aperçoit très-bien des deux côtés l'ancienne réunion indiquée par un renflement.

Les deux bouts périphériques sont examinés au microscope.

A gauche, les fibres nerveuses ne contiennent pas de substance médullaire; après l'emploi de la soude, on n'aperçoit que de rares et fines granulations graisseuses disséminées.

A droite, les fibres nerveuses sont remplies de fines granulations graisseuses très-nombreuses, formant ainsi une sorte de poussière disposée en trainées longitudinales et parallèles.

Exp. II. Le 4 octobre 1865, on coupe sur un Chien adulte le nerf pneumogastrique du côté droit vers le milieu de la région cervicale, et l'on réunit les deux bouts par un point de suture. Guérison rapide et sans accident.

Le 27 janvier 1866, on coupe le nerf vague du côté gauche au même niveau, et l'on réunit également les deux bouts à l'aide d'un point de suture.

Ce Chien vomit chaque jour pendant plus de trois semaines; puis les vomissements disparaissent tout à fait. La guérison est complète au bout d'un mois.

Le 7 novembre 1866, on examine ce Chien. Sa voix paraît naturelle. La pupille gauche est beaucoup plus étroite que celle du côté droit, et l'oreille gauche est plus chaude que celle du côté droit. Il semble même, au toucher, que l'extrémité digitale du membre antérieur gauche est plus élevée que celle du membre antérieur droit. La température est la même dans les deux membres postérieurs. De plus, on constate que les vaisseaux du globe oculaire, vus sur la sclérotique à la partie supérieure de la cornée, sont plus dilatés à droite qu'à gauche.

Après cet examen, on coupe de nouveau le nerf vague du côté droit, au milieu de la région cervicale.

Le 14 novembre, ce Chien vit encore; il mange, mais il vomit chaque jour, et il a notablement maigri. Il n'y a pas de différence appréciable entre les deux oreilles sous le rapport de la température; elles paraissent chaudes toutes deux et d'une façon égale.

La pupille de l'œil droit est plus étroite que celle de l'œil gauche : celle-ci semble plus large qu'elle ne l'était le 7 novembre.

S'il y a une différence de température entre les deux membres antérieurs, le membre droit serait plus chaud que le membre gauche.

Le Chien continue à vomir chaque jour, et il meurt dans la nuit du 25 au 26 novembre, ayant survécu dix-huit jours à la dernière opération.

On trouve bien, du côté gauche, un renflement indiquant le lieu de la réunion des deux bouts du nerf vague coupé le 27 janvier 1866; mais, du côté droit, on ne reconnaît aucune trace de l'ancienne section faite le 4 octobre 1865; il est probable que l'opération plus récente a porté sur le point déjà coupé. Les deux bouts résultant de cette dernière section sont un peu écartés l'un de l'autre, mais ils sont reliés dans cet intervalle par un mince cordon d'aspect fibreux, plus grêle que l'un ou l'autre bout. Le bout périphérique examiné au microscope est très-altéré : gouttelettes graisseuses assez fines se réunissant çà et là sous forme de corps granuleux. Le cordon du sympathique uni à ce bout est tout à fait sain.

L'œsophage est dilaté et sa membrane muqueuse est teinte par la bile dans la moitié inférieure de sa longueur. L'estomac contient une assez grande quantité de bile brunâtre. Foie et reins congestionnés. Congestion œdémateuse de plusieurs points du poumon droit. Rien dans le poumon gauche.

Ces deux faits ne sont pas entièrement semblables dans toutes leurs circonstances; mais ils parlent tous deux cependant dans le même sens, et prouvent bien que le nerf pneumogastrique peut recouvrer ses fonctions après avoir subi une section transversale complète, lorsque les deux bouts du nerf se sont réunis et que la régénération du bout périphérique a eu lieu. Cette dernière condition n'est pas suffisante.

Il faut bien encore certainement que la coaptation des deux bouts du nerf se soit faite d'une façon assez exacte; et c'est probablement parce que l'on n'obtient pas souvent ce dernier résultat que nous avons fait un assez grand nombre d'expériences sans observer un seul cas de survie à la suite de la section successive, et à long intervalle, des deux nerfs vagues chez le Chien. Il est à noter du reste que le rétablissement de la fonction est toujours chose longue et difficile dans les nerfs coupés, quels qu'ils soient. Pour n'en citer qu'un autre exemple, nous dirons que nous avons conservé des Chiens pendant six mois et plus après la section des deux nerfs hypoglosses faite le même jour, et que, malgré un si long espace de temps après l'opération, les animaux qui avaient perdu la faculté de laper et de lécher ne l'avaient pas encore recouvrée. A peine pouvaient-ils exécuter des mouvements extrêmement légers de propulsion de la langue. Et cependant, deux ou trois mois après la section d'un nerf hypoglosse, lorsque la réunion a eu lieu et a été suivie de la restauration du bout périphérique, les excitants expérimentaux appliqués directement sur le bout central déterminent des contractions très-nettes de langue. Ce sont là d'ailleur des points de physiologie sur lesquels nous avons déjà appelé l'attention à propos de nos recherches sur la réunion des nerfs de fonctions différentes.

Nous ferons remarquer, en terminant, la longue survie que nous avons observée dans le premier cas, après la section coup sur coup des deux nerfs vagues, résultat qui diffère beaucoup de celui qu'avait constaté Haighton. Ayant coupé les deux nerfs pneumogastriques le même jour, dix-neuf mois après avoir coupé le second pneumogastrique chez un Chien, il vit la mort survenir le deuxième jour. Dans notre première expérience, la survie a été de trente jours. Il faut attendre de nouveaux faits pour savoir lequel des deux résultats, de celui de Haighton ou du nôtre, est exceptionnel dans ces conditions.

Séance du 10 août 1867.

PRÉSIDENCE DE M. PUEL.

M. Alix expose le résultat de ses recherches sur l'anatomie des Mammifères monotrèmes.

M. Vulpian fait une communication sur la composition du sang qui sort du foie et des reins.

M. Puel met sous les yeux de la Société des produits industriels désignés sous le nom de *diamants français*, par M. Druel.

M. Godard exécute devant la Société plusieurs expériences à l'aide du télégraphe dont il est l'inventeur,

---

Sur l'appareil locomoteur de l'Ornithorynque et de l'Échidné, par M. Alix.

M Edouard Verreaux, à qui je ne saurais trop manifester ma reconnaissance pour la générosité avec laquelle il remet entre mes mains les objets les plus précieux, a bien voulu me confier le corps d'un Ornithorynque et celui d'un Echidné. J'exposerai dans cette communication les résultats de mes observations sur la myologie de ces animaux que j'ai pu étudier d'une manière assez complète, à l'exception du muscle peaucier, qui a dû être sacrifié pour conserver la peau.

Quoique les muscles de l'Ornithorynque et ceux de l'Echidné puissent être ramenés à un type commun, ils offrent néanmoins des différences assez notables pour fixer l'attention des anatomistes. Celles que l'on trouve dans les muscles de la colonne vertébrale pourraient déjà être prévues par un examen comparatif de cette partie du squelette.

La colonne vertébrale de l'Ornithorynque et celle de l'Echidné se ressemblent principalement (outre les caractères

communs à tous les Mammifères) par la forme des masses latérales qui sont creusées d'un large canal, et dont l'élément costal, très-développé, se rapproche beaucoup des apophyses costiformes de la région cervicale des Oiseaux et de certains Reptiles: et ensuite par l'excessive réduction des apophyses transverses de la région dorsale, l'élément de ces apophyses transverses qui, chez les autres Mammifères, s'articule avec la côte, n'étant représenté ici que par un petit tubercule assez difficile à reconnaître, et séparé par un grand intervalle de la côte, à laquelle il n'est relié que par un ligament.

Un examen plus détaillé fait apparaître de nombreuses différences. C'est ainsi que, chez l'Ornithorynque, le corps de l'atlas présente à sa face ventrale deux fortes apophyses (ou une apophyse largement bifurquée en forme de V renversé), tandis qu'il n'y a chez l'Echidné que deux petits tubercules à peine saillants. Chacune des autres vertèbres cervicales, ainsi que les quatre premières dorsales, offrent sur leur face ventrale une apophyse médiane qui manque chez l'Echidné. De semblables apophyses se montrent sur les vertèbres caudales de l'Ornithorynque, tandis que chez l'Echidné on trouve près du bord antérieur de ces vertèbres deux petits osselets. Il y a chez l'Ornithorynque sept vertèbres cervicales, dix-sept dorsales, deux lombaires et vingt-trois sacro-coccygiennes; chez l'Echidné, sept cervicales, seize dorsales, trois lombaires et seize sacro-coccygiennes. On a affirmé qu'il y a chez l'Echidné trois vertèbres sacrées, et deux seulement chez l'Ornithorynque; cette assertion nous paraît inexacte, et nous pensons qu'il y a chez l'Ornithorynque trois vertèbres sacrées comme chez l'Echidné. Le motif de l'assertion que nous combattons repose sur ce fait que, chez l'Echidné, les apophyses transverses des trois vertèbres sacrées s'articulent dans toute leur largeur avec l'iléon, tandis que, chez l'Ornithorynque, la troisième sacrée tantôt ne touche en aucune manière à l'iléon, tantôt n'entre en contact avec lui que par l'angle antérieur de son apophyse transverse. Mais si l'on considère que cette apophyse transverse s'applique exactement à celle qui la précède par tout son bord antérieur, et que d'autre part la vertèbre n'offre pas d'apophyse ventrale, on sera naturellement conduit à considérer cette vertèbre comme une vertèbre sacrée, d'autant

plus qu'elle n'est pas mobile sur la deuxième sacrée, tandis que la première caudale est nettement séparée d'elle et manifestement mobile. Chez l'Echidné, les apophyses transverses des vertèbres caudales décroissent régulièrement d'avant en arrière. Chez l'Ornithorynque, elles sont plus longues et plus larges, et vont en croissant jusqu'à la septième; à l'exception des trois premières, elles sont imbibées d'une matière huileuse, et de plus elles sont munies à leur extrémité d'un tubercule arrondi qui devient de plus en plus terminal et qui ne sert à aucune insertion musculaire, ne donnant attache qu'à une trame fibreuse pénétrée de substance grasse, qui élargit considérablement la queue dont la colonne vertébrale ne fait en réalité que le tiers.

Les apophyses transverses lombaires sont nulles chez l'Ornithorynque et rudimentaires chez l'Echidné.

Chez l'Ornithorynque, la côte cervicale de l'axis s'articule avec celle de la troisième cervicale par une facette elliptique située vers la moitié de sa longueur.

Les aphophyses épineuses des deuxième, troisième et quatrièmes cervicales font une forte saillie chez l'Ornithorynque; la saillie de l'axis est seule appréciable chez l'Echidné. Les apophyses épineuses de toutes les vertèbres sont inclinées en arrière chez l'Echidné; dans l'Ornithorynque, celles de la région cervicale et celles des seize premières dorsales sont inclinées en arrière ; puis celles de la dernière dorsale et des deux lombaires sont inclinées en avant; celles des trois sacrées sont inclinées en arrière, les trois suivantes en avant, celles de toutes les autres coccygiennes en arrière.

Ajoutons à ce qui précède que le thorax de l'Ornithorynque est comprimé de haut en bas, tandis que celui de l'Echidné l'est d'un côté à l'autre. Les deux dernières côtes ne s'articulent qu'avec une seule vertèbre chez l'Ornithorynque; elles s'articulent avec deux vertèbres chez l'Echidné. Le segment sternal de la première côte n'est pas toujours cartilagineux ; il est osseux comme aux autres côtes sternales sur un squelette d'Ornithorynque que j'ai sous les yeux. Chez l'Echidné, ce segment est ossifié.

Ajoutons encore que dans la région dorsale de l'Ornithorynque les troncs nerveux ne sortent point par un trou de conjugaison placé dans l'intervalle de deux vertèbres, mais

par un trou creusé dans la racine de la lame épineuse, et que, chez l'Échidné, ce fait existe non-seulement pour la région dorsale, mais encore pour la région lombaire.

Il est encore nécessaire, avant de passer à la description des muscles, de dire quelques mots des lignes d'insertion qui correspondent aux lignes courbes de l'occipital.

Chez l'Ornithorynque l'arcade zygomatique a deux racines: l'inférieure se détache horizontalement du temporal, la supérieure est une lame étroite qui va s'appuyer comme un arc-boutant sur la suture occipito-temporale. Chez l'Echidné cette seconde racine est une lame osseuse, beaucoup plus large, qui occupe plus de la moitié de l'arcade zygomatique et qui s'appuie à l'occipital, au temporal et à la grande aile du sphénoïde. Cette racine supérieure de l'arcade zygomatique n'est autre chose qu'une portion ossifiée de l'aponévrose temporale, ossification exceptionnelle chez les Mammifères, où l'on n'en connaît encore qu'un seul exemple, celui qui a été signalé par M. Alphonse Milne-Edwards, chez le curieux Rongeur qu'il a désigné sous le nom de *Lophiomys Imhausii*. Chez l'Ornithorynque, la racine supérieure de l'arcade zygomatique se continue avec deux lignes limitant un espace elliptique; l'une de ces lignes suit le bord supérieur de l'occipital; l'autre, dont la convexité regarde en bas, est située sur la face postérieure de cet os. L'ensemble de ces deux lignes et de l'espace qui les sépare correspond à la ligne courbe inférieure de l'occipital. Chez l'Echidné tout cet ensemble n'est représenté que par une seule ligne rugueuse. Quant à la ligne d'insertion qui correspond à la ligne courbe supérieure, elle est, dans les deux espèces, rejetée sur le pariétal, qu'elle divise obliquement en deux parties. Nous verrons que cette dernière ligne donne attache au trapèze et au rhomboïde, mais que les insertions des muscles de la colonne vertébrale se font sur l'autre ligne et sur la racine supérieure de l'arcade zygomatique. Il y a, par conséquent, chez les Ornithodelphes une ligne courbe occipitale correspondant à la ligne courbe inférieure, et une *ligne courbe pariétale* correspondant à la ligne courbe supérieure.

Dans le système des muscles courts, nous trouvons d'abord le *petit droit postérieur de la tête*. Ce muscle est très-large et très-fort chez l'Echidné. Il s'attache à toute la ligne courbe

occipitale et à l'espace qui est au-dessous de cette ligne, dans la largeur de 1 centimètre au moins. Il adhère à la capsule articulaire. Il s'insère d'autre part sur l'épine de l'atlas, sur toute l'étendue d'une gouttière dont l'arc de l'atlas est creusé dans sa moitié extérieure, et enfin sur la base du condyle. Il en est de même chez l'Ornithorynque, si ce n'est que le muscle est un peu moins fort et n'adhère pas à la capsule articulaire.

On doit remarquer chez ces animaux la puissance des ligaments qui unissent l'atlas à l'occipital. La capsule offre une certaine laxité en même temps qu'une grande résistance. Elle est fortifiée de chaque côté par un ligament oblique très-vigoureux, qui glisse sur le condyle occipital dans les mouvements de la tête Ce ligament se fixe d'une part sur le bord du condyle de l'atlas, d'autre part sur l'occipital au-dessous du petit droit. Il est beaucoup plus fort chez l'Echidné, où son insertion occipitale atteint la ligne médiane.

Le *grand droit postérieur*, chez l'Echidné, figure un cordon plat, très-allongé en raison de la grande distance qui sépare l'occipital de l'apophyse épineuse de l'axis. Il est moins large que le petit droit. qui le dépasse latéralement de 1 centimètre. Son insertion à l'occipital se fait sur la moitié interne seulement de la ligne courbe. Son insertion axoïdienne se fait à tout le bord convexe de l'apophyse épineuse et sur la face latérale de cette apophyse dans une hauteur de 5 millimètres.

Chez l'Ornithorynque, ce muscle est un peu moins fort. Son insertion occipitale est séparée de celle du petit droit par toute la surface de l'espace elliptique; elle se fait sur toute la longueur de la ligne courbe. En arrière il se fixe non-seulement à l'apophyse épineuse de l'axis, mais à celles des troisième et quatrième cervicales. Ces apophyses, quoique dirigées en arrière, offrent pour cette insertion un petit tubercule recourbé en avant.

Dans le reste de la région cervicale, on voit de petits muscles interépineux, allant d'une vertèbre à la suivante. On ne voit pas de faisceaux partant de l'apophyse épineuse de l'axis et allant à distance se fixer sur les vertèbres cervicales postérieures.

A la région dorsale, il existe de petits muscles courts interépineux. Il en est de même à la région lombaire.

A la région caudale, ils sont plus distincts et plus forts chez l'Ornithorynque, où l'on voit nettement des faisceaux qui se portent les uns d'une apophyse épineuse à l'apophyse épineuse suivante, les autres d'une apophyse épineuse à l'apophyse articulaire antérieure de la vertèbre suivante.

Parmi les muscles courts intertransversaires de la région cervicale, nous trouvons d'abord le *petit droit latéral*. Ce muscle, chez l'Ornithorynque, s'attache au bord et à la face antérieure de l'apophyse transverse, contourne le condyle et va se fixer sur l'occipital immédiatement en arrière du tympan. Chez l'Echidné le muscle est beaucoup plus fort.

Outre ce muscle, on voit dans les deux espèces un faisceau charnu qui s'attache de la même manière à l'apophyse transverse de l'axis, et qui va se fixer auprès de lui sur l'occipital, en le recouvrant en partie chez l'Echidné.

Il y a d'ailleurs un muscle intertransversaire assez fort entre l'atlas et l'axis, et la série se continue dans toute la région cervicale.

De plus, chez l'Ornithorynque, un faisceau, qui vient de l'apophyse inférieure de l'atlas, se rend sur les apophyses transverses des quatre premières cervicales.

Il n'y a pas d'intertransversaires à la région dorsale. Mais à la région lombaire et pour les trois dernières dorsales, on trouve de petits faisceaux qui vont d'une apophyse articulaire antérieure à une autre en sautant une vertèbre.

A la région caudale, les intertransversaires sont bien manifestes chez l'Ornithorynque.

La série des intercostaux est représentée à la région cervicale par des faisceaux qui vont d'une apophyse costale à une autre ; ils forment un *scalène antérieur* qui n'arrive pas jusqu'à la première côte. A la région dorsale, ce sont les intercostaux proprement dits qui se composent d'une couche externe inclinée vers le sternum et d'une couche interne inclinée vers le rachis. Ces deux couches existent dans toute l'étendue de l'espace intercostal.

A la région lombaire, les intercostaux sont représentés par le petit oblique et le carré des lombes.

Chez l'Echidné, le *petit oblique* s'attache à la crête iliaque

et aux six dernières côtes. Il en est de même chez l'Ornithorynque.

Le *carré des lombes* se compose chez l'Echidné d'un faisceau plat, qui va de la crête iliaque à la dernière côte, et d'un autre faisceau, qui s'attache, d'une part, à la crête iliaque et, d'autre part, aux vertèbres lombaires. Les insertions lombaires de ce faisceau se font sur les apophyses transverses et sur les pointes postérieures des tubercules qui surmontent les apophyses articulaires antérieures. Il en est de même chez l'Ornithorynque, si ce n'est que, les apophyses transverses manquant, les insertions se font sur le corps même des vertèbres.

Muscles courts obliques.—Parmi les muscles transversaires épineux, le *petit oblique de la tête* n'existe pas. Il n'y a pas, en effet, de faisceau musculaire allant de l'apophyse transverse de l'atlas à l'apophyse épineuse de l'occipital, et recouvrant le grand droit postérieur.

Le *grand oblique de la tête*, chez l'Echidné, s'insère largegement sur l'apophyse épineuse de l'axis dans tout l'espace qui est au-dessus du grand droit. Son insertion atloïdienne se fait sur toute la face postérieure de l'apophyse transverse et même un peu sur l'arc supérieur de la vertèbre.

Chez l'Ornithorynque, l'insertion atloïdienne se fait de la même manière ; mais il y a trois insertions épineuses : une à l'axis, une à la troisième et une à la quatrième cervicale.

Il y a chez l'Ornithorynque une série de faisceaux *transversaires épineux* qui se continue sans interruption depuis la sixième caudale jusqu'à la sixième cervicale. Ils s'insèrent par des tendons sur les tubercules qui surmontent les apophyses articulaires antérieures. Celui de la première sacrée est fortifié par un faisceau charnu qui vient de l'angle interne de la crête iliaque. Ils se fixent, d'autre part, aux apophyses épineuses.

Chez l'Echidné, cette série ne commence que sur la première vertèbre sacrée.

Les muscles costo-transversaires sont représentés à la région cervicale, chez l'Échidné par le *scalène postérieur*, formé de faisceaux tous situés au-dessus du plexus brachial, qui se détachent des sommets des apophyses transverses des quatre

dernières cervicales et s'unissent en un faisceau qui se fixe sur la première côte immédiatement au-dessus du grand dentelé.

Chez l'Ornithorynque, ces faisceaux se suivent à partir de l'atlas.

A la région dorsale, on trouve chez l'Échidné des muscles *surcostaux* très-développés, ce qu'on ne pourrait pas prévoir à l'aspect du squelette, à cause de l'excessive réduction de l'apophyse transverse. Ils se fixent sur chaque côte à tout l'espace qui est en dedans de l'angle de la côte. Ceux des quatre premières ont toutes leurs fibres dirigées d'avant en arrière et leur insertion vertébrale se fait d'abord sur l'apophyse transverse de la septième cervicale, puis (pour les trois premières dorsales) sur le petit tubercule qui représente l'élément moyen de l'apophyse transverse. Les fibres de ces quatre muscles tirent les côtes en avant. Quant aux autres, leurs fibres arrivent sur la côte, les unes d'avant en arrière, les autres directement, et d'autres encore d'arrière en avant. Ces dernières viennent de l'apophyse articulaire antérieure de la vertèbre qui est derrière la côte, les autres de la partie latérale de la vertèbre qui est au-devant.

Ces muscles vigoureux recouvrent des ligaments costo-transversaires très-forts, dirigés d'arrière en avant, qui relient le rudiment d'apophyse transverse au tubercule de la côte qui est au-devant.

Ces descriptions s'appliquent à l'Ornithorynque.

Les muscles surcostaux ne sont représentés ni à la région lombaire, ni à la région caudale.

Nous trouvons chez l'Echidné un muscle sous-costal. C'est le petit *droit antérieur de la tête*. Il s'insère profondément sous la racine de l'apophyse transverse de l'atlas et va se fixer sur la base de l'occipital. Chez l'Ornithorynque, nous n'avons pas pu le distinguer du petit droit latéral.

Si nous étudions les muscles longs directs, nous trouvons que le *long sur-épineux* est excessivement réduit. Il est représenté chez l'Ornithorynque par de petits faisceaux très-grêles qui partent des apophyses épineuses des deux lombaires et de la dernière dorsale, et se rendent sur celles des quatre dernières dorsales en sautant une vertèbre. Ces petits faisceaux adhèrent d'ailleurs au transversaire épineux.

Ils sont un peu plus forts chez l'Echidné, où ils se fixent aux trois lombaires et aux trois dernières dorsales.

Le long sur-transversaire cervical, ou *petit complexus*, s'attache sur la tête à la racine supérieure de l'arcade zygomatique, dont la courbure continue celle de la ligne courbe occipitale. Il se fixe d'autre part sur les lames des quatre dernières cervicales.

Il y a en outre, chez l'Ornithorynque seulement, un petit complexus dorsal qui s'attache d'une part aux tubercules qui surmontent les apophyses articulaires antérieures des cinq premières dorsales, et d'autre part aux apophyses transverses des six dernières cervicales en dedans des tendons du sacro-lombaire.

Le long sur-costal, ou *sacro-lombaire*, est réduit à sa portion thoracique chez l'Ornithorynque, où il se compose : 1° d'une série de faisceaux plats insérés sur les sept premières côtes immédiatement en dehors de l'angle, ainsi que sur une petite pointe osseuse qui marque le sommet de cet angle. Le faisceau de la septième côte forme un plan superficiel dont les autres faisceaux viennent successivement fortifier la face profonde. De cet ensemble il résulte un muscle qui va se terminer, par une série de tendons, sur les apophyses transverses des six dernières cervicales; 2° de fibres placées plus en dehors et allant de la septième côte à la première; 3° enfin de fibres placées encore plus en dehors et allant de la cinquième côte à la deuxième. Tout cet ensemble occupe un large espace.

Chez l'Echidné, le premier faisceau part de la neuvième côte; il est séparé par les insertions du trapèze de quelques petits faisceaux qui courent sur les dernières côtes.

Muscles longs directs de la ligne sternale. — Le *releveur de l'anus* doit être décrit à part. Il se compose de deux faisceaux, l'un qui s'attache sur la ligne médiane aux quatrième cinquième et sixième caudales, l'autre, plus antérieur, qui vient de l'apophyse transverse de la troisième. Ces deux faisceaux forment avec celui du côté opposé une anse qui enveloppe le cloaque. Un petit faisceau médian, qui vient de la symphise pubienne par l'intermédiaire d'un raphé interposé aux fibres des muscles droits internes, se termine à la surface de ce muscle. Meckel a désigné ce releveur sous

le nom de *sphincter cloacæ*. Il diffère certainement du releveur de l'anus habituel, dont les anses enveloppent la face supérieure du rectum.

Le *pubio-coccygien*, chez l'Ornithorynque, s'attache sur la ligne médiane aux trois premières caudales, et à toute la face profonde de l'éminence iléo-pectinée. Chez l'Echidné, c'est à la fois un pubio et un iléo-coccygien ; il s'attache à toute la ligne du détroit supérieur, et aux corps ainsi qu'aux apophyses transverses des cinquième, sixième et septième caudales.

L'ischio-coccygien s'attache, chez l'Ornithorynque, aux apophyses transverses des quatre premières caudales et à tout le bord supérieur de l'ischion. Chez l'Echidné, il s'attache sur la ligne médiane à la neuvième caudale, et, latéralement, aux apophyses transverses depuis la deuxième jusqu'à la neuvième.

Le *grand droit antérieur de l'abdomen* se comporte de la même manière chez l'Ornithorynque et chez l'Echidné. Il se fixe au bord interne de l'os marsupial, et, par son autre extrémité, s'attache à la première côte. Au delà de cette côte il se prolonge jusque sur le préischion par quelques-unes de ses fibres, que l'on pourrait considérer comme représentant le petit pectoral. On peut distinguer deux intersections fibreuses dans la partie abdominale de ce muscle.

Muscles longs obliques. — Le *grand complexus*, chez l'Echidné, s'attache à la moitié externe de la ligne courbe occipitale ; il s'attache d'autre part par des digitations aux lames des cinq dernières vertèbres cervicales. Il en est de même chez l'Ornithorynque.

Le *splénius* se compose de deux lames charnues. La plus profonde s'attache à la ligne courbe occipitale avec le grand complexus qu'elle rencontre ; la plus superficielle s'attache à la racine supérieure de l'arcade zygomatique. Toutes les deux s'insèrent sur un raphé tendineux très-mobile, qui occupe la ligne médio-cervicale.

Le muscle *long du dos* manque dans les deux espèces, comme on pourrait le prévoir par l'absence de l'élément postérieur de l'apophyse transverse.

A la région caudale, nous trouvons chez l'Ornithorynque une série de faisceaux qui naissent de la face supérieure des

apophyses transverses et de la racine des lames épineuses; les premiers de ces faisceaux remplissent la voûte qui résulte de l'articulation de l'ilion avec les apophyses articulaires des vertèbres sacrées. Les terminaisons de ces divers faisceaux se font par deux ordres de tendons qui se fixent, les uns sur les apophyses articulaires antérieures, les autres un peu en dedans de l'extrémité des apophyses transverses; ceux de ces tendons qui vont aux dernières apophyses transverses sont excessivement grêles.

La même disposition se retrouve chez l'Echidné; seulement les muscles sont mieux développés.

Muscles de la série sous-vertébrale. — Chez l'Echidné, le muscle *grand droit antérieur de la tête* s'attache au basilaire occipital immédiatement en arrière et en dedans du tympan. Cette insertion se fait par un tendon de 3 centimètres de longueur qui devient charnu au delà de l'atlas. Ce muscle va se fixer par des digitations externes aux apophyses costales de la 6e et de la 7e cervicale, par des digitations internes sur l'arête médiane des corps des trois premières dorsales.

La partie antéro-postérieure du *long du cou* se compose de faisceaux qui se détachent successivement des corps vertébraux des six premières cervicales, et vont se fixer par des tendons aux apophyses costales des six dernières cervicales. La partie postéro-antérieure du long du cou se détache des corps des trois premières dorsales et envoie des tendons à toutes les vertèbres cervicales jusqu'à l'axis.

Chez l'Ornithorynque, le *grand droit antérieur* s'attache au basilaire occipital immédiatement en avant de l'échancrure, en arrière et en dedans du tympan.

Son long tendon glisse sur le côté interne de la grande apophyse de l'atlas. Le muscle se fixe d'une part sur les pointes antérieures des apophyses costales des cinquième, sixième et septième cervicales, et d'autre part sur les apophyses médianes des deux premières dorsales.

La partie antéro-postérieure du long du cou s'attache à la grande apophyse de l'atlas et aux apophyses médianes, et va sur les pointes antérieures des apophyses costales. La partie postéro-antérieure vient des corps des quatre dernières

dorsales, et envoie des tendons sur les pointes postérieures des 7e, 6e, 5e et 4e cervicales.

A la région lombaire, le *petit psoas* est très-développé. Il s'insère sur les quatre dernières vertèbres dorsales, sur les quatre dernières côtes et sur les vertèbres lombaires.

Le *grand psoas* s'insère latéralement sur les corps des vertèbres lombaires. Bien moins fort que le petit psoas, il s'unit à l'*iliaque interne* et va se fixer avec lui sur le petit trochanter.

A la région caudale, nous trouvons chez l'Ornithorynque et l'Echidné un muscle *sacro-coccygien inférieur* composé de faisceaux obliques qui s'insèrent sous les corps et les apophyses transverses des vertèbres sacrées et coccygiennnes, et qui vont se terminer, par des tendons plats et imbriqués, sur les apophyses médianes chez l'Ornithorynque, sur les vestiges d'os en V chez l'Echidné.

Si nous considérons maintenant les muscles de la couche circulaire profonde, nous trouvons que les muscles *petits dentelés* n'existent pas chez l'Ornithorynque. Chez l'Echidné, il n'y a pas de petit dentelé antérieur. Le *petit dentelé postérieur* est composé de faisceaux qui vont aux quatre dernières côtes.

Le membre thoracique des Ornithodelphes est fort intéressant à étudier dans ses différentes régions, et surtout dans la région de l'épaule. C'est en effet principalement par la disposition des os de l'épaule que l'appareil locomoteur de ces animaux se rapproche de celui des Reptiles et des Oiseaux. Mais il ne faudrait pas croire que l'Ornithorynque et l'Echidné réalisent à ce point de vue un plan uniforme, puisqu'il y a au contraire des différences remarquables.

Chez l'un et l'autre l'omoplate est caractérisée par l'absence de fosse sus-épineuse et par cette circonstance que l'épine acromiale elle-même constitue le bord antérieur de l'os.

Cette omoplate, considérée dans son ensemble, a la forme d'une serpe. Chez l'Ornithorynque, le bord concave, beaucoup plus profondément échancré que chez l'Echidné, coïncide exactement avec le bord postérieur ou costal de l'omoplate et porte les empreintes d'insertion de la longue portion du triceps. Chez l'Echidné, l'échancrure est en partie comblée par une lame osseuse, dont le bord ne répond plus au bord

costal de l'omoplate, et il en résulte que, les saillies auxquelles s'attache la longue portion du triceps étant situées au milieu de la face externe de l'os qu'elles divisent en deux parties à peu près égales, on a pu facilement tomber dans une erreur qui consistait à voir daas ces saillies l'épine de l'omoplate et l'acromion. Le bord spinal est à peu près parallèle à la colonne vertébrale, au-dessus de laquelle il s'élève de près de 2 centimètres, et il correspond aux cinq dernières vertèbres cervicales, toute l'omoplate étant placée au-devant de la région dorsale. Quant au bord antérieur, il se compose nettement chez l'Echidné d'une partie rectiligne, et d'une partie légèrement concave que termine l'acromion.

Chez l'Ornithorynque, la première de ces deux parties est réduite à un angle arrondi muni d'une crête saillante, l'acromion est plus recourbé en avant. La face interne de l'omoplate présente chez l'Echidné, dans son tiers inférieur, une petite crête transversale destinée à l'insertion du muscle omo-hyoïdien. Cette crête n'existe pas chez l'Ornithorynque, lequel en revanche présente près du bord antérieur une crête oblique limitant une fossette qu'il faut bien se garder de prendre pour une fosse sus-épineuse, cette fossette donnant attache, dans toute son étendue, à un faisceau du système de l'angulaire.

Le reste de l'épaule offre moins de différences. Dans les deux espèces, la cavité glénoïde a la forme d'une gouttière légèrement oblique; l'apophyse coracoïde, soudée, il est vrai, à l'omoplate, mais représentant par son volume un véritable os coracoïdien, va par son extrémité s'articuler avec le sternum; elle est elle-même réunie par une suture immobile à un os épicoracoïdien large et plat (celui de droite recouvre par son bord interne celui du côté opposé). Chez l'Echidné, ces deux os sont moins volumineux que chez l'Ornithorynque.

On voit dans les deux espèces un os épisternal en forme de T. Cet os est plus long et plus large chez l'Ornithorynque. Chacune de ses branches est soudée à une clavicule dans toute l'étendue de son bord antérieur, et les deux clavicules se touchent sur la ligne médiane par une surface qui est plus large chez l'Echidné. Les extrémités externes réunies de la branche du T sternal et de la clavicule forment une seule

facette qui s'articule avec l'acromion. Pour cette articulation, l'acromion présente chez l'Ornithorynque une petite facette plane qui regarde en avant et en dedans, et chez l'Echidné un angle rentrant qui s'engrène dans un autre angle rentrant constitué par les surfaces opposées.

La clavicule est immobile sur le sternum, l'os coracoïdien est immobile sur l'omoplate, mais l'omoplate est mobile sur la clavicule ; elle exécute ainsi un mouvement de rotation autour d'un axe vertical, mouvement qui tantôt rapproche et tantôt écarte du tronc son angle postérieur, et qui porte le bras soit en avant, soit en arrière. Dans ce mouvement, l'os coracoïdien glisse sur le sternum, et le croisement des os épicoracoïdiens augmente ou diminue.

L'humérus est caractérisé par une tête allongée comme celle de l'humérus des Oiseaux, par le vaste espace qui sépare les tubérosités dans le lieu qui correspond à la coulisse bicipitale, l'externe se continuant avec la crête pectoro-deltoïdienne, l'interne avec une large lame qui flanque l'humérus du côté opposé, par l'énorme saillie de l'épitrochlée, percée d'ailleurs d'un large trou, enfin par la forme de la facette articulaire à laquelle s'appliquent le radius et le cubitus. Cette facette est ellipsoïde, ce qui permet à l'avant-bras non-seulement d'exécuter le mouvement normal de flexion et d'extension, mais aussi de s'incliner latéralement sur l'humérus. C'est principalement par ce mouvement d'inclinaison latérale que la main est portée en avant ou en arrière, tandis que le mouvement proprement dit de flexion ou d'extension a plutôt pour résultat de la rapprocher ou de l'éloigner du tronc. Il faut remarquer, d'ailleurs, que, dans sa position moyenne, l'humérus est relevé de telle sorte que le coude se trouve placé au-dessus d'un plan horizontal passant par l'articulation scapulo-humérale. Le radius est fixé au cubitus dans une demi-pronation ; il n'y a pas de ligament annulaire du radius. Tous ces caractères sont communs à l'Ornithorynque et à l'Echidné, qui se distingue surtout par la forme massive et le volume plus grand de l'humérus et des os de l'avant-bras. Cependant la crête transversale de l'olécrâne est plus étendue chez l'Ornithorynque. Celui-ci se fait aussi remarquer par la manière dont les extrémités inférieures du radius et du cubitus sont déjetées sur les côtés,

ce qui augmente l'étendue des surfaces articulaires; cette étendue est bien plus grande chez l'Echidné, dont le cubitus va s'élargissant de haut en bas d'une manière uniforme. Les différences que présente le membre thoracique chez ces animaux sont en rapport avec leur genre de vie, l'Echidné étant un fouisseur et l'Ornithorynque un nageur. Elles apparaissent d'une manière encore plus frappante dans l'étude de la main.

Chez l'Echidné, l'extrémité inférieure du radius ressemble beaucoup à une extrémité inférieure de tibia, et comme le cubitus dépasse beaucoup le radius, il en résulte une véritable mortaise radio-cubitale où l'os scaphoïdo-semi-lunaire est reçu à la manière d'un astragale. Le radius présente pour cette articulation une large surface divisée par une colline antéro-postérieure plus prolongée en arrière qu'en avant. L'os scaphoïdo-semi-lunaire est, au contraire, creusé d'une poulie. Cette poulie se prolonge sur la face palmaire; dans la flexion forcée, elle ne s'applique qu'au radius; mais, dans la demi-flexion et dans l'extension, elle est en outre en contact avec un fort sésamoïde qui appartient au tendon du grand palmaire. En dedans de cette poulie, le scaphoïdo-semi-lunaire reçoit l'insertion d'un fort ligament émané du radius. En dehors, il s'applique au cubitus par une facette plane. Il s'articule d'ailleurs avec le trapèze par une facette très-latérale et creusée en cupule, avec le trapézoïde par une facette plane et presque directe, avec le grand os par une petite facette légèrement inclinée, enfin avec l'unciforme et le pyramidal.

Le pyramidal et le pisiforme se réunissent pour former une surface articulaire très-semblable par sa courbure et son arête médiane à la grande cavité sigmoïde du cubitus. Le pyramidal y joue le rôle de la partie coronoïdienne, et le pisiforme celui de l'olécrâne, dont il reproduit en même temps la saillie par le volume de sa partie extra-articulaire. L'extrémité inférieure du cubitus présente pour cette articulation une véritable trochlée qui se prolonge beaucoup sur sa face palmaire.

Le pisiforme s'articule avec le cubitus, le pyramidal et un peu le cinquième métacarpien. Le pyramidal s'articule avec le cubitus, le pisiforme, le cinquième métacarpien, l'os cro-

chu, et enfin le scaphoïdo-semi-lunaire. Il n'existe pas de fibro-cartilage triangulaire, mais il y a entre le pyramidal et le scaphoïdo-semi-lunaire un ligament qui vient du bord du cubitus. L'unciforme, dépourvu de crochet, s'articule avec le cinquième métacarpien par une facette située tout entière sur sa face externe.

Chez l'Ornithorynque, les os sont moins massifs et les surfaces articulaires moins larges; ces surfaces d'ailleurs sont mieux disposées pour des mouvements obliques. L'articulation du scaphoïdo-semi-lunaire présente une double mortaise avec emboîtement réciproque. L'extrémité inférieure du radius est divisée en deux parties par une forte saillie qui s'avance en forme de roue. En dehors de cette saillie se trouve un enfoncement limité par le radius et le cubitus. Il reçoit une saillie du scaphoïdo-semi-lunaire un peu recourbée en crochet à concavité interne. En dehors de la saillie, le radius est creusé d'une cupule qui reçoit une autre saillie du scaphoïdo-semi-lunaire recourbée en crochet à concavité externe. Ces deux saillies sont séparées par un intervalle qui s'élargit beaucoup vers la paume; dans la flexion complète, cette partie élargie vient s'appliquer à la face palmaire du radius immédiatement au-dessus de la mortaise interne; il y a dans ce mouvement une véritable torsion, d'où il résulte que la flexion est très-oblique. Cette obliquité n'est pas moins manifeste dans la forme de la facette articulaire que le cubitus présente au pyramidal et au pisiforme. La flexibilité plus grande du carpe chez l'Ornithorynque est également indiquée par l'aspect des ligaments, qui sont plus lâches et moins épais que chez l'Echidné où tout est subordonné à la force.

On distingue plus particulièrement chez l'Ornithorynque un ligament qui vient du bord externe du cubitus, glisse en dehors du pisiforme, adhère au pyramidal et en même temps glisse sur un crochet de cet os qui lui offre une petite surface lisse, s'incline en dedans, devient palmaire, et va se terminer sur la base du quatrième métacarpien. Nous citerons immédiatement deux autres ligaments qui partent de la base du cinquième métacarpien et se rendent l'un sur la base du troisième métacarpien, l'autre sur la base du deuxième.

A l'exception du trapèze, qui est un peu plus allongé, les os de la deuxième rangée du carpe sont chez l'Echidné très-aplatis d'arrière en avant. En même temps ils sont très-larges et s'articulent avec les métacarpiens par des surfaces presque planes. Ces métacarpiens sont courts, massifs et presque cuboïdes, et réunis à leur base par des ligaments très-forts. Ils s'articulent avec les premières phalanges par des surfaces presque planes, et, au niveau de ces articulations, il n'existe pas de sésamoïdes. Les premières phalanges sont très-courtes; leur face palmaire appartient presque tout entière à leur articulation avec la seconde phalange. La seconde phalange, également très-courte à son côté dorsal, se prolonge à son côté palmaire en un large talon qui s'applique à la face palmaire de la première phalange et arrive presque au contact des métacarpiens. Les deuxièmes phalanges sont unies entre elles par des ligaments interdigitaux très-vigoureux. La première phalange présente aussi à son côté palmaire un large talon qui s'applique à une poulie dont est creusée la deuxième phalange. Au niveau de cette articulation se trouve un large sésamoïde creusé en gouttière sur lequel glisse le tendon du fléchisseur profond. Ce sésamoïde est uni à la base de la phalange terminale par un ligament d'une force énorme et à la deuxième phalange par deux ligaments latéraux également très-forts. Disons enfin que les phalanges terminales sont longues et épaisses, creusées d'un sillon à leur face palmaire, et denticulées à leur extrémité. Elles supportent des ongles fouisseurs très-épais.

Ces détails sont surtout applicables aux quatre doigts proprement dits; le pouce, qui est plus court et plus grêle, a des phalanges étroites et un peu allongées. C'est le troisième doigt qui est le plus long.

Chez l'Ornithorynque, les deuxièmes phalanges, de même que les métacarpiens, sont cylindriques et relativement assez longues; c'est le quatrième doigt qui est le plus long; le pouce atteint le milieu de la seconde phalange du deuxième doigt. Ces doigts, quoique palmés, sont assez mobiles. Les phalanges terminales soutiennent des griffes d'une longueur et d'une force médiocre.

Il était nécessaire, avant de parler des muscles du membre

thoracique, d'entrer dans ces considérations où je me suis attaché surtout à mettre en saillie quelques détails importants du squelette de cette région.

Le muscle *rhomboïde*, qui offre un grand développement, se compose chez l'Echidné de trois parties : 1° un faisceau de fibres transversales qui vont directement du bord spinal de l'omoplate à la partie postérieure du raphé cervical ; l'omoplate se trouvant placée en avant du thorax, on comprend que le rhomboïde ne s'insère pas aux vertèbres dorsales ; 2° un faisceau de fibres obliques allant de l'angle antérieur de l'omoplate à la partie antérieure du raphé cervical ; 3° un faisceau beaucoup plus fort que les précédents, composé de fibres à peu près longitudinales qui se fixent d'une part sur la partie rectiligne du bord antérieur de l'omoplate et de l'autre sur la ligne courbe pariétale. Chez l'Ornithorynque, ce dernier faisceau se fixe uniquement sur l'angle antérieur de l'omoplate.

Le *grand dentelé* s'insère chez l'Echidné aux quatre premières côtes et chez l'Ornithorynque aux trois premières par des digitations qui se réunissent en un faisceau étroit qui va s'insérer sur l'angle postérieur de l'omoplate. Il suffirait de prolonger un peu cette insertion sur le bord postérieur de l'omoplate pour avoir ce qui existe chez les Oiseaux.

Le système de l'*angulaire* et de l'*omo-trachélien*, qui peut être considéré comme la partie cervicale du grand dentelé, est très-développé et très-compliqué dans les deux espèces. Chez l'Ornithorynque, il se compose d'une couche superficielle et d'une couche profonde. La couche profonde, qui correspond à l'angulaire proprement dit, comprend : A, un large faisceau qui s'attache au bord spinal et à l'angle antérieur de l'omoplate. Il envoie des digitations qui vont sur les apophyses transverses de toutes les vertèbres cervicales, moins l'atlas ; B, un faisceau moins large, mais encore vigoureux, qui se fixe à la courbure de l'acromion, puis, sur la face interne de l'omoplate, à toute l'étendue de cette fossette qui au premier abord pourrait être prise pour une fosse sus-épineuse ; il se rend sur les apophyses transverses des troisième, quatrième, cinquième et sixième cervicales. La couche superficielle, qui correspond à l'omo et au cleïdo-trachélien, comprend : C, un faisceau large et épais qui s'attache à l'ex-

trémité interne de la clavicule et sur toute la courbure de l'acromion. Ce faisceau va se fixer sur la grande apophyse du corps de l'atlas, dont il coiffe le sommet; D, un faisceau étroit, séparé du précédent par un large espace triangulaire, qui s'attache à l'angle antérieur de l'omoplate et se rend à la même apophyse de l'atlas; E, un large faisceau attaché obliquement au tiers moyen du bord spinal; il se dirige vers la même apophyse de l'atlas, qu'il atteint sur son bord externe en dehors des deux précédents, puis il se termine par une lame aponévrotique, laquelle va se fixer sur la base de l'occipital en entre-croisant ses fibres avec celles du muscle symétrique.

Chez l'Echidné, la couche profonde se compose d'un large faisceau qui s'insère sur toute la partie de la face interne de l'omoplate qui est au-dessus de la crête de l'omo-hyoïdien, et qui va se fixer sur les apophyses transverses des cinq dernières cervicales. La couche superficielle comprend : 1° un faisceau qui vient de la clavicule et de l'acromion (dans la même étendue que le trapèze), et auquel se joint un petit faisceau qui vient de l'angle qui sépare la portion rectiligne du bord antérieur de la portion courbe de ce bord; il va se terminer sur la base de l'occipital, sur le tubercule ventral de l'atlas et sur le sommet de l'apophyse transverse de l'axis; 2° un faisceau large et plat qui vient de toute la portion rectiligne du bord antérieur de l'omoplate et qui se rend à l'axis; 3° un faisceau qui va des mêmes points à la troisième cervicale.

Nous rattachons nécessairement à ce système le muscle *omo-hyoïdien* qui est ici large et épais, mais dépourvu d'intersection tendineuse. Chez l'Ornithorynque, il s'attache obliquement sur le col de l'omoplate; chez l'Echidné, il s'attache à la crête transversale dont nous avons parlé. Chez tous les deux, le muscle se termine obliquement sur l'os hyoïde en entre-croisant ses fibres avec celui du côté opposé.

Nous ne trouvons aucun faisceau musculaire se rendant du sternum ou de la première côte, soit à la clavicule, soit à l'épine acromiale, et simulant un *sous-clavier*. La clavicule, d'ailleurs, étant immobile, ce muscle devient inutile.

D'un autre côté, nous trouvons chez l'Ornithorynque et l'Echidné un muscle qui s'attache à tout le segment sternal

de la première côte et qui va se terminer obliquement sur la face profonde du tubercule thoracique externe du préischion. Ce muscle peut correspondre à l'aponévrose costo-coracoïdienne.

La présence de l'os épicoracoïdien coïncide avec celle d'un muscle *épicoraco-huméral*. C'est un faisceau charnu triangulaire qui s'attache à toute la surface inférieure de l'os épicoracoïdien et qui va se fixer à la tubérosité externe de l'humérus, sous le tendon du grand pectoral.

Le muscle *sous-scapulaire*, chez l'Ornithorynque, se fixe sur l'omoplate au bord spinal, à la face interne, au bord postérieur, et enfin dans une très-petite étendue, près de l'angle postérieur, à la face externe. Il se termine par un tendon large et plat sur la partie supérieure de la tubérosité interne de l'humérus. Ce tendon adhère, par sa face profonde, à un sésamoïde qu'il faudrait bien se garder de comparer avec un petit os que l'on voit chez beaucoup d'Oiseaux, mais qui est placé en dehors de l'articulation scapulo-humérale, tandis que celui de l'Ornythorinque est placé en dedans de cette articulation. Cet os donne aussi insertion à un faisceau de fibres du deuxième coraco-brachial; il est séparé de la tête humérale par un ligament fibro-cartilagineux à bords tranchants, qui va de la tubérosité interne au tubercule thoracique externe du préischion.

Chez l'Echidné, l'os sésamoïde dont nous venons de parler n'existe pas. Le muscle sous-scapulaire s'attache à toute la moitié postérieure de la face externe de l'omoplate, mais nullement à la face interne.

Il y a chez l'Echidné deux muscles *coraco-brachiaux* d'une force énorme : 1° le *superficiel* s'attache au tubercule thoracique externe du préischion et va se fixer d'autre part à la diaphyse humérale sur toute l'étendue de la courbe sus-épitrochléenne; 2° le profond couvre sur l'humérus toute la face antérieure de la tubérosité interne et tapisse le fond d'un large espace qui correspond à la coulisse bicipitale. Son attache supérieure se fait sur le tubercule thoracique externe du préischion et sur la face profonde de cet os, ainsi que de l'os épicoracoïdien.

Chez l'Ornithorynque, le premier de ces muscles s'attache par un fort tendon au tubercule thoracique externe du préis-

chion et va se fixer à la crête sus-épitrochléenne au-dessous du grand dorsal qui le sépare du second faisceau, lequel a d'ailleurs les mêmes insertions que chez l'Echidné.

Le *sous-épineux* occupe chez l'Echidné presque toute la fosse sous-épineuse, c'est-à-dire la moitié antérieure de la face externe. Il va se terminer par un fort tendon sur le sommet de la tubérosité externe de l'humérus. Chez l'Ornithorynque, ce muscle s'attache à la moitié antérieure du bord spinal et à toute la partie excavée de la face externe qui se trouve au-dessous. Il va se fixer par un tendon sur un petit tubercule situé entre la tête humérale et la crête deltoïdienne, et, par des fibres charnues, dans une rainure située au delà de ce tubercule.

Dans les deux espèces, il existe sur la face externe du col de l'omoplate, en avant de la longue portion du triceps, un petit faisceau charnu que l'on pourrait considérer comme un *petit rond;* mais, au lieu d'aller s'attacher à la tubérosité externe de l'humérus, il se porte vers la tubérosité interne, où il se fixe auprès du sous-scapulaire.

Le *sus-épineux* est représenté chez l'Ornithorynque par un faisceau très-grêle qui naît de la face interne légèrement creusée du col de l'omoplate au-dessous de l'omo-hyoïdien. Il va se terminer sur le col de l'humérus, entre la tête et la tubérosité externe. Chez l'Échidné, ce muscle, beaucoup plus fort, s'attache non-seulement au col de l'omoplate, mais à toute la partie de la face interne qui est au-dessous de l'omo-hyoïdien. Il se termine largement sur la tubérosité externe de l'humérus.

Le *grand rond*, chez l'Ornithorynque, est complétement indépendant du grand dorsal. C'est un faisceau plat qui s'attache à l'angle postérieur, à la moitié du bord spinal, et à la partie correspondante de la face externe. Il se termine par un tendon peu volumineux sur un petit tubercule placé au bas de la tubérosité interne de l'humérus.

Chez l'Échidné, ce muscle s'attache uniquement à l'angle postérieur de l'omoplate, il va de même se fixer sur la partie inférieure de la tubérosité interne; mais il a en outre avec le grand dorsal une connexion remarquable dont nous parlerons plus loin.

Le *brachial antérieur* s'attache chez l'Échidné à la face

antérieure de l'humérus, au-dessous de la crête pectoro-deltoïdienne. C'est un faisceau grêle et plat, accolé au long supinateur, mais bien distinct de ce muscle. Il se fixe au cubitus entre l'articulation et le tendon du biceps. Le *long supinateur* se fixe à toute la concavité du côté externe de l'humérus, en commençant immédiatement au-dessous de la tête; il se contourne, s'aplatit et s'attache aux deux tiers supérieurs du bord libre du radius.

Chez l'Ornithorynque, ces deux muscles sont confondus en une masse charnue qui se fixe à la face externe de l'humérus immédiatement au-dessous de la tête, et dans la fossette qui est à la base de la crête deltoïdienne. Les fibres les plus profondes (brachial antérieur) vont se fixer au cubitus, en dedans du biceps; les fibres les plus superficielles (long supinateur) vont se fixer au radius en dehors du biceps.

Courte portion du triceps (muscles huméro-olécrâniens). Il faut se rappeler que l'olécrâne s'étale en deux branches transversales dont l'interne est plus longue que l'externe. Ces branches sont plus courtes chez l'Échidné. Chez l'Ornithorynque, le vaste externe, dont la masse est considérable, s'attache aux trois quarts supérieurs de la face postérieure de l'humérus; ses fibres les plus externes viennent d'un petit tendon plat inséré sur le col de l'humérus immédiatement au-dessous du sous-épineux. Il va s'attacher à toute la largeur de l'olécrâne, dont il coiffe et dépasse la pointe en dehors. Le vaste interne s'attache au quart inférieur de l'humérus dans un espace triangulaire situé au-dessous du vaste externe. Il s'insère d'autre part sur toute la face profonde de l'olécrâne.

Il y a de chaque côté un muscle *anconé* très-vigoureux.

L'anconé externe (ou anconé proprement dit) s'attache à la face postérieure de l'apophyse épicondylienne, glisse sous la branche externe de l'olécrâne, et se fixe à toute la face externe concave de cette apophyse. L'*anconé interne* est encore plus fort. Il s'attache à toute la face postérieure de l'épitrochlée, dont il revêt en outre le bord supérieur, et d'autre part sur la face interne de l'olécrâne.

Il en est de même chez l'Échidné, si ce n'est que l'anconé interne se fixe uniquement sur le tubercule moyen de l'épitrochlée.

Le *rond pronateur*, très-vigoureux chez l'Échidné, s'attache à toute la lèvre antérieure de l'épitrochlée. Il se fixe d'ailleurs à toute la partie du radius qui est au-dessous de la tubérosité bicipitale. Cette insertion commence au point même où finit celle du long supinateur. Chez l'Ornithorynque, ce muscle, beaucoup plus grêle, s'attache par un tendon à la moitié inférieure du radius.

Le *court supinateur* est également très-fort chez l'Échidné. Il s'attache à toute la longueur du radius. Par son autre extrémité, il se fixe au bord inférieur, au sommet, et un peu à la face postérieure de l'épicondyle. Chez l'Ornithorynque il est beaucoup moins fort. Il se fixe au tubercule crochu qui termine l'épicondyle et à la moitié supérieure du radius.

Le *carré pronateur* n'existe pas chez ces animaux.

Les muscles *interosseux* de la main s'attachent aux ligaments palmaires du carpe et rayonnent vers les premières phalanges des doigts. Il y en a deux pour chaque doigt. L'abducteur du pouce et l'abducteur du cinquième doigt sont en série avec les interrosseux, le premier s'attache au sésamoïde du grand palmaire, le second au pisiforme. Ces muscles sont beaucoup plus forts chez l'Échidné.

Nous passons aux muscles longs du membre thoracique.

Le trapèze est composé de deux portions très-distinctes, l'une antérieure, l'autre postérieure, qui pourraient être considérées chacune comme un muscle à part. Chez l'Ornithorynque, le trapèze postérieur s'attache, d'une part, à la septième et à la huitième côte par des digitations charnues, et d'autre part, par une aponévrose et par des fibres charnues, aux apophyses épineuses des neuf premières dorsales. Il glisse sur l'angle postérieur de l'omoplate et va se terminer en pointe sur son angle antérieur. Chez l'Echidné, ce muscle s'attache aux septième, huitième et neuvième côtes; son insertion scapulaire se fait largement sur l'angle antérieur et sur la partie rectiligne du bord antérieur.

Le *trapèze antérieur* se fixe, chez l'Ornithorynque, à tout le bord antérieur de l'omoplate et à l'extrémité externe de la clavicule. Les fibres cervicales, insérées sur le raphé, sont d'abord transversales, puis de plus en plus obliques; les fibres occipitales, presque horizontales, se fixent, comme le rhom-

boïde qu'elles recouvrent, à la ligne courbe pariétale. Il en est de même chez l'Echidné, si ce n'est que l'insertion claviculaire occupe la moitié externe de l'os.

Le *sterno-mastoïdien*, chez l'Ornithorynque, se fixe d'une part à la partie interne de la clavicule, dans l'étendue d'un centimètre, et d'autre part au bord supérieur de l'arcade zygomatique en avant de la racine supérieure de cette arcade et un peu au bord antérieur de cette racine.

Chez l'Echidné, ce muscle se fixe à la moitié postérieure de l'épisternal et au sternum jusqu'à la troisième côte par une extrémité triangulaire qui recouvre l'insertion du grand pectoral. Il glisse sur la partie antérieure de l'épisternal, et va se fixer à la racine supérieure de l'arcade zygomatique sur une ligne oblique qui sépare le trapèze du splénius.

Le *cléido-mastoïdien* est représenté, chez l'Echidné, par un petit faisceau qui se détache du bord externe du trapèze et va se fixer sur la racine supérieure de l'arcade zygomatique, en se confondant avec le sterno-mastoïdien. Chez l'Ornithorynque, ce muscle est tout à fait distinct et isolé; il s'attache sur la partie moyenne de la clavicule et s'insère d'autre part sur la face postérieure de la racine de l'arcade zygomatique, dans une petite dépression qui se trouve immédiatement au-dessus du condyle.

Le *deltoïde*, chez l'Ornithorynque, est complétement confondu avec le grand pectoral dans sa partie acromiale et dans sa partie cléidienne, mais son faisceau sous-épineux est entièrement distinct. Ce faisceau s'attache sur l'omoplate à la moitié antérieure du bord spinal et à l'angle antérieur; il se termine par un petit tendon qui va se fixer sur un tubercule arrondi que la crête pectoro-deltoïdienne présente vers sa partie moyenne. Le reste du deltoïde est un vaste faisceau triangulaire attaché à toute la hauteur de cette crête.

Le *grand pectoral* se compose en outre de divers faisceaux de fibres insérées sur la ligne médiane au sternum, puis à presque toute la ligne blanche abdominale. D'abord transversales, les fibres deviennent de plus en plus obliques. Les fibres sternales se fixent à la partie supérieure et antérieure de la crête, celles de la ligne blanche se fixent à la partie inférieure de cette crête.

Un faisceau latéral du peaucier, qui recouvre la glande mammaire, rassemble ses fibres pour aller s'attacher à la partie moyenne de la crête pectoro-deltoïdienne. On peut le diviser, près de son insertion, en une couche superficielle qui s'attache isolément à l'humérus et une couche profonde qui se confond avec le grand pectoral.

Chez l'Echidné, la disposition du grand pectoral n'est pas tout à fait la même. Le faisceau de la ligne blanche occupe sur cette ligne une longueur de trois centimètres en arrière du sternum; il se rend à la partie la plus inférieure de la crête pectoro-deltoïdienne. Un autre faisceau qui se fixe à toute la longueur du sternum coiffe la totalité de cette crête. Un troisième faisceau, qui correspond en partie au deltoïde claviculaire, vient du T sternal et de la clavicule; il est tordu sur lui-même et s'insère sur une large surface triangulaire à sommet inférieur que lui offre la crête pectoro-deltoïdienne. Ce faisceau reçoit sur sa face profonde, près de son bord externe et à peu de distance de son insertion humérale, un petit tendon plat qui est la terminaison d'un muscle attaché au tiers inférieur du bord antérieur de l'omoplate et à son extrémité acromiale, muscle qui représente à la fois le deltoïde acromial et le deltoïde postérieur.

Il y a également un faisceau du peaucier qui se comporte de la même manière.

Le *grand dorsal*, chez l'Ornithorynque, s'attache aux apophyses épineuses des treize premières dorsales, et, par des digitations charnues, aux côtes, depuis la huitième jusqu'à la quatorzième. Il se fixe à l'humérus par une lame aponévrotique, dont les fibres supérieures se ramassent en un tendon. Cette aponévrose glisse sur le bord interne de l'humérus et se fixe sur sa face antérieure à une crête oblique qui sépare les deux muscles coraco-brachiaux, crête qui commence au-dessous du tubercule inférieur de la tubérosité interne entre ce tubercule et le trou épitrochléen. Avant d'atteindre l'humérus, le grand dorsal subit une torsion; les fibres qui viennent des côtes convergent toutes vers le tendon; celles qui viennent des vertèbres dorsales, à partir de la quatrième, atteignent l'aponévrose au-dessous du tendon; enfin, celles qui viennent des quatre premières dorsales forment un faisceau superficiel qui recouvre le grand dorsal proprement dit,

et se termine sur la partie inférieure de l'aponévrose d'insertion. Ce dernier faisceau ne subit aucune torsion.

Chez l'Echidné, la partie principale du *grand dorsal* est constituée par un large faisceau triangulaire qui s'attache aux apophyses épineuses des douze premières vertèbres dorsales, aux quatre premières par des fibres charnues, aux autres par l'intermédiaire d'une aponévrose. Ce faisceau n'a aucune adhérence ni avec les côtes, ni avec l'aponévrose lombo-sacrée. Il se termine à une faible distance du coude par un large tendon qui s'attache à toute la surface du tubercule interne de l'épitrochlée. A ce large faisceau, qui n'offre aucun indice de torsion, vient se joindre un faisceau plus étroit, qui naît de l'angle postérieur de l'omoplate avec le grand rond, dont il ne tarde pas à se détacher pour aller s'unir au grand dorsal, à 4 centimètres environ de l'épitrochlée.

La *longue portion du triceps brachial* (scapulo-olécrânien) se présente comme un muscle isolé dans la presque totalité de son étendue. Chez l'Ornithorynque, on peut y distinguer deux faisceaux. Le plus superficiel se fixe aux deux tiers supérieurs de la partie épaisse du bord postérieur de l'omoplate. Il se tord sur lui-même et s'insère sur la branche interne de l'olécrâne, de telle manière que ses fibres inférieures se trouvent sur l'extrémité même de l'apophyse. Le faisceau le plus profond vient du tiers inférieur du bord de l'omoplate; il atteint sans se contourner la branche interne de l'olécrâne, à laquelle il se fixe sous le faisceau précédent; très-près de son insertion, il adhère au vaste interne.

Chez l'Echidné, ce muscle n'a qu'un faisceau qui ne subit aucune torsion. Il s'attache à la crête qui divise la face externe de l'omoplate, crête composée de deux tubercules, et va se fixer à toute la largeur de l'olécrâne. Il adhère aux vastes dans une étendue de 5 millimètres.

Le *biceps brachial* se compose, chez l'Ornithorynque, de deux faisceaux. L'un d'eux se fixe au tubercule thoracique externe du préischion avec le coraco-brachial qu'il recouvre; il est très-fort et très-épais, et se termine vers le milieu du bras par un tendon qui contourne le radius, et va se fixer obliquement sur sa face palmaire à une ligne rugueuse terminée inférieurement par un petit tubercule situé vers le

milieu de l'os. L'autre faisceau, qui est très-grêle, se termine par un petit tendon qui va s'unir au précédent. Il se fixe à la partie postérieure du bord interne de l'os épicoracoïdien.

Chez l'Echidné, les deux faisceaux sont moins distincts, en sorte qu'au premier abord on pourrait croire qu'il n'y en a qu'un. Mais, en regardant avec attention, on voit que, outre les fibres qui s'attachent au tubercule thoracique externe du préischion, il y en a d'autres qui viennent du bord interne du préischion et de l'épicoracoïdien. Les fibres venues de ces deux origines se réunissent et ne forment le long du bras qu'un seul muscle charnu jusqu'à l'avant-bras. De la face profonde du muscle se détache un tendon qui va se fixer sur une petite crête du cubitus, immédiatement au-dessous du brachial antérieur. Le muscle lui-même se termine par un large tendon qui se porte vers le tiers moyen du radius, le contourne et se fixe sur le côté cubital de cet os, à une tubérosité bicipitale allongéeet convexe, tout entière située à la face palmaire de l'avant-bras.

Le *premier radial externe*, chez l'Echidné, s'insère sur la partie supérieure de la crête épicondylienne; il va se fixer sur le carpe, où il s'attache à un tubercule dorsal de l'os scaphoïdo-semi-lunaire. Il n'est en rapport avec le deuxième métacarpien que par les ligaments. Il est recouvert par le *deuxième radial*, qui est beaucoup plus fort et s'insère sur toute la crête épicondylienne, ainsi que sur le sommet de l'épicondyle, va se fixer au troisième métacarpien, et envoie une expansion au quatrième. Cette insertion se fait largement sur la partie moyenne de la face dorsale du troisième métacarpien, et sur la crête qui borde la facette articulaire.

Chez l'Ornithorynque, le premier radial s'attache de même au scaphoïdo-semi-lumaire. Le deuxième radial donne au 2e, au 3e et au 4e métacarpien.

Le *cubital postérieur* semble représenté par un faisceau du peaucier, qui s'attache à la face derrière et au-dessous de l'œil, au sommet du crâne, en avant du trapèze, enfin à la nuque, et qui est fortifié par une partie du peaucier du tronc. Les fibres se rassemblent en un ruban qui atteint l'épaule, suit le côté externe du bras jusqu'au coude, se contourne, et se fixe au quart inférieur du bord externe du cubitus.

Quelques-unes de ces fibres vont sur la base du 5e métacarpien.

L'*abducteur du pouce*, chez l'Ornithorynque, s'attache profondément au tiers moyen de la face postérieure du cubitus et de l'espace interosseux, puis au tiers supérieur du radius sous le court supinateur. Il devient tendineux dans le tiers inférieur de l'avant-bras, croise les muscles radiaux, et va se terminer sur le côté interne de la base du premier métacarpien. Il envoie une petite expansion au trapèze.

Chez l'Echidné, il s'épanouit sur la base dorsale du 1er métacarpien, sans rien donner au trapèze. Son insertion cubitale se fait à une crête longitudinale de la face dorsale, et à l'espace qui sépare cette crête du bord interosseux.

L'*extenseur direct* des doigts, chez l'Ornithorynque, s'attache au tubercule terminal de l'épicondyle, dont il coiffe le sommet. Il est fusiforme et, dans le tiers inférieur de l'avant-bras, se transforme en un tendon grêle. Ce tendon est pourvu d'un sésamoïde, au moment où il glisse sur l'extrémité du radius dans une gouttière fermée par un ligament. Puis il s'étale et se divise au niveau du métacarpe pour fournir des tendons aux 2e, 3e, 4e et 5e doigts. Ces tendons sont munis d'une petite rotule, immédiatement en arrière de la phalange terminale.

Chez l'Echidné, ce muscle vient encore du sommet de l'épicondyle ; mais les tendons du 3e et du 4e doigt sont très-forts, celui du 5e l'est moins, et celui du 2e n'est qu'une faible expansion.

L'*extenseur latéral du 5e doigt*, chez l'Ornithorynque, vient tout entier de la partie postérieure du tubercule externe crochu de l'épicondyle. Ce muscle, grêle et fusiforme, devient tendineux dans le tiers inférieur de l'avant-bras.

Le tendon glisse sur l'extrémité inférieure déjetée du cubitus dans une gouttière peu profonde, limitée par un petit onglet. Il va se terminer sur le côté externe de la base du 5e doigt.

Dans l'Echidné, ce muscle a deux têtes. L'une s'attache au sommet de l'épicondyle avec l'extenseur superficiel, l'autre sur la courbe de l'olécrâne, en recouvrant le muscle anconé.

Il y a en outre un extenseur latéral du 4e doigt, qui est très-grêle et qui naît de l'épicondyle par un petit tendon qui

s'insinue entre le muscle précédent et l'extenseur superficiel. Il fournit un tendon au 4e doigt, et une petite expansion au 5e.

Enfin il y a un extenseur latéral du pouce, du 2e et du 3e doigt. Chez l'Ornithorynque, ce muscle naît du tiers supérieur du cubitus, de toute la ligne courbe qui se continue avec l'olécrâne, et de la courbure même de l'olécrâne, en recouvrant l'anconé et l'abducteur du pouce. Il devient tendineux dans le tiers inférieur de l'avant-bras. Ce tendon passe au fond de la gouttière de l'extenseur commun, s'épanouit, et se divise en atteignant le métacarpe. La confusion que l'on voit ici de l'extenseur propre du pouce avec ceux du 2e et du 3e doigt démontre combien était juste la conception de Gratiolet, qui regardait cet extenseur propre du pouce comme appartenant à la série des extenseurs latéraux.

Chez l'Echidné, ce muscle donne une expansion au 4e doigt.

Le *cubital antérieur*, chez l'Echidné, est un muscle énorme, qui s'attache à presque toute la longueur du bord libre du cubitus, à la courbe interne de l'olécrâne, et au tubercule moyen de l'épitrochlée (par une tête qui glisse sur le tubercule moyen de cette vaste apophyse). Il va se finir par un tendon vigoureux sur le sommet du pisiforme. Un ligament très-fort relie le pisiforme au 5e et au 4e métacarpien. Le corps de ce muscle adhère par sa face superficielle à l'aponévrose du muscle costo-palmaire.

Chez l'Ornithorynque, l'insertion épitrochléenne se fait sur le tubercule externe.

On peut, chez l'Echidné, décrire avec le cubital antérieur le muscle *costo-palmaire*. C'est un vaste faisceau qui s'insère sur la 14e, la 13e, la 12e, la 11e et la 10e côte, se tord sur lui-même, atteint le coude, glisse entre l'olécrâne et l'épitrochlée, et se termine vers la moitié de l'avant-bras par un tendon qui va se fixer sur le pisiforme. Ce tendon adhère par son bord cubital à celui du cubital antérieur et par son bord radial à l'aponévrose antibrachiale, et, par l'intermédiaire de cette aponévrose, il se continue avec l'aponévrose palmaire. Ce muscle remarquable de l Echidné peut être considéré comme une partie du grand dorsal, d'autant plus que le grand dorsal de l'Echidné n'a aucune insertion costale, tandis que chez l'Ornithorynque, où l'on ne voit pas

de muscle costo-palmaire, le grand dorsal est fortifié par un faisceau costal très-important.

Le *grand palmaire* n'est pas moins immense chez l'Echidné. Il s'attache à toute la lèvre antérieure de l'épitrochlée, recouvert, dans la moitié interne seulement, par le rond pronateur. Il se termine par un tendon large et épais qui, s'épanouissant, va s'attacher au 3e et au 2e métacarpien, au trapèze, au scaphoïde, et contient dans son épaisseur une forte rotule au niveau du scaphoïde.

Chez l'Ornithorynque, le grand palmaire est considérable. Il s'insère sur toute la lèvre inférieure de l'épitrochlée

Le *petit palmaire* n'existe pas à proprement parler. Il est suppléé, chez l'Echidné, par le muscle costo-palmaire.

Il n'y a pas de fléchisseur des secondes phalanges.

Le *fléchisseur des troisièmes phalanges* est énorme chez l'Echidné. Il s'attache à toute la face palmaire du cubitus et à la face correspondante de l'olécrâne, qui sont comme évidées pour le recevoir. Il s'attache en outre à toute l'épitrochlée, dont il enveloppe le bord. Il adhère à la face profonde du cubital antérieur par un faisceau particulier qui vient du tubercule externe de l'épitrochlée; il adhère aussi au grand palmaire. Le muscle se termine par un large tendon qui, vers le milieu du métacarpe, se divise en cinq tendons très-forts. Ces tendons ont des freins qui les rattachent à la seconde phalange. De la face superficielle du tendon commun se détachent des brides fibreuses qui vont à l'aponévrose palmaire et qui peuvent représenter le fléchisseur superficiel. Ce tendon contient dans son épaisseur, au niveau du carpe, deux larges sésamoïdes, qu'un énorme frein rattache à tout le carpe, et surtout au pisiforme et au ligament pisi-scaphoïdien.

Chez l'Ornithorynque, l'insertion épitrochléenne se fait seulement sur le tubercule externe de cette apophyse. Il n'y a pas d'adhérence avec le cubital antérieur. Enfin le muscle est tendineux dans tout le tiers inférieur de l'avant-bras et le tendon est plus grêle. Ce tendon contient également deux larges sésamoïdes; mais ils sont moins serrés l'un contre l'autre que chez l'Echidné; celui du côté cubital n'a aucune adhérence avec le carpe, l'autre donne attache par sa face

profonde à un ligament étroit qui va se fixer sur l'os scaphoïdo-semi-lunaire, entre cet os et le pisiforme.

Il y a, chez l'Echidné, cinq muscles lombicaux, dont un pour le pouce, qui naissent du tendon commun.

Je ne trouve pas, chez l'Ornithorynque, de muscles lombicaux. De petits faisceaux charnus, qui peuvent représenter le fléchisseur des premières phalanges, naissent de la surface du tendon commun, et se terminent par de petits tendons grêles qui vont se perdre dans les gaînes aponévrotiques des doigts.

Le membre abdominal des Ornithodelphes, sans s'écarter autant que le membre thoracique du type général des Mammifères, offre néanmoins des modifications très-curieuses à étudier.

Le bassin n'a qu'un volume peu considérable, si on le compare à la masse du corps, et surtout à la grande étendue des épaules. Le détroit antérieur est à peu près rond chez l'Ornithorynque, et son diamètre transverse passe immédiatement en arrière des éminences iléo-pectinées. Il est ovale chez l'Echidné, où le diamètre sacro-pubien l'emporte de 5 millimètres sur le diamètre transverse. Son plan n'est que très-peu incliné en arrière.

Les iléons sont prismatiques, mais beaucoup plus allongés chez l'Echidné que chez l'Ornithorynque, où la crête iliaque est déjetée en dehors, et où le sommet de cette crête s'élargit en une surface triangulaire assez convexe. Chez l'Echidné, l'iléon s'articule avec tout le bord externe des apophyses transverses des trois vertèbres sacrées. Chez l'Ornithorynque, la troisième sacrée ne participe à cette articulation que par la pointe antérieure de son apophyse transverse. En outre, dans ces deux espèces, l'angle interne de la crête iliaque s'articule avec les apophyses articulaires antérieures des deux premières sacrées, et il résulte de là une voûte qui, chez l'Ornithorynque, est ouverte à ses deux extrémités, tandis qu'elle ne l'est qu'en arrière chez l'Echidné.

Rappelons immédiatement qu'il y a chez ces animaux un os marsupial en forme de triangle. Ce triangle est presque droit chez l'Echidné, il est fortement courbé en dehors chez l'Ornithorynque. Il s'articule avec une crête du pubis, dont

la pointe externe fait une saillie beaucoup plus forte chez l'Ornithorynque.

Les éminences iléo-pectinées, situées tout entières sur le pubis, sont aussi beaucoup plus fortes chez l'Ornithorynque.

La cavité cotyloïde est beaucoup plus large et beaucoup plus sessile chez l'Echidné que chez l'Ornithorynque, où elle est saillante en dehors. La longueur de l'iléon et celle de l'ischion, mesurées à partir du bourrelet cotyloïdien, sont à peu près équivalentes chez l'Ornithorynque. Chez l'Echidné, celle de l'iléon est presque le double de celle de l'ischion. Chez l'Echidné, l'ischion se termine par une assez grosse tubérosité; chez l'Ornithorynque, il s'allonge et se termine par un petit tubercule arrondi; la ligne qui joint les ischions décrit chez l'Ornithorynque un demi-cercle, elle est presque droite chez l'Echidné. Rappelons enfin que la cavité cotyloïde est perforée chez l'Echidné, mais qu'elle ne l'est pas chez l'Ornithorynque. Le ligament rond de la tête du fémur manque chez l'un et l'autre.

Chez l'Ornithorynque, la tête du fémur, supportée par un col très-court, n'est inclinée ni en dedans ni en dehors; elle est inclinée légèrement en avant; de son bord antérieur part une crête mousse qui parcourt la face dorsale du fémur, d'abord directement, puis obliquement en dedans et va retrouver le condyle interne. Les trochanters forment deux larges ailes arrondies qui donnent à la partie supérieure du fémur un aspect cordiforme. La diaphyse est assez aplatie, et un peu concave en avant. Le condyle externe est très-déjeté en dehors, et la facette rotulienne, large, peu profonde, prolongée sur la face dorsale du fémur, est presque tout entière en dehors de l'axe de la diaphyse.

Chez l'Echidné, la tête du fémur, très-volumineuse, est inclinée en dedans. Le petit trochanter est à peine saillant, il se continue avec le bord interne qui, de même que chez l'Ornithorynque, correspond à la ligne âpre. Le grand trochanter s'étale directement en dehors et se continue jusqu'au milieu du bord externe, où se trouve le troisième trochanter. La diaphyse est très-plate et les condyles sont moins déjetés que chez l'Ornithorynque.

La rotule de l'Ornithorynque a la forme d'une pyramide dont la base coïncide avec la facette articulaire. La pyramide

est assez haute, terminée en pointe aiguë, sa face externe est concave et sa face interne convexe.

Cette forme n'est qu'indiquée dans la rotule de l'Échidné, qui est très-aplatie ; sur cette rotule, c'est la face supérieure qui est concave ; la facette articulaire est creusée en gouttière transversale, la face antérieure est très-large.

L'articulation fémoro-tibiale est pourvue de deux ménisques et de deux ligaments croisés. La ménisque externe est surtout en contact avec le péroné. Sa partie postérieure est ossifiée chez l'Echidné.

Le tibia de l'Ornithorynque est surtout remarquable par sa torsion, par sa cambrure à concavité interne, par la convexité de son bord interosseux, et par la manière dont son extrémité inférieure est déjetée en dedans. Ces caractères sont un peu moins marqués chez l'Échidné.

Le péroné de l'Ornithorynque est assez grêle dans sa partie diaphysaire ; la malléole est peu saillante, le quart inférieur de l'os est appliqué au tibia, mais sa partie supérieure en est écartée de plus de cinq millimètres, la tête du péroné se recourbant pour aller retrouver la tubérosité externe du tibia, avec laquelle elle s'articule par une facette latérale en même temps qu'elle s'articule en haut avec le condyle externe du fémur.

Cette tête du péroné est ainsi rattachée au corps de l'os par une sorte de col oblique, et sur la face externe de ce col se détache une petite crête tranchante utile à considérer au point de vue des insertions musculaires. Au-dessus de ce col du péroné s'élève une longue et large apophyse que l'on pourrait chercher à comparer à un olécrâne, mais qui n'a aucun rapport avec cette apophyse du cubitus, ne pouvant être comparée, ainsi que Cuvier l'a très-bien observé, qu'avec le sésamoïde externe. Le bord antérieur de cette apophyse est creusé d'une vaste échancrure que remplit une aponévrose. Son angle antérieur et supérieur est relié à la rotule par un ligament vigoureux.

Chez l'Échidné, le péroné est plus massif ; la grande apophyse a moins d'étendue, mais elle est plus épaisse et moins échancrée ; la facette par laquelle sa tête s'articule avec le tibia est également latérale.

Il est important de noter les mouvements assez compli-

qués de ces deux os. Outre le mouvement de flexion et d'extension, ils ont séparément un mouvement de rotation sur le fémur et un mouvement de rotation l'un sur l'autre, qui exagère ou diminue la pronation. Il y a en outre, mais chez l'Ornithorynque bien plus que chez l'Echidné, un mouvement d'élongation, c'est-à-dire parallèle à la longueur de la jambe, du péroné sur le tibia; ainsi, lorsqu'on exagère la pronation, le péroné descend, et il remonte au contraire lorsqu'on ramène le pied vers la supination.

Chez l'Echidné, la facette tarsienne du tibia forme une cupule que complète le péroné. Dans cette cupule est reçue une tête arrondie formée pour la plus grande partie par l'astragale (qui n'offre aucune espèce de poulie) et que complète le calcanéum. La face interne de l'astragale est légèrement creusée pour recevoir un crochet arrondi qui termine la malléole interne.

Le calcanéum a une forme toute particulière. Il s'articule en dehors avec l'astragale et en haut avec le péroné. Sa grande apophyse se prolonge légèrement en arrière et en dedans pour recevoir les tendons des muscles jumeaux : elle offre de plus en avant un autre crochet divisé par une échancrure en deux tubercules, dont le plus interne limite la gouttière du long péronier latéral.

Cette apophyse offre par conséquent trois tubercules, un postérieur, un antérieur et un interne.

Il y a un très-fort ligament latéral interne tibio-astragalien, et un ligament latéral externe péronéo-calcanien encore plus fort. Ce dernier, qui va de la malléole à la base de la grande apophyse du calcanéum (en dedans du tendon du long péronier), glisse sur une facette polie qui augmente beaucoup l'étendue de la facette péronéale du calcanéum. Il y a en outre un ligament interosseux aplati qui vient de l'articulation péronéo-tibiale et va se terminer sur le côté interne de l'astragale, et un autre ligament qui, se détachant de celui-ci, se porte en dehors, longeant le bord de l'articulation comme une ménisque, et va se confondre avec le ligament latéral externe.

Le col de l'astragale est très-court; il se termine par une tête arrondie qui est reçue dans une concavité du scaphoïde. Du côté de la plante, l'astragale est uni au scaphoïde par un

ligament qui contient un fort sésamoïde. Le cuboïde s'articule en dehors avec le calcanéum , en dedans avec le scaphoïde, et il touche un peu l'astragale. Son articulation avec le 5me métatarsien est très-latérale.

L'articulation du premier cunéiforme avec le scaphoïde est aussi très-latérale. Cet os s'articule par emboîtement réciproque et très en dedans avec le premier métatarsien. Il a une facette latérale pour le deuxième métatarsien. Le cinquième métatarsien est le plus long. Néanmoins c'est le deuxième doigt qui l'emporte par la longueur et le calibre de ses phalanges. C'est un véritable doigt fouisseur. Le troisième doigt est encore assez fort, mais le quatrième et le cinquième sont plus grêles. Le pouce est à la fois très-court et très-massif ; son extrémité dépasse à peine la base de la deuxième phalange du second doigt.

Il faut compter parmi les os du pied le disque osseux qui supporte l'éperon ; il s'appuie sur la face plantaire de l'astragale. Cet osselet a bien moins de volume chez l'Echidné que chez l'Ornithorynque.

Chez l'Ornithorynque, la partie de l'astragale qui s'articule avec la jambe se compose de deux facettes séparées par une rainure profonde. La facette interne s'articule avec le tibia en haut et en dedans; elle présente latéralement une cupule où s'enfonce un crochet arrondi de tibia. Cette cupule se prolonge sur une apophyse plantaire de l'astragale qui enveloppe le reste de la malléole. En dehors de la rainure se trouve une facette qui forme la moitié d'une tête arrondie, complétée par le calcanéum et qui s'articule avec une facette concave du péroné.

Les ligaments qui rattachent ces deux os au tibia et au péroné sont très-remarquables. On voit d'abord un vaste ligament triangulaire, qui s'attache au bord interosseux du tibia dans une étendue de près d'un centimètre et demi; de là ses fibres s'étalent en éventail; les plus internes vont sur le scaphoïde, et même sur le premier cunéiforme; les autres se portent en dehors sur le calcanéum et, glissant sous le tendon du long péronier, s'attachent au col et au bord même de l'apophyse calcanéenne entre ses deux tubercules.

Ce ligament glisse sur le péroné sans lui adhérer, et recou-

vre un ligament péronéo-calcanéen assez faible. Il recouvre en outre le ligament péronéo-tibial antérieur.

Un ligament interarticulaire s'attache à la fois au péroné et au tibia, et s'insère d'autre part dans la rainure qui sépare les deux facettes de l'astragale. Il adhère au ligament péronéo-tibial antérieur et au ligament péronéo-tibial postérieur, qui pénètre dans l'articulation en figurant une ménisque. Enfin il y a un ligament latéral interne, puis un ligament tibio-astragalien antérieur qui est sur le col de l'astragale et sur le scaphoïde.

Le col de l'astragale est court. Il y a entre l'astragale et le scaphoïde un emboîtement réciproque, la partie la plus externe de la surface de l'astragale étant reçue dans un enfoncement du scaphoïde, tandis que le reste de cette surface est concave et reçoit une convexité de cet os. Le scaphoïde n'a pas de crochet; aucun ligament ne le réunit directement au calcanéum. Sur sa face plantaire, il est réuni à l'astragale par un ligament large et épais qui contient un gros sésamoïde.

Le cuboïde présente, au contraire, une saillie plantaire en forme de crochet. Un ligament étroit réunit ce crochet à la base du deuxième métatarsien. Le deuxième et le troisième cunéiforme se terminent aussi à leur face plantaire par des pointes que des ligaments réunissent au deuxième et au troisième métatarsien. Ces trois ligaments recouvrent le tendon du long péronier latéral et ferment la gouttière où il passe. Le fond de cette gouttière est tapissé par un autre ligament qui va du deuxième cunéiforme au troisième métatarsien.

Le cuboïde s'articule avec le calcanéum par une facette qui est presque latérale. Le calcanéum s'articule d'ailleurs avec l'astragale par une facette qui est tout à fait latérale. Sa grande apophyse diffère aussi un peu de celle de l'Echidné; elle n'a que deux tubercules, un postérieur et un antérieur, et l'espace qui sépare ces deux tubercules est légèrement concave.

Le premier cunéiforme s'enfonce entre les premier et deuxième métatarsiens. Au contraire, le deuxième cunéiforme s'articule directement avec le deuxième métatarsien, mais le troisième métatarsien s'allonge à sa base en une roue qui s'enfonce entre le cuboïde et le troisième cunéiforme; il y a un

ligament interosseux qui va du cuboïde à ce cunéiforme, et un autre qui va du cunéiforme à la face interne de la base du métatarsien. Ces dispositions sont en rapport avec le mouvement d'élongation du péroné.

Le métatarse et les doigts du pied de l'Ornithorynque reproduisent à peu près ce que l'on voit à la main; seulement les os sont un peu plus grêles, et la prédominance du quatrième doigt sur les autres est encore plus marquée. — En outre, les métatarsiens vont en croissant du premier au cinquième, qui est le plus long; tandis qu'à la main le premier métatarsien est le plus long, le cinquième le plus court, et les trois autres vont en croissant du deuxième au troisième.

Nous passons à la description des muscles.

Le *grand oblique de l'abdomen*, chez l'Echidné, s'attache à toutes les côtes, moins les deux premières. Sur la plupart, son insertion occupe le tiers de l'os ; sur les trois dernières, la pointe seulement. Les fibres des huit premiers faisceaux vont à la ligne blanche et au pubis ; celles du neuvième à la pointe de l'os marsupial; celles du dixième et du onzième à la moitié supérieure du bord externe, et les autres à l'arcade crurale qui va de l'iléon à la base de l'os marsupial.

Chez l'Ornithorynque, le grand oblique remonte jusqu'à la deuxième côte.

Le *pyramidal* se fixe par sa base à l'os marsupial et atteint par son sommet l'extrémité du sternum.

Le *petit psoas*, le *grand psoas* et *l'iliaque interne* ont été décrits.

Le muscle *obturateur interne* manque absolument chez l'Ornithorynque et chez l'Echidné. C'est un caractère qui leur est commun avec les Oiseaux.

L'*obturateur externe*, les *jumeaux*, et le *carré de la cuisse* ne forment qu'une seule masse charnue insérée sur le pourtour du trou sous-pubien, sur le corps de l'ischion, et sur sa tubérosité, masse qui se tord sur elle-même et se fixe à la face postérieure du grand trochanter, qui n'offre pas de cavité digitale.

Les muscles *pectinés* ne sont pas réalisés de la même manière dans les deux espèces. Chez l'Ornithorynque, il n'y a qu'un seul faisceau charnu fixé sur le tubercule qui limite

en dehors l'articulation du pubis avec l'os marsupial. Ce faisceau contourne le fémur et va se fixer à la face postérieure de cet os, dans l'espace qui sépare le grand et le petit trochanter, et particulièrement sur un tubercule que l'on voit derrière le grand trochanter près de son bord externe. Dans l'Echidné, il y a deux faisceaux : l'un d'eux se fixe au tiers externe de la ligne pectinéale sans adhérer à l'os marsupial; l'autre se fixe aux deux tiers internes de la ligne pectinéale et à la symphyse pubienne. Ces deux faisceaux se tordent autour du fémur, coiffent le petit trochanter, et vont s'insérer sur la face postérieure du fémur jusqu'au troisième trochanter.

Le système constitué par le *petit fessier*, le *moyen fessier* et le *pyramidal* est réalisé chez l'Echidné de la manière suivante : 1° Un petit faisceau qui se détache du col de l'iléon et de l'épine iliaque antérieure et inférieure et va se fixer à la lèvre interne du grand trochanter. On peut y voir un petit fessier. 2° Un faisceau très-fort et très-épais s'attache à l'angle externe de l'iléon, s'élargit, et va se fixer à toute la crête qui unit le grand trochanter au troisième trochanter. On peut le regarder comme un moyen fessier. 3° Un large faisceau triangulaire s'attache aux apophyses épineuses des deux dernières lombaires et des deux premières sacrées et va s'insérer sur la pointe du grand trochanter.

On trouve chez l'Ornithorynque : 1° Un faisceau qui s'attache à l'angle externe de la crête iliaque au bord externe de l'iléon ; il se fixe à toute la lèvre externe du grand trochanter (terminée inférieurement par un tubercule qu'il ne faut pas prendre pour le troisième trochanter). 2° Un second faisceau qui s'attache à la crête iliaque et à toute la face postérieure de l'iléon ; il coiffe le sommet du grand trochanter. 3° Un troisième faisceau, qui se fixe par un tendon sur la lèvre interne du grand trochanter, vient de l'apophyse transverse de la troisième sacrée ; il recouvre immédiatement le nerf sciatique ; il correspond au pyramidal.

Le *grand fessier* est représenté, chez l'Echidné, par un faisceau charnu assez fort qui se fixe au sacrum dans l'intervalle qui sépare l'apophyse épineuse de la deuxième sacrée de celle de la première caudale. Il a la forme d'un fuseau aplati et va se terminer en pointe sur le troisième

trochanter. Chez l'Ornithorynque, ce muscle se fixe au troisième trochanter. Il vient des apophyses des trois vertèbres sacrées et de l'angle interne de la crête iliaque.

Immédiatement au-dessous du grand fessier, on trouve chez l'Echidné un faisceau charnu qui est séparé de ce muscle par le grand nerf sciatique et qui s'insère avec lui sur le troisième trochanter. Il s'attache aux apophyses transverses des deux premières caudales. Chez l'Ornithorynque, ce muscle s'attache à l'apophyse transverse de la première caudale et à la face postérieure du troisième trochanter.

Le système des adducteurs proprement dits se compose, chez l'Ornithorynque, de trois faisceaux: 1° Un petit faisceau grêle qui vient de l'éminence iléo-pectinée, où il se fixe par un tendon et qui va s'insérer au tiers inférieur de la ligne âpre (bord interne du fémur). 2° Un large faisceau rayonné qui s'insère sur la symphyse ischio-pubienne et sur la base de l'os marsupial; il va se fixer sur la moitié inférieure de la ligne âpre et sur le condyle interne du fémur. 3° Un faisceau ischiatique qui s'attache à toute la courbure de l'ischion, depuis la tubérosité jusqu'à la symphyse; il vient s'unir à la face profonde du précédent pour s'insérer avec lui sur le fémur en s'étendant un peu sur la face postérieure. Il en est de même chez l'Echidné.

Le *demi-membraneux*, qui n'est en réalité qu'un faisceau tibial du système des adducteurs, ne mérite pas ce nom chez l'Ornithorynque, où il est entièrement charnu. Il se fixe à la lèvre externe de la tubérosité de l'ischion et se termine par un tendon plat et large d'un centimètre, derrière le ligament latéral interne, sur la tubérosité interne du tibia et sur la partie supérieure d'une crête qui limite le muscle poplité.

Chez l'Echidné, le muscle est beaucoup plus fort. Son tendon glisse sous le ligament latéral interne et se fixe à la tubérosité interne du tibia.

Le *demi-tendineux*, tout charnu chez l'Ornithorynque, s'attache à la tubérosité de l'ischion. Il s'insère au-dessous du demi-membraneux, dans l'espace de 5 millimètres seulement, à la partie inférieure de la même crête.

Chez l'Echidné, ce muscle vient de la ligne moyenne de la tubérosité de l'ischion et son attache tibiale se fait sur la *face postérieure du tibia*, à 2 centimètres et demi au-des-

sous de la tubérosité interne, sur une ligne oblique longue d'un centimètre environ.

Le *droit interne*, chez l'Echidné, s'attache à toute la symphyse pubienne et aux deux tiers internes de l'os marsupial. Il reste charnu jusqu'à une faible distance du tibia et se termine par un tendon plat qui s'attache à la *face postérieure* du tibia dans l'étendue d'un demi-centimètre, immédiatement au-dessous du demi-tendineux.

L'insertion du droit interne et du demi-tendineux sur la face postérieure du tibia, chez l'Echidné, fait penser à la disposition que nous avons signalée chez la Roussette d'Edwards. Mais il y a cette différence que, chez l'Echidné, ces muscles restent placés, comme d'habitude, en dedans du jumeau interne, tandis que, chez la Roussette, ils s'engagent entre les muscles jumeaux.

Chez l'Ornithorynque, le droit interne s'attache au bassin par deux faisceaux séparés. Le plus superficiel de ces faisceaux s'attache à toute l'étendue du bord interne (convexe) de l'os marsupial, puis à toute la symphyse ischio-pubienne, et enfin à un raphé fibreux long de 5 millimètres, sur lequel il entre-croise ses fibres avec celui du côté opposé. Le faisceau profond vient de la branche de l'ischion. Ainsi formé, le droit interne se porte sur le tibia immédiatement au-dessous du ligament latéral interne et se termine par un tendon plat sur une crête de son bord antérieur. Avant de se fixer, il glisse sur une surface qui sépare cette crête de celle qui limite le poplité.

Le *couturier*, chez l'Ornithorynque, vient tout entier de l'éminence iléo-pectinée, où il s'attache par un tendon plat; il va se fixer sur la tubérosité antérieure du tibia par un tendon aponévrotique, qui glisse sur la tubérosité interne, dont il est séparé par une synoviale. Cette surface lisse sépare l'insertion du couturier de celle du demi-membraneux. Il en est de même chez l'Echidné, seulement l'insertion du couturier couvre presque toute l'éminence iléo-pectinée.

Chez ces animaux, le couturier ne reçoit aucun faisceau de l'iléon. Par conséquent, des deux faisceaux que l'on rencontre chez les Pachydermes et les Ruminants, celui de l'éminence iléo-pectinée est seul réalisé dans les deux espèces connues d'Ornithodelphes.

Le *biceps fémoral,* chez l'Echidné, s'attache par une extrémité épaisse et ramassée à la partie postérieure de la tubérosité de l'ischion. Il s'étale ensuite en un vaste éventail charnu, qui va se fixer sur la rotule, sur la tubérosité antérieure du tibia, et enfin sur l'aponévrose jambière, par laquelle il se rattache au bord antérieur du tibia et au calcanéum. Le bord inférieur descend jusqu'au milieu de la jambe.

Chez l'Ornithorynque, le biceps naît du tubercule terminal de l'ischion. Il s'attache par les fibres de son bord supérieur à l'angle antérieur de la grande apophyse du péroné, puis, par des fibres aponévrotiques, au ligament qui unit le péroné à la rotule. Il s'attache en outre à la rotule, à la tubérosité antérieure du tibia, et enfin à l'aponévrose jambière.

Ce muscle biceps est complétement séparé du grand fessier.

Outre ces muscles, on observe encore chez les Ornithodelphes des faisceaux remarquables qui viennent du sacrum et des premières vertèbres caudales et se rendent à la fois sur le péroné et sur le tibia. Nous trouvons chez l'Echidné : 1° un muscle péronéo-coccygien, lame charnue qui se détache des apophyses épineuses de la troisième sacrée et des trois premières caudales. Il va se fixer au tiers moyen du bord antérieur du péroné, et, par son bord inférieur, se continue avec l'aponévrose jambière jusqu'au calcanéum. Il recouvre le biceps; 2° un muscle tibio-péronéo-coccygien, qui naît des apophyses transverses des quatrième, cinquième et sixième caudales, et va se terminer par deux digitations, l'une qui s'unit au bord inférieur du précédent et gagne avec lui le péroné; l'autre qui se dirige vers le tibia et s'attache à la face postérieure de cet os par un tendon aponévrotique immédiatement au-dessous du droit interne. L'attache principale de ce muscle se fait aux apophyses transverses; mais il adhère en outre à un fascia aponévrotique qui recouvre les muscles inférieurs de la queue ainsi que le releveur de l'anus, et s'unit à celui du côté opposé; il y a ainsi une continuité entre les deux muscles symétriques; de là le nom de muscle intertibial donné par Meckel à leur ensemble, dénomination qui ne nous paraît pas devoir être conservée, parce qu'elle n'est relative qu'à un caractère accessoire.

Chez l'Ornithorynque, le premier de ces muscles s'attache aux apophyses épineuses des trois vertèbres sacrées et de la première caudale ; le second aux apophyses transverses des deuxième, troisième et quatrième caudales. L'attache tibiale se fait sous le droit interne à la partie interne et postérieure du tibia; ce faisceau se continue avec l'aponévrose jambière et envoie une expansion tendineuse au jambier postérieur. L'attache péronéale se fait sur le quart inférieur du péroné par une aponévrose dont la partie principale se rend au calcanéum.

Triceps fémoral. — Le *droit antérieur* de la cuisse dans l'Ornithornyque s'insère comme d'habitude à l'épine iliaque antérieure et inférieure et au bourrelet cotyloïdien. Cette dernière attache se fait par des fibres charnues. Il se fixe à la face supérieure de la rotule et adhère à peine au vaste interne et au vaste externe. Le *vaste externe* est indépendant du vaste interne ; il s'attache à la face externe et à la face antérieure du fémur ; l'*interne* à la face antérieure en dedans de l'iliaque. Ils se fixent aux faces latérales de la rotule.

Dans l'Échidné, le droit antérieur n'adhère pas au bourrelet cotyloïdien, le vaste externe laisse à nu la moitié du bord externe du fémur dans la partie contre laquelle peut frotter la grande apophyse du péroné.

Le *poplité* est très-développé chez l'Echidné. Il se fixe à la partie antérieure de la face interne du péroné, et ses fibres se portent, les supérieures presque transversalement, les inférieures de plus en plus obliquement, sur la face postérieure du tibia, jusque très-près de l'épiphyse inférieure. Au niveau de l'insertion du demi-tendineux, il y a un angle rentrant entre les fibres du poplité.

Ce muscle produit chez l'Echidné un véritable mouvement de pronation du tibia sur le péroné.

Chez l'Ornithorynque, le poplité se fixe seulement à l'angle antérieur et au bord interosseux de la grande apophyse du péroné ; il s'attache d'autre part au tiers supérieur du tibia, mais n'est pas continué dans le reste de l'espace interosseux. Son insertion tibiale se fait dans une fossette triangulaire limitée en avant par un bord saillant.

Les muscles interosseux du pied s'attachent aux ligaments plantaires du tarse, d'où ils rayonnent vers les doigts. Il y

en a un pour le côté externe du pouce, un pour le côté interne du cinquième doigt. L'adducteur du pouce vient d'un sésamoïde que nous décrirons plus loin; l'abducteur du cinquième doigt de la concavité externe du calcanéum.

Le *jambier antérieur* chez l'Ornithorynque a deux origines, L'une d'elles s'insère sur la tubérosité antérieure du tibia. sur la tubérosité externe et sur l'intervalle qui les sépare; l'autre sur le bord antérieur et sur la face externe de la rotule, sur le ligament qui unit la rotule à l'apophyse du péroné, et enfin sur l'angle supérieur et interne de cette apophyse. Il n'a aucune relation avec le fémur. Le premier faisceau se termine par un tendon sur lequel les fibres du second faisceau viennent s'insérer obliquement. Le tendon suit la courbure du tibia, passe en dehors de la malléole interne, et va se terminer sur le premier cunéiforme en donnant une petite expansion au premier métatarsien.

Chez l'Echidné, ce muscle naît par une seule tête de la tubérosité antérieure et du quart supérieur de la face antérieure et externe du tibia, suit la torsion de cette face, et se termine, un peu au-dessus de la malléole interne, par un tendon qui va se fixer sur un tubercule dorsal et antérieur du premier cunéiforme, puis par une expansion sur la base du deuxième métatarsien, sans rien donner au premier.

L'*extenseur propre du pouce* chez l'Ornithorynque s'attache à l'angle antérieur de la grande apophyse du péroné, au ligament qui ferme l'échancrure de cette apophyse et à la tête du péroné au-dessous du ligament latéral externe. Placé un peu en dehors du muscle précédent, il devient tendineux dans le quart inférieur de la jambe. Ce tendon, maintenu par une bride fibreuse dans la gouttière dorsale du tibia, croise en le recouvrant le tendon du jambier antérieur, se place à la face dorsale du premier métatarsien, dans l'axe de cet os et se termine sur la base de la phalange terminale.

Chez l'Echidné, ce muscle s'attache à l'intervalle qui sépare la tubérosité antérieure du tibia de la tubérosité externe, à cette tubérosité et à la tête du péroné.

L'*extenseur superficiel des doigts* (qui est en série avec le muscle précédent) se compose chez l'Ornithorynque de deux faisceaux. L'un s'attache au ligament qui ferme l'échancrure de la grande apophyse du péroné et, sur la tête du péroné,

à la petite crête qui limite en arrière l'insertion du muscle précédent; ce faisceau fournit le tendon du second doigt. L'autre s'attache à l'aponévrose qui comble l'échancrure de la grande apophyse et la tête du péroné dans la concavité qui est en arrière de la crête ; il fournit les tendons du troisième, du quatrième et du cinquième doigt. Les deux muscles sont accolés l'un à l'autre et deviennent tendineux dans le quart inférieur de la jambe. Les tendons réunis glissent sur l'astragale dans une gouttière limitée en dehors par une saillie de cet os et s'étalent sur le métacarpe, où ils sont reliés entre eux par des expansions aponévrotiques.

Chez l'Echidné, nous trouvons un premier faisceau qui s'attache au tiers supérieur de la diaphyse du péroné. Son tendon glisse sur le bord interosseux du tibia, et va se fixer sur la troisième phalange du deuxième doigt. Un second faisceau, inséré aux mêmes points du péroné et en outre à toute sa surface externe, fournit aux trois autres doigts.

Nous voyons ici, comme chez les Makis, l'extenseur commun divisé en deux faisceaux; mais, chez les Makis, l'un de ces faisceaux fournit au deuxième et au troisième doigt, l'autre au quatrième et au cinquième.

Extenseur latéral des doigts. — Le *pédieux* n'existe pas chez les Ornithodelphes; mais il est remplacé par un extenseur latéral qui se fixe à presque toute la face externe de la grande apophyse du péroné. Arrivé au métatarse, le tendon s'étale en une large aponévrose, qui se divise pour fournir des tendons à tous les doigts, le pouce et le cinquième doigt compris. Il n'envoie néanmoins au cinquième doigt qu'un filet très-grêle qui s'unit au tendon du *court péronier latéral.* Ce dernier muscle vient du tubercule postérieur de la grande apophyse du péroné. Il ne donne rien au tarse, et se rend directement au cinquième doigt. Tous ces tendons vont au côté externe de la base de la première phalange, et se continuent jusqu'à la troisième avec ceux de l'extenseur direct.

Avant d'atteindre la troisième phalange, les tendons extenseurs contiennent dans leur épaisseur une petite rotule chez l'Ornithorynque.

Il nous reste à décrire les muscles longs de la face plantaire du pied.

Le *long péronier* s'attache au bord postérieur et au bord

supérieur de la grande apophyse du péroné chez l'Ornithorynque ; au tiers supérieur de la face externe de cette apophyse chez l'Echidné; son tendon passe au-devant de la malléole externe, il glisse sur le calcanéum en dedans du tubercule antérieur de son apophyse chez l'Ornithorynque, du tubercule interne chez l'Echidné, se réfléchit sur le cuboïde et se termine sur la base du premier métatarsien.

Gastrocnémiens. — On trouve, chez l'Ornithorynque, un *jumeau interne* assez grêle, qui s'attache à la face postérieure du fémur immédiatement en arrière du condyle interne ; il se dirige obliquement en dehors, devient tendineux, et, vers le milieu de la jambe, s'unit au *jumeau externe*, qui est beaucoup plus fort. Celui-ci s'attache à la face interne de la grande apophyse du péroné, près de son sommet. Quoique attaché au péroné, ce muscle est bien réellement un jumeau externe; ce fait devient évident si l'on retrouve, suivant l'opinion très-judicieuse de Cuvier, dans l'apophyse du péroné, le sésamoïde externe si développé chez les Didelphes. Le tendon du jumeau externe s'applique à la face profonde de celui du jumeau interne; ils forment par leur réunion un tendon d'Achille, plat et étroit, qui occupe le tiers inférieur de la jambe, et va se terminer sur le tubercule postérieur de l'apophyse du calcanéum.

Chez l'Echidné, le jumeau externe se fixe uniquement à l'angle postérieur de l'apophyse du péroné. Il est moins volumineux que l'interne. Ces deux muscles se terminent dès la moitié de la jambe par deux longs tendons qui restent complétement indépendants l'un de l'autre jusqu'au calcanéum, qu'ils atteignent ensemble. En ce point, le tendon interne croise et recouvre le tendon externe.

Nous ne trouvons aucune trace de *soléaire.*

Le *jambier postérieur*, dans l'Ornithorynque, s'attache, sous le jumeau interne, à la moitié postérieure du bord supérieur de l'apophyse du péroné, puis à la face interne de cette apophyse; il se cache dans l'espace interosseux sans adhérer au tibia, puis s'applique à la face postérieure de cet os, et va se fixer au tubercule plantaire de l'astragale. Chez l'Echidné, il s'attache à la face interne de l'apophyse du péroné et aux deux tiers supérieurs de la diaphyse de cet os.

Ce jambier postérieur a l'aspect d'un grand palmaire. Un autre muscle rappelle, par sa physionomie, celle du petit palmaire. Ce muscle, très-grêle, s'attache, chez l'Echidné, à l'angle antérieur de l'apophyse du péroné. Il émet un tendon grêle qui se place en dedans du jambier postérieur, passe dans une gaîne en dedans de l'os de l'éperon, et va se terminer au côté interne de la base de la première phalange du pouce. Chez l'Ornithorynque, ce petit muscle s'attache à l'angle antérieur et au bord interosseux de l'apophyse du péroné; son tendon croise en la recouvrant l'expansion fibreuse que le tibio-coccygien envoie au jambier antérieur, se place à la face plantaire du tarse, et va se terminer sur un sésamoïde triangulaire appliqué à une concavité du premier cunéiforme. Des ligaments rattachent ce sésamoïde à la pointe du deuxième cunéiforme, au premier cunéiforme et à la base du premier métatarsien. Ce sésamoïde donne encore attache à l'adducteur du pouce. Doit-on retrouver dans ce muscle un *plantaire grêle?* Nous hésitons sur ce point.

Le *fléchisseur des troisièmes phalanges* s'attache, chez l'Echidné, à la concavité postérieure de l'apophyse du péroné, puis à la face postérieure de cet os, en dedans du long péronier. Il fournit des tendons aux cinq doigts. Le tendon commun est maintenu par un frein charnu, qui est la *chair carrée* et qui se fixe sur la concavité du calcanéum. Il n'y a pas de fléchisseur des deuxièmes phalanges.

Chez l'Ornithorynque, le fléchisseur des troisièmes phalanges s'attache au tubercule postérieur de l'apophyse du péroné, à son bord postérieur, ainsi qu'à la moitié supérieure du bord externe et de la face postérieure du péroné. Les tendons des deuxièmes phalanges du deuxième et du troisième doigt sont fournis par un petit corps charnu inséré sur l'éventail tendineux du fléchisseur profond, et principalement sur les tendons du pouce et du deuxième doigt. Les tendons des deuxièmes phalanges du quatrième et du cinquième doigt sont fournis par un petit corps charnu inséré sur le tubercule postérieur de l'apophyse du calcanéum, immédiatement au-dessous du tendon d'Achille.

Le tendon commun est rattaché au tarse par deux freins insérés sur sa face profonde. L'un de ces freins est une forte bride fibreuse qui se fixe sur le tubercule postérieur

de l'apophyse du calcanéum. L'autre frein est charnu, c'est la chair carrée, qui est large et épaisse, et qui se fixe sur toute la concavité qui sépare les deux tubercules de l'apophyse du calcanéum, ainsi que sur le tubercule antérieur, qu'elle coiffe entièrement.

Nous terminerons par les appendices de la tête, c'est-à-dire par les mâchoires.

Deux faits importants caractérisent le maxillaire inférieur de l'Ornithorynque, si remarquable d'ailleurs par les détails de sa forme. L'un de ces faits consiste en ce que cet os n'est uni à celui du côté opposé que par une symphyse très-flexible qui permet une grande mobilité. L'autre fait consiste dans la forme du condyle, qui se présente sous l'aspect d'une tête ellipsoïde à grand diamètre transversal, laquelle est reçue dans une cavité creusée sous la racine inférieure de l'arcade zygomatique. Par suite de cette forme du condyle et grâce à la flexibilité de la symphyse , le maxillaire exécute facilement des mouvements de roulement latéral ou de roulis qui le portent tantôt de dedans en dehors, tantôt de dehors en dedans, et les deux maxillaires peuvent exécuter ces deux mouvements en sens inverse l'un de l'autre, c'est-à-dire symétriquement. Cette disposition explique la rapidité excessive des mouvements du maxillaire inférieur de l'Ornithorynque, rapidité qui devient presque une trépidation, ainsi que M. Jules Verreaux l'a observé sur de nombreux individus qu'il gardés en captivité pendant son séjour en Australie. Ce savant zoologiste a également observé que ces animaux, lorsqu'il les nourrissait de Mollusques à coquilles, rejetaient les débris broyés des coquilles et n'avalaient que les parties molles. Le mode de mouvement que je signale ici explique la manière dont se fait ce broiement. En effet, le maxillaire inférieur présente, vers le milieu de sa longueur, une dent cornée longue et large, marquée de deux sillons transversaux, mais surtout divisée par un sillon antéro-postérieur en une colline externe et une colline interne. Cette dent s'applique à une dent semblable située sous la base du maxillaire supérieur, et elles s'emboîtent de telle sorte que la colline externe de la dent inférieure s'enfonce dans le sillon de la dent supérieure, et la colline interne de la dent supérieure dans le sillon de la dent inférieure.

Précisément en dehors de ces dents se trouve l'abat-joue, dans lequel l'animal accumule ses aliments et d'où il peut les faire passer peu à peu sous cette espèce de laminoir. Ce mode de mouvement pourrait aussi expliquer l'utilité de ces longues dents cornées en forme de stylets que l'on voit appliquées au palais de l'Ornithorynque.

Chez l'Echidné, dont les maxillaires inférieurs sont réduits à de longs stylets osseux, la symphyse est également mobile et les condyles sont représentés par de petites surfaces arrondies.

La disposition des muscles, chez l'Ornithorynque, est en rapport avec les faits que nous venons de signaler. Il y a un muscle *temporal* très-vigoureux qui s'attache à toute la fosse temporale (en avant de la racine supérieure de l'arcade zygomatique, sous cette racine, et enfin en arrière de cette racine). Toutes ses fibres convergent sur un tendon qui se fixe à une petite saillie apophysaire, indigne du nom d'apophyse coronoïde, située en avant de la fossette externe du maxillaire inférieur.

Le *masséter* est également très-vigoureux. Il s'attache à presque toute la face externe de l'arcade zygomatique. Il s'insère d'autre part sur toute la fossette externe du maxillaire inférieur dont il remplit la cavité, et , en avant de cette fossette, à la même apophyse que le temporal.

Le *ptérygoïdien* n'est pas moins développé. Il s'attache à toute la fosse ptérygoïdienne et va s'insérer sur toute la fossette interne du maxillaire inférieur, ainsi qu'à une petite apophyse qui s'élève en avant de cette fossette.

Le *digastrique*, encore très-vigoureux, s'attache, derrière le condyle, à toute la face postérieure et externe de la racine inférieure de l'arcade zygomatique et à la face antérieure et externe de l'apophyse mastoïde, qui se montre sous la forme d'une petite écaille osseuse. Il s'attache à la face inférieure du maxillaire dans l'espace qui sépare les deux fossettes.

Chez l'Echidné, ces muscles sont beaucoup moins vigoureux, le temporal est caché en grande partie sous la racine supérieure de l'arcade zygomatique. Le ptérygoïdien peut être facilement divisé en un faisceau externe et un faisceau interne.

Je réserve pour une autre communication la description

des muscles très-compliqués qui vont de l'os hyoïde à la mâchoire inférieure et de ceux qui meuvent les lèvres.

Dans cette note, déjà fort longue, je me suis abstenu de répéter un certain nombre de faits indiqués dans d'autres travaux et principalement dans ceux de Meckel (1) et de M. R. Owen (2). Les détails sur lesquels j'ai insisté, tout en montrant de grandes ressemblances entre l'Ornithorynque et l'Echidné, font voir aussi de telles différences que, pour combler l'espace qui les sépare, il faudrait certainement un grand nombre d'espèces intermédiaires.

Il me semble aussi résulter de cette étude que si, d'une part, à ne considérer que quelques grands traits, les Ornithodelphes nous apparaissent comme intermédiaires entre les autres Mammifères d'un côté, et d'un autre côté les Reptiles et les Oiseaux, il est pourtant impossible, dans l'état actuel de la science, de combler l'immense lacune qui les sépare de ces deux classes d'animaux vertébrés.

Sur la composition du sang qui sort des reins et du sang qui sort du foie, par M. Vulpian.

Dans le cours de mes leçons sur la circulation et sur la digestion, j'ai été amené à répéter les expériences qui avaient été faites sur la composition du sang de la veine rénale et du sang des veines hépatiques. On sait que Lehmann avait constaté, sur le Cheval et sur le Chien, que le sang qui sort du foie ne renferme plus de fibrine ; M. Brown-Séquard était arrivé au même résultat. D'autre part, Franz Simon, M. Cl. Bernard, M. Brown-Séquard, avaient vu qu'il en est de même du sang qui sort des reins; ce sang serait dépourvu de fibrine ou n'en contiendrait que des traces.

---

(1) *Orn. parad. descr. anat.*
(2) *Cyclop. of anat. and physiol.*, etc.

a. Pour ce qui concerne le sang de la veine rénale, j'ai constamment obtenu chez le Chien un résultat différent de celui qui a été trouvé par les physiologistes que je viens de citer. Cependant, au moment où le sang de la veine rénale était recueilli, ce sang offrait la teinte rouge qui correspond à l'état de fonctionnement de la glande. Ce sang a toujours été retiré de la veine, après qu'on avait mis préalablement une forte serre-fine sur cette veine près de son embouchure dans la veine cave, de façon à empêcher le mélange du sang du rein avec le sang de ce dernier vaisseau. Le sang ainsi recueilli s'est coagulé ordinairement en moins de deux minutes; et, dans quelques cas seulement, on a remarqué un retrait moins rapide du caillot que dans du sang pris dans une autre veine sur le même Chien. Pourquoi cette différence entre les résultats que j'ai obtenus et ceux qui ont été publiés par divers observateurs? Je n'ai jusqu'ici trouvé aucune réponse satisfaisante à cette question.

b. Le sang des veines hépatiques a été recueilli dans des conditions très-variées, et il s'est le plus souvent coagulé aussi rapidement que celui de la veine cave. Dans quelques cas seulement la coagulation n'a pas eu lieu, et cela dans les conditions suivantes : Le foie était enlevé rapidement, la veine cave et l'embouchure des veines hépatiques dans cette veine étant tenues comprimées entre les doigts de façon à empêcher l'écoulement du sang contenu dans le foie. Puis l'organe étant séparé complétement du corps, on cessait de comprimer les veines et on laissait couler dans un vase le sang des veines hépatiques. Le sang recueilli de cette façon se coagule parfois, mais d'autres fois on l'a vu rester indéfiniment fluide. Or, au moment même où ce sang tombait dans le vase destiné à le recueillir, il était facile de constater qu'il était profondément modifié. Il était d'une coloration rouge sombre violacé, analogue comme aspect à ce *sang dissous* que l'on trouve dans le cœur et les gros vaisseaux des individus morts de certaines maladies toxémiques. Ce sang était-il mis dans un tube-éprouvette, les globules s'abaissaient peu à peu, mais le sérum qui formait la partie supérieure du liquide était encore fortement coloré en rouge sombre. L'examen microscopique montrait qu'un grand nombre de globules avaient disparu; ceux qui restaient étaient altérés,

rapetissés, sphéroïdaux, un peu framboisés. Ce qui est bien à noter, c'est que cette profonde altération du sang s'est produite le foie vivant pour ainsi dire encore, puisqu'il venait d'être séparé de l'animal avant sa mort. Un peu plus tard, au bout de quinze minutes environ, les quelques gouttes de sang que l'on pouvait encore retirer des veines hépatiques se sont promptement coagulées ; du moins cela s'est ainsi passé dans un cas.

Il semble donc que l'incoagulabilité du sang des veines hépatiques, qui a été indiquée par divers physiologistes n'est pas un caractère constant de ce sang, mais bien un caractère accidentel qui tient à une modification considérable du sang. A quoi est due cette modification? C'est là un sujet de recherches que je me propose de poursuivre. Il y a, en tous cas, deux causes auxquelles on pouvait penser *a priori*, et qui doivent être éliminées : c'est le mélange du sang avec de la bile, ou sa trop grande richesse en glycose. L'addition directe de bile ou de glycose de diabète à du sang de Chien n'a rien produit de semblable à ce qui a été observé dans les cas en question.

Le point sur lequel j'appelle surtout l'attention, c'est qu'un trouble des fonctions du foie, trouble qui, dans ces expériences, précède la mort de cet organe, détermine une altération du sang, analogue à celle que produisent les maladies dites toxémiques, et que, par conséquent, c'est probablement dans une affection hépatique concomitante qu'il faut sans doute chercher la cause de la modification du sang déterminée par ces maladies.

J'ai aussi répété les expériences de M. Pavy, de MM. Meissner et Jaeger, de M. Schiff, sur la glycogénie hépatique. Il est possible que, dans les conditions où se sont placés ces physiologistes, on ne trouve de glycose ni dans le foie, ni dans le sang des veines hépatiques. Mais, suivant moi, il n'y a pas lieu de conclure avec eux que la transformation de la matière glycogène du foie en sucre n'a pas lieu pendant la vie : il faut cependant admettre que cette transformation ne s'opère, à l'état normal, que sur de faibles proportions. On comprendra facilement qu'il puisse en être ainsi, si l'on réfléchit à ce qui se passe pour certains poisons très-actifs, la strychnine, le curare, qui, après avoir été absorbés à dose

suffisante pour produire la mort, peuvent ne pas se retrouver dans le sang, alors qu'on en décèle facilement la présence dans l'urine. De même, le sang des veines hépatiques peut recevoir incessamment des quantités extrêmement faibles de glycose, quantités suffisantes pour assurer le renouvellement de la matière glycogène, insuffisantes pour qu'avec nos moyens actuels d'analyse ou de recherches nous puissions les reconnaître dans le sang qui sort du foie ou dans le foie lui-même.

IMPRIMERIE CENTRALE DES CHEMINS DE FER.—A. CHAIX ET Cᵉ, RUE BERGÈRE, 20—366-8.

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS.

Séance du 19 octobre 1867.

PRÉSIDENCE DE M. PUEL.

M. Fischer fait une communication relative à quelques points de l'histoire naturelle des Céphalopodes et décrit le procédé par lequel les Poulpes tuent les Crustacés et les Mollusques qui leur servent de proie.

M. Moreau relate ses expériences sur les effets de la destruction des nerfs se rendant aux anses intestinales.

Séance du 26 octobre 1867.

PRÉSIDENCE DE M. PUEL.

M. Transon développe quelques propositions au sujet de la séparation des racines.

A la suite de cette communication, MM. de la Gournerie, Moutard, Laguerre prennent la parole pour présenter des observations.

Sur quelques propriétés relatives à la courbure des surfaces, par M. P. Gilbert.

J'aurai besoin, pour énoncer commodément ces propriétés, d'introduire quelques expressions inusitées.

I. Si, partant d'un point M sur une surface, on mène les plans tangents en deux points infiniment voisins M et M', et si l'on divise l'angle des deux plans par la distance MM' de ces deux points, j'appelle le rapport ainsi obtenu : *la courbure de la surface suivant la direction* MM'. La considération de l'angle de deux normales infiniment voisines, dont M. Bertrand a montré l'importance, justifie l'emploi d'une désignation particulière.

Nommons R', R'' les rayons de courbure principaux en M; $\frac{1}{r}$ la courbure de la surface suivant une direction MM', α et α' les angles que cette direction et sa conjuguée font respectivement avec la section principale de rayon R'. On établit sans peine les relations :

$$\frac{\sin \alpha'}{r^2} = \frac{\cos \alpha}{R'} \quad , \quad \frac{\cos \alpha'}{r} = -\frac{\sin \alpha}{R''} \; ,$$

d'où découlent immédiatement celles-ci :

$$\text{(A)} \qquad \frac{1}{r} = \frac{\cos^2 \alpha}{R'^2} + \frac{\sin^2 \alpha}{R''^2} \qquad \text{(M. Bertrand)};$$

(B) $\tan \alpha \tan \alpha' = -\frac{R''}{R'}$, qui caractérise deux directions conjuguées dans l'indicatrice. On peut aussi remarquer que l'on a :

$$r^2 = R'^2 \sin^2 \alpha' + R''^2 \cos^2 \alpha'.$$

Soit $\frac{1}{r}$ la courbure de la surface suivant la direction conjuguée de MM'; on a :

$$\frac{1}{r\,r'} = \frac{1}{R'\,R''},$$

ce qui est, suivant Gauss, la *mesure de courbure* de la surface au point M. Donc, le *produit des courbures d'une surface suivant deux directions conjuguées est constant pour un même point, et vaut la mesure de courbure de la surface en ce point*, ce qui renferme comme cas particulier une proposition de M. Bonnet (*Journal de l'École polytech.*, XXXIIe cahier, p. 18).

Prenons sur la surface deux directions MM_1, MM_2, faisant entre elles un angle quelconque θ ; soient $\frac{1}{r_1}$, $\frac{1}{r_2}$, les courbures de la surface suivant ces deux directions, ζ l'angle compris entre les tangentes conjuguées respectivement à MM_1, MM_2. J'établis la relation :

$$\text{(C)} \qquad \frac{\sin\zeta}{r_1\,r_2} = \frac{\sin\theta}{R'\,R''}.$$

Supposons l'angle θ infiniment petit et substituons les angles aux sinus, il viendra :

$$\frac{1}{R'\,R''} = \frac{1}{r^2}\,\frac{d\,\zeta}{d\,\theta},$$

ce que l'on peut formuler ainsi : *La mesure de courbure en un point est égale au carré de la courbure de la surface suivant une direction arbitraire, divisé par le rapport des déplacements infiniment petits simultanés de cette direction et de sa conjuguée.* En appliquant cela à une surface gauche, on voit que la mesure de courbure de la surface, en un point M, vaut le carré de la courbure de la surface suivant la génératrice rectiligne qui passe par ce point.

— Soient MG_1, MG_2, les directions respectivement conjuguées à MM_1, MM_2. On a l'égalité :

$$r_1 \sin(M_1, G_2) = r_2 \sin(M_2, G_1),$$

c'est-à-dire que *les courbures de la surface suivant deux*

directions quelconques sont entre elles comme les sinus des angles respectifs que chacune de ces directions fait avec la conjuguée de l'autre.

On peut énoncer cette relation sous la forme suivante : Par deux points M_1 et M_2, pris à des distances égales et infiniment petites d'un point M sur la surface, on mène à celle-ci des normales; on projette chacune de ces normales sur le plan passant par le point de départ de l'autre et par la normale en M : ces projections seront également inclinées sur la normale en M.

Lorsque les directions MM_1, MM_2 sont rectangulaires, on retombe sur un théorème bien connu, dû à M. Bertrand.

II. On peut remarquer, comme conséquence de l'équation (A), que si l'on construit une ellipse dont les demi-axes, dirigés suivant les tangentes aux sections principales, soient égaux aux rayons de courbure correspondants R′, R″, le rayon vecteur de cette ellipse pour une direction quelconque sera égal à r, et mesurera la courbure de la surface suivant cette direction. Mais cette ellipse n'est autre que l'indicatrice dont on remplacerait les demi-axes par leurs carrés, et les propositions précédentes donnent immédiatement les suivantes relatives aux coniques, et que l'on peut d'ailleurs démontrer directement :

Construisons deux ellipses P *et* P′ *telles que les demi-axes de la première coïncident en direction avec ceux de la seconde, mais soient respectivement proportionnels à leurs carrés :*

1° Le parallélogramme construit sur deux demi-diamètres quelconques D_1 *et* D_2 *de l'ellipse* P *vaut le parallélogramme construit sur les demi-axes de cette ellipse, assemblés sous l'angle* ζ *que forment entre eux les conjugués respectifs de* D_1 *et* D_2 *dans l'ellipse* P′. C'est une généralisation d'un théorème connu sur les diamètres conjugués de l'ellipse, car :

2° Lorsque les diamètres D_1 *et* D_2 *sont conjugués dans l'ellipse* P, *leurs conjugués respectifs dans l'ellipse* P′ *se coupent à angle droit*, et l'on retranche sur la propriété connue.

3° Le secteur elliptique compris entre deux demi-diamètres D_1 *et* D_2 *dans l'ellipse* P, *est proportionnel à l'angle*

ζ, *ou à la courbure de l'arc qu'ils interceptent sur l'ellipse* P′, et en rapprochant ceci du théorème des aires :

4° *Lorsqu'un point décrit une ellipse* P *par l'action d'une force dirigée vers son centre, le rayon vecteur conjugué, par rapport à l'ellipse* P′, *de celui qui passe par le point mobile, tourne autour du centre d'un mouvement uniforme.*

5° *Les perpendiculaires abaissées des extrémités de deux diamètres quelconques* D_1 *et* D_2 *de l'ellipse* P, *sur les directions qui leur sont réciproquement conjuguées dans l'ellipse* P′, *sont égales entre elles.*

Je n'ai parlé que de l'ellipse : on verra sans peine comment les énoncés devraient être modifiés pour l'hyperbole.

III. Concevons maintenant que la surface soit partagée en éléments infiniment petits par deux systèmes de courbes c_1 et c_2. A partir d'un point M, on prend sur la ligne c_2 qui passe par ce point un arc infiniment petit $MM_2 = ds_2$ et l'on mène, aux points M et M_2, des tangentes aux courbes c_1 qui correspondent à ces deux points. L'angle infinitésimal de ces tangentes, divisé par la distance ds_2 de leurs points de contact, sera *la déviation des courbes* c_1 *suivant la direction* c_2 ; en la représentant par $\frac{1}{\delta_1}$, δ_1 sera le *rayon de déviation*, qu'il faut concevoir parallèle au plan des deux tangentes infiniment voisines et normal à la première (*). On déterminerait de même la déviation $\frac{1}{\delta_2}$ des courbes c_2 en prenant sur la ligne c_1 un arc infiniment petit $MM_1 = ds_1$.

Cela posé, je désigne par $\frac{1}{\rho_1}$, $\frac{1}{\rho_2}$ les courbures respectives des lignes c_1 et c_2, au point M ; par $\frac{1}{g_1}$, $\frac{1}{g_2}$ leurs courbures géodésiques; par θ l'angle d'intersection des deux courbes ; par MP_1 une direction perpendiculaire à MM_1

(*) J'ai constaté, postérieurement aux recherches que je résume ici et grâce à une bienveillante indication de M. Mannheim, que M. l'abbé Aoust avait déjà introduit des notions analogues sous le nom de *courbure inclinée.*

dans le plan tangent en M; par les indices 1 et 2 les différenciations prises respectivement suivant les lignes c_1 et c_2. J'établis, par des considérations géométriques extrêmement simples, la relation :

$$\frac{\cos\,(\delta_1\,,\,P_1)}{\delta_1} = \frac{1}{g_2} - \frac{d\,\theta}{ds_2}\,,$$

qui montre, pour le dire en passant, que la *projection de la déviation* $\frac{1}{\delta_1}$ *sur le plan tangent en* M *reste invariable, lorsque l'on déforme la surface supposée inextensible;* et celle-ci :

$$\frac{\sin\zeta\;ds_1\,ds_2}{r_1\,r_2} = d_2\left(\frac{ds_1}{g_1}\right) - d_1\left(\frac{ds_2}{g_2}\right) + d_1\,d_2\,\theta,$$

formule remarquable, car si on la rapproche de (C), on a :

$$\text{(D)}\;\frac{\sin\theta\;ds_1\,ds_2}{R'\,R''} = d_2\left(\frac{ds_1}{g_1}\right) - d_1\left(\frac{ds_2}{g_2}\right) + d_1\,d_2\,\theta,$$

équation qui traduit sous une forme bien simple et toute géométrique l'expression compliquée que Gauss a donnée de la mesure de courbure d'une surface (*Comment. Societ. regiæ Gotting.*, rec., t. VI), et montre, comme elle, que le produit R′ R″ ne change pas lorsque l'on déforme la surface. — Pour $\theta = 90^\circ$, on retombe sur la formule de M. O. Bonnet (Mém. cité, p. 53).

— En supposant $\frac{1}{g_1} = 0$, $\frac{1}{g_2} = 0$, on a simplement :

$$\frac{\sin\theta\;ds_1\,ds_2}{R'\,R''} = d_1\,d_2\,\theta,$$

c'est-à-dire que *si une surface est découpée en éléments infiniment petits par un réseau de lignes géodésiques, la courbure totale* (Gauss) *du parallélogramme élémentaire est égale à la différentielle partielle seconde de l'angle d'intersection prise sur les deux courbes successivement.*

D'où je tire immédiatement et sans avoir besoin d'aucune formule auxiliaire le célèbre théorème de Gauss sur la courbure totale d'un triangle géodésique. La formule (D) conduit de même directement au théorème plus général de M. Bonnet sur la courbure totale du triangle formé d'arcs de courbe quelconques.

IV. J'ai obtenu divers théorèmes qui présentent de l'analogie avec les précédents. Ainsi : *Lorsque deux systèmes de courbes quelconques se croisent sur une surface, en chaque point, l'expression :*

$$\frac{\cos(\rho_1, \rho_2)}{\rho_1 \rho_2} - \frac{\cos(\delta_1, \delta_2)}{\delta_1 \delta_2},$$

c'est-à-dire le cosinus de l'angle des rayons de courbure divisé par le produit de ces rayons, moins le cosinus de l'angle des rayons de déviation divisé par le produit de ces rayons, reste invariable dans les déformations de la surface. Le théorème de Gauss est un cas particulier du précédent, car si l'on prend pour lignes c_1 et c_2 les lignes de courbure de la surface, on reconnaît d'abord, l'angle θ étant droit, que $\frac{\cos(\rho_1, \rho_2)}{\rho_1 \rho_2}$ se réduit à $\frac{1}{R' R''}$; d'autre part, les tangentes aux lignes c_1 le long d'une ligne c_2 forment une développable, les rayons de déviation tombent dans le plan tangent, et l'on a : $\cos(\delta_1, \delta_2) = 0$.

— Lorsque l'on suppose l'angle θ constant, on démontre la relation :

$$\frac{\cos(\rho_1, \rho_2)}{\rho_1 \rho_2} - \frac{\cos(\delta_1, \delta_2)}{\delta_1 \delta_2} = \frac{\sin^2 \theta}{R' R''},$$

qui est la traduction algébrique de cette propriété des trajectoires sur une surface quelconque : *Si deux systèmes de courbes se coupent sous un angle constant sur une surface, en chaque point, le cosinus de l'angle des rayons de courbure des deux courbes divisé par le produit de ces rayons, moins le cosinus de l'angle des rayons de déviation divisé par le produit de ces rayons vaut la mesure de courbure*

de la surface en ce point multipliée par le carré du sinus de l'angle d'intersection des deux systèmes.

On tire de là diverses expressions de la courbure que je développerai ailleurs.

— Si les lignes c_1, c_2 sont géodésiques, on trouve simplement :

$$\left[\frac{\cos(\rho_1, \rho_2)}{\rho_1 \rho_2} - \frac{\cos(\delta_1, \delta_2)}{\delta_1 \delta_2}\right] ds_1 \, ds_2 = - d_1 \, d_2 \cos\theta,$$

d'où il suit que si ABCD est un quadrilatère formé par quatre lignes géodésiques, on a, en étendant l'intégrale à tous les éléments de l'aire de ce polygone :

$$\iint\left[\frac{\cos(\rho_1\rho_2)}{\rho_1 \rho_2} - \frac{\cos(\delta_1\delta_2)}{\delta_1 \delta_2}\right] ds_1 ds_2 = -(\cos A + \cos B + \cos C + \cos D).$$

V. — Considérons sur une surface un arc de courbe quelconque C; faisons la somme des angles de contingence géodésique de tous les éléments de cet arc; appelons cette somme la *courbure géodésique intégrale* de l'arc C. Concevons d'autre part que l'on reporte la courbe sur une sphère de rayon 1 à la manière de Gauss, c'est-à-dire qu'aux points correspondants de la courbe C et de sa transformée C′ sur la sphère, les normales aux deux surfaces soient parallèles. Je montre, par une voie géométrique très-simple, que : *L'angle φ que fait la tangente à la courbe C avec sa conjuguée varie, quand on passe d'une extrémité à l'autre de l'arc C, d'une quantité égale à la différence entre la courbure géodesique intégrale de la transformée C′ et celle de l'arc C lui-même.*

Et comme cas particulier : *Si la courbe C est fermée, sa courbure géodésique intégrale est égale à celle de sa transformée C′ sur la sphère.* Rapprochant ceci du théorème élémentaire de M. Bonnet sur le lieu des extrémités des quadrants tangents à une courbe sur la sphère, on voit à l'instant que la courbure totale de la portion de surface limitée par le contour fermé C a pour valeur 2π, moins la courbure géodésique intégrale de ce contour, ce qui renferme évidemment le théorème général de M. Bonnet (Mém. cité, p. 131)

sur la courbure totale de la surface limitée par un contour polygonal quelconque. On a ainsi une démonstration, à peu près intuitive, du beau théorème de Gauss sur le triangle géodésique, généralisé.

Le théorème cité plus haut permet de remplacer, dans l'expression de la courbure totale d'un triangle curviligne donnée par M. Bonnet, la courbure géodésique intégrale de chacun des côtés du triangle par celle de son correspondant sur la sphère, pourvu que l'on y substitue aussi, aux angles formés par les tangentes aux sommets du triangle, les angles formés par leurs conjuguées. En sorte que si Σ désigne la courbure totale d'un triangle A B C; A_1, B_1, C_1, les angles conjugués respectivement à A, B, C; g, g', g'' les courbures géodésiques intégrales des côtés du triangle reporté sur la sphère, on a :

$$\Sigma = A_1 + B_1 + C_1 - \pi - (g + g' + g'').$$

En appliquant cette formule à quelques cas où g, g', g'' sont faciles à déterminer, on obtient des théorèmes analogues à celui de Gauss. En voici un ou deux : *La courbure totale du triangle formé sur la surface d'un ellipsoïde par trois sections diamétrales conjuguées est égale à 2π, moins la somme des angles du triangle.* — Si l'on considère sur une surface quelconque un triangle formé par trois arcs de courbe, dont chacun est tel que la normale à la surface menée par ses différents points fait un angle constant avec une direction invariable, en appelant λ cet angle et N l'angle des normales extrêmes, pour le premier côté ; λ', N', λ'', N'', les quantités correspondantes pour le second et le troisième côté, on obtient pour Σ une expression qui se réduit, lorsqu'on suppose tous ces angles très-petits, à celle-ci :

$$\Sigma = A_1 + B_1 + C_1 - \pi - (N \cot \lambda + N' \cot \lambda' + N'' \cot \lambda'').$$

Il va sans dire que pour assurer aux résultats qui précèdent la généralité convenable, il y a certaines conventions à observer sur les signes dont on doit affecter les angles et les segments : mais ces détails trouveront leur place ailleurs.

Séance du 2 novembre 1867.

PRÉSIDENCE DE M. PUEL.

M. Transon complète sa communication précédente sur la séparation des racines.

M. Alix, au sujet d'un mémoire de M. Peters sur les Roussettes (*Pteropus*), donne quelques renseignements sur l'anatomie et la zoologie de ces animaux.

M. Vaillant présente de nouvelles observations sur l'anatomie d'Annélides du groupe des Lombrics.

M. Fischer annonce l'existence de véritables dents incisives chez le Marsouin (*Phocœna*).

M. Delanoue expose ses recherches sur la composition chimique et minéralogique des sédiments charriés par le Nil.

Sur le Perichœta cingulata, *Schmarda*, par M. Léon Vaillant.

Dans son magnifique ouvrage sur les animaux invertébrés nouveaux recueillis pendant un voyage autour du monde, M. Ludwig Schmarda a établi dans la famille des Lombricins un genre fort remarquable qu'il a désigné sous le nom de *Perichœta*. Au premier coup d'œil ces animaux se distinguent des Lombrics, avec lesquels ils ont de grands rapports d'aspect, par le nombre des soies. Chez ces derniers on en trouve huit disposées le plus souvent par paires dans le segment inférieur du corps. Chez les *Perichœta* elles sont beaucoup plus nombreuses, il peut y en avoir plus de quarante, formant sur chaque anneau une ceinture qui entoure complétement l'animal.

M. de Quatrefages ayant bien voulu me charger de la dernière partie de son ouvrage sur les Annelés, j'ai cherché à rassembler tous les documents que j'ai pu obtenir sur les Lombricins en particulier, et la collection du Muséum entre

autres a été fort libéralement mise à ma disposition. Parmi les échantillons qu'elle renferme, j'en remarquai plusieurs qui me frappèrent par leur singularité, et dès cette époque, sans connaître encore le travail cité plus haut, je crus dans mes notes devoir les séparer des véritables Lombrics; ils rentrent en effet évidemment dans le genre *Perichœta*. Ces Vers ont été envoyés de l'île Maurice en 1834, par M. Desjardins.

M. Schmarda s'étant borné à décrire l'aspect extérieur, j'eus le vif désir de vérifier si l'examen anatomique confirmerait en quelque point l'établissement de ce genre. L'obligeance de M. Lacaze-Duthiers ne m'a pas fait défaut en me mettant à même d'examiner l'un des quatre échantillons conservés dans ses collections.

Cette espèce ne me paraît pas différer du *Perichœta cingulata* de M. Schmarda. La ceinture se trouve immédiatement après le douzième anneau (en comptant ceux-ci par les rangées de soies); elle ne présente aucune trace d'annélation, ce qui, joint à d'autres considérations anatomiques, m'engage à ne la regarder que comme composée d'un seul anneau. Le nombre de ceux-ci, en totalité, est de cent-onze. Les soies sur chacun d'eux sont au nombre de trente-cinq à quarante.

Le système nerveux est assez semblable à celui des autres Lombricins pour que je ne pense pas devoir m'y arrêter ici.

Le pharynx occupe les cinq premiers anneaux; il est gros et couvert d'un tissu spongieux assimilable, autant que l'on peut en juger sur des animaux conservés depuis longtemps dans l'alcool, à celui qui entoure le pharynx du *L. terrestris* et que l'on regarde comme l'analogue des glandes salivaires. Le tube digestif se rétrécit jusqu'au septième anneau, se dilate dans le huitième en un gésier remarquablement musculeux; à partir de ce point, ce n'est plus qu'un tube membraneux rendu moniliforme par la constriction des diaphragmes interannulaires. Cependant il présente dans cette portion une particularité qui mérite d'être notée, c'est l'existence de deux cœcums, dont la structure ne paraît différer en rien de celle du tube digestif, qui s'ouvrent dans la portion membraneuse à la hauteur du vingt-quatrième segment, et remontent en avant pour se terminer en cul-de-sac à la hauteur du

vingtième. Le tube digestif est rempli d'humus, ce qui indique assez que les habitudes de cet animal sont les mêmes que celles de ses analogues dans nos climats.

Je n'ai pu constater sur cet exemplaire la présence des poches latérales de la mucosité, mais les pores dorsaux sont des plus évidents.

L'appareil génital mâle est le seul que j'aie pu examiner. On rencontre dans les neuvième et dixième anneaux deux poches que leur aspect, comme leur situation, ne permet pas de méconnaître pour les testicules. Ceux-ci se réunissent de chaque côté en un canal déférent qui descend en arrière sur la paroi ventrale, en côtoyant la chaîne ganglionnaire nerveuse jusqu'au quinzième anneau, si l'on compte, comme je l'ai dit plus haut, le clitellum pour un seul anneau ; c'est, on le sait, précisément chez la grande majorité des Lombrics, la position occupée par ce que Savigny appelait les vulves, mais ce que tous les auteurs modernes considèrent comme l'orifice externe des conduits séminaux. Un fait anatomique spécial à ces êtres consiste dans la présence, au point d'abouchement à l'extérieur des canaux déférents, d'une masse d'apparence glandulaire placée également dans le quinzième anneau et qui ne me paraît avoir d'analogue chez aucun des animaux voisins. Faut-il y voir un réservoir séminal, une glande accessoire de l'appareil génital comparable à une prostate, ou tout autre organe ? C'est ce qu'on ne pourrait sans doute reconnaître que sur le vivant par l'examen des rapports exacts et du contenu de ces parties.

Depuis le cinquième jusqu'au huitième segment, on trouve huit poches blanchâtres disposées symétriquement par paires sur ces quatre anneaux ; elles sont comparables aux réservoirs séminaux des Lombrics ; seulement, au lieu d'être simple, la poche est nettement bilobée.

Comme on le voit, l'anatomie du *Perichœta* rapproche beaucoup ces êtres des Lombrics proprement dits ; les grands appareils organiques ne présentent que des différences accessoires ; elles sont toutefois suffisantes pour justifier pleinement, avec la disposition des soies et la situation de la ceinture, l'établissement du nouveau genre établi par M. Schmarda.

Sur la dentition du Marsouin, par M. P. Fischer.

Les Cétacés souffleurs sont considérés par la plupart des naturalistes comme pourvus d'une seule espèce de dents ; cependant l'examen de crânes bien conservés montre que cette proportion n'est pas rigoureusement exacte.

Sur un très-beau crâne de Marsouin des côtes de France (*Phocœna communis*), on voit que les intermaxillaires portent de chaque côté une dent séparée des autres dents insérées sur le maxillaire par une barre plus prononcée que l'intervalle normal des dents maxillaires. — A la mâchoire inférieure, les dents terminales sont également séparées.

Les quatre dents de l'extrémité du rostre sont donc de véritables incisives ; leur direction est d'ailleurs un peu différente des autres dents ; elles paraissent persistantes chez le Marsouin, mais chez plusieurs Cétacés elles sont caduques ou à peine développées.

J'établirai ainsi la formule dentaire du Marsouin :

$\frac{24.\ 1 - 1.\ 24}{22.\ 1 - 1.\ 22}$. L'exemplaire que j'ai examiné est un mâle de grande taille; sur une femelle adulte, on ne trouve pas de différence sensible.

Séance du 9 novembre 1867.

PRÉSIDENCE DE M. DAUSSE.

M. Laguerre fait une communication sur un théorème relatif aux courbes d'ombre sur les surfaces gauches, énoncé par M. P. Serret dans sa thèse sur la théorie des lignes à double courbure.

M. Gris rend compte de ses études sur une plante aquatique (*Naias*), et insiste particulièrement sur la constitution de son ovule et de sa graine.

M. Gaudry annonce les découvertes récentes faites par l'abbé Bourgeois de silex taillés de l'époque du calcaire de Beauce.

M. Fischer expose les différentes migrations des Cétacés qui fréquentent les côtes de France.

M. Broca démontre un nouveau procédé de mensuration de la cavité crânienne et appelle l'attention de la Société sur l'importance de l'angle sphénoïdal.

Séance du 16 novembre 1867.

PRÉSIDENCE DE M. DAUSSE.

M. Haton fait connaître la forme d'équilibre d'un fil pesant dont la densité varie en raison inverse du carré de la longueur. Cette courbe est une chaînette ordinaire dont l'axe est incliné sur l'horizon, de telle sorte que la tangente, au point origine des densités, soit verticale. On voit que si cette origine se recule indéfiniment sur la courbe, le fil devient homogène et l'axe se redresse verticalement.

M. Berthelot rend compte de ses recherches sur l'oxydation des matières organiques et la formation des acides organiques.

M. Fischer fait une communication sur un Saurien contenu dans un morceau d'ambre jaune (succin).

Séance du 23 novembre 1867.

PRÉSIDENCE DE M. PUEL.

M. Dausse développe les points les plus importants d'un travail qu'il vient de publier sur les inondations et le système de défense qu'on peut leur opposer.

M. Fischer annonce la découverte d'acide sulfurique libre dans le liquide salivaire de plusieurs Gastéropodes.

Séance du 30 novembre 1867.

PRÉSIDENCE DE M. PUEL.

M. Dausse continue la communication commencée dans la séance précédente sur les inondations en France.

M. Berthelot décrit un nouveau thermomètre qui permet d'évaluer des températures supérieures à 300°.

M. Laguerre fait une communication sur la manière dont sont distribués sur la courbe de quatrième ordre, résultant de l'intersection de deux surfaces du second ordre, les seize points où la torsion de la courbe est nulle.

Séance du 7 décembre 1867.

PRÉSIDENCE DE M. PUEL.

M. Tresca rend compte de quelques perfectionnements mécaniques qu'il a pu constater à l'Exposition universelle, et donne une appréciation des machines à ammoniaque et des moteurs à gaz.

M. Wolf présente des considérations sur les étoiles filantes et les phénomènes qu'on a pu observer récemment à ce sujet.

Séance du 14 décembre 1867.

PRÉSIDENCE DE M. PUEL.

M. Gaudry résume un ouvrage qu'il offre à la Société, intitulé : *Des lumières que la géologie peut jeter sur quelques points de l'histoire ancienne des Athéniens.*

M. Berthelot donne des détails sur la découverte et les propriétés de l'oxysulfure de carbone C. O. S., et sur sa combinaison avec l'ammoniaque tant liquide que gazeuse; il indique comment cette combinaison reproduit à volonté, soit le sulfocyanure d'ammonium, soit l'urée.

Séance du 21 décembre 1867.

PRÉSIDENCE DE M. PUEL.

M. Marey fait une communication sur la contraction musculaire et spécialement sur la fusion des forces dans l'élasticité.

M. Roze expose ses recherches sur les anthérozoïdes des Cryptogames.

M. l'abbé Aoust envoie une note sur la courbure des surfaces.

Sur la courbure des surfaces, par M. l'abbé Aoust.

Plusieurs géomètres ont donné, depuis quelques années, des expressions remarquables de la courbure des surfaces. En introduisant dans nos recherches la *courbure inclinée* des lignes coordonnées et les formules relatives à cette courbure (Comptes rendus, 1850, 1862; — Journal de Crelle, tome LVIII; — Journal de M. Tortolini, tome VI), nous sommes depuis longtemps parvenu à des expressions de la courbure des surfaces qui ne nous paraissent pas moins remarquables.

I. Soit une surface, et un système de coordonnées ρ_1, ρ_2, tracées sur cette surface; $d\sigma_1$, $d\sigma_2$ les arcs élémentaires de ces lignes, le premier, provenant de la variation de ρ_1, le second, de la variation de ρ_2; φ, l'angle de ces deux éléments; nous avons appelé (Comptes rendus, tome LIV, page

462) *angle de contingence inclinée* de la courbe $d\sigma_1$, suivant la direction $d\sigma_2$, l'angle des tangentes aux deux courbes de la série (ρ_1), menées par les extrémités de l'arc $d\sigma_1$; *courbure inclinée* de la même courbe, suivant la direction $d\sigma_2$, le rapport de l'angle de contingence inclinée à l'arc $d\sigma_1$, la direction de cette courbure étant celle de l'arc de cercle de rayon $d\sigma_2$, décrit du sommet de l'angle entre ses deux côtés. Nous représentons par $\frac{1,}{L_1}\frac{1,}{L_1}$ la courbure inclinée de l'arc $d\sigma_1$, et sa composante tangentielle à la surface; par $\frac{1,}{L_2}\frac{1,}{L_2}$ les courbures analogues de l'arc $d\sigma_2$; par J_1, J_1; J_2, J_2, les angles de contingence oblique relatifs à ces courbures. Nous appelons $\frac{1,}{R_1}\frac{1}{R_1}$ la courbure de l'arc $d\sigma_1$; et sa composante tangentielle; $\frac{1,}{R_2}\frac{1}{R_2}$ les courbures analogues de l'arc $d\sigma_2$; J_1, J_1; J_2, J_2 les angles de contingence relatifs à ces courbures. Nous représentons par d_1, d_2 les variations relatives aux paramètres ρ_1, ρ_2; par $\frac{1}{K}$ la courbure de la surface; par $d\omega$ l'aire du quadrilatère curviligne dont les deux côtés contigus sont, $d\sigma_1$, $d\sigma_2$; cela posé, on a la relation :

$$(1) \qquad d_2 I_1 - d_1 I_2 = \frac{d\omega}{K} - d_1 d_2 \varphi.$$

Cette formule, qui est la traduction immédiate du théorème de Gauss, appliqué à l'octogone géodésique, circonscrit au quadrilatère $d\omega$, a été donnée par MM. Liouville et Bonnet en 1851 (Comptes rendus, 1851; — Journal de M. Liouville, tome XVI). La formule (D) inscrite au paragraphe III du mémoire de M. Gilbert (voyez *l'Institut*, numéro du 11 décembre 1867, page 399) ne diffère pas de la précédente.

II. Ecrivons maintenant les deux formules :

$$(2) \qquad d_1 d_2 \varphi = d_2 J_1 - d_2 I_1 = d_1 I_2 - d_1 J_2.$$

Ces deux formules, relatives aux variations des projections tangentielles des angles de contingence inclinée, sont celles

que nous avons publiées dans notre mémoire sur les coordonnées curvilignes. N° VI (Journal de Crelle tome LVIII). Si, au moyen de ces deux formules, nous éliminons de l'équation (1) les projections tangentielles des angles de contingence propre, nous obtenons une expression nouvelle de la courbure des surfaces, en fonction des variations des projections tangentielles des angles de contingence inclinée des lignes coordonnées,

$$(3) \qquad d_2 \, J_1 - d_1 \, J_2 = \frac{d\omega}{K} + d_1 \, d_2 \, \varphi ;$$

De là résulte que les formules (1) et (3), combinées ensemble, donnent les deux suivantes, qui font connaître séparément la courbure de la surface et la double variation de l'angle des lignes coordonnées :

$$(4) \qquad d_2 \, (I_1 + J_1) - d_1 \, (I_2 + J_2) = \frac{2 \, d\omega}{K} ,$$

$$(5) \qquad d_2 \, (J_1 - I_1) - d_1 \, (J_2 - I_2) = 2 \, d_1 \, d_2 \, \varphi .$$

Il résulte encore de là que l'on a deux nouvelles expressions de la courbure de la surface, lesquelles sont aussi simples que significatives;

$$(6) \qquad \begin{aligned} \frac{d\omega}{K} &= d_2 \, J_1 - d_1 \, I_2 , \\ \frac{d\omega}{K} &= d_2 \, I_1 - d_1 \, J_2 . \end{aligned}$$

III. Passons maintenant à une autre catégorie de formules. Nous avons trouvé dans notre mémoire sur la courbure des surfaces (Comptes rendus, 1863 — *Journal des Sociétés savantes*, tome VI) la formule suivante, dans laquelle n est la direction de la normale à la surface :

$$(7) \quad \frac{\sin^2 \varphi}{K} = \frac{\cos \widehat{n R_1}}{R_1} \, \frac{\cos \widehat{n R_2}}{R_2} - \frac{\cos \widehat{n L_1}}{L_1} \, \frac{\cos \widehat{n L_2}}{L_2}$$

Cette formule, inscrite sous le nº (2) dans le mémoire cité, a été écrite sous une forme plus simple, provenant de ce que, d'après un théorème que nous avons établi, les deux facteurs du dernier terme sont égaux. Elle nous a conduit à des formules qui sont du même ordre que celles contenues dans le paragraphe précédent. En effet, si l'on pose pour abréger :

$$\frac{1}{H} = \frac{\cos \widehat{R_1 R_2}}{R_1 R_2} - \frac{\cos \widehat{L_1 L_2}}{L_1 L_2},$$

on a :

$$(1)' \quad d_2 (I_1 \sin \varphi) - d_1 (I_2 \sin \varphi) = \frac{d\sigma_1 \, d\sigma_2}{H} + d_1 \, d_2 \cos \varphi.$$

Cette formule, qui ne manque pas de simplicité, a l'avantage de présenter sous une forme expressive la valeur de l'élément $\frac{d\sigma_1 \, d\sigma_2}{H}$ dont M. Gilbert ne donne l'expression que dans deux cas seulement, lorsque l'angle φ est constant, lorsque les lignes coordonnées sont géodésiques. Mais la forme que nous venons de donner mérite d'être connue. Il est aisé de voir que cette équation correspond à l'équation (1).

Écrivons les deux formules suivantes :

$$J_1 - I_1 = d_1 \varphi, \qquad I_2 - J_2 = d_2 \varphi,$$

que nous avons établies dans notre théorie des coordonnées curvilignes, page 11, et desquelles ne diffère pas la formule donnée par M. Gilbert, paragraphe III de son mémoire; on obtient une nouvelle expression de l'élément $\frac{d\sigma_1 \, d\sigma_2}{H}$ en fonction des projections tangentielles des angles de contingence inclinée lorsqu'on élimine, au moyen de ces formules, les angles de contingence propre de l'équation (1)'. Cette expression est :

$$(3)' \quad d_2 (J_1 \sin \varphi) - d_1 (J_2 \sin \varphi) = \frac{d\sigma_1 \, d\sigma_2}{H} - d_1 \, d_2 \cos \varphi.$$

Les formules (1)′ et (3)′ forment un système de deux équations, dont la résolution donne séparément la valeur de l'élément $\frac{d\,\sigma_1\,d\,\sigma_2}{H}$ et la double variation du cosinus

$$(4)'\quad d_2\left\{(J_1+I_1)\,\sin\varphi\right\}-d_1\left\{(J_2+I_2)\,\sin\varphi\right\}=\frac{2\,d\,\sigma_1\,d\,\sigma_2}{H}$$

$$(5)'\quad d_2\left\{(J_1-I_1)\,\sin\varphi\right\}-d_1\left\{(J_2-I_2)\,\sin\varphi\right\}=-2\,d_1 d_2 \cos\varphi$$

lesquelles correspondent aux formules (4) et (5).

Enfin, si l'on remarque que l'on a aussi :

$$(2)'\quad d_1 d_2 \cos\varphi = d_1\,(J_2 \sin\varphi) - d_1\,(I_2 \sin\varphi) = d_2\,(I_1 \sin\varphi) - d_2\,(J_1 \sin\varphi)$$

l'on obtient les expressions simples de l'élément qui nous occupe :

$$(6)'\qquad d_2\,(J_1\,\sin\varphi) - d_1\,(I_2\,\sin\varphi) = \frac{d\,\sigma_1\,d\,\sigma_2}{H}$$

$$d_2\,(I_1\,\sin\varphi) - d_1\,(J_2\,\sin\varphi) = \frac{d\,\sigma_1\,d\,\sigma_2}{H}.$$

Les conséquences de ces diverses formules sont nombreuses; il n'entre pas dans notre but de les développer maintenant. Nous nous proposions seulement de démontrer que non-seulement nous avons introduit la notion *de courbure inclinée* des lignes coordonnées, mais que nous avions encore établi les formules à la fois les plus simples et les plus générales relatives à la courbure des surfaces. En remplissant ce devoir, il est loin de notre pensée de chercher à diminuer le mérite des recherches de M. Gilbert, ainsi que la valeur des conséquences qu'il a tirées de ces formules.

Séance du 28 décembre 1867.

PRÉSIDENCE DE M. CATALAN.

Communication de M. Transon sur la théorie des imaginaires.

M. Horvàth donne le calcul approximatif d'une expression de la forme $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$, en la ramenant à la forme $mx+ny+pz$.

Sur une nouvelle turbine et sur les roues verticales à aubes courbes, par M. A. de Caligny.

Concevez deux turbines de Borda concentriques et liées invariablement l'une à l'autre, de manière à tourner ensemble. Les aubes de chacune de ces turbines ne seront pas disposées de la même manière, la couronne intérieure devant recevoir l'eau motrice de bas en haut, et l'autre devant la faire évacuer de haut en bas. On n'entrera d'ailleurs ici dans aucun détail sur ces courbures.

La couronne intérieure recevra l'eau sur ses courbes d'une manière analogue à ce qui se présente dans la roue verticale à aubes courbes de M. Poncelet, mais l'eau ne sortira point, comme dans cette roue, de chacun des orifices qui l'aura reçue de bas en haut. Il est facile de démontrer que, pour certaines conditions, la force centrifuge sera suffisante pour faire sortir cette eau de la couronne intérieure et la faire entrer en entier dans la couronne extérieure. Cette même eau agira ensuite, soit en montant, soit en descendant, sur chaque aube correspondante de la couronne extérieure, d'une manière analogue à ce qui se présente dans les roues verticales à aubes courbes précitées.

M. Poncelet avait proposé, pour les roues verticales à augets et à grandes vitesses, de faire entrer l'eau par une

couronne d'augets et de la faire sortir par une autre couronne d'augets, en définitive par des orifices différents de ceux par lesquels elle est entrée. Mais il ne l'a point proposé pour sa roue verticale à aubes courbes, probablement à cause de la perte de force vive qui paraissait devoir résulter, dans tous les cas, de ce qu'il aurait fallu faire courber latéralement la veine liquide, au moyen de pièces disposées pour cet objet, en lui faisant faire un angle assez brusque même pour les roues d'une petite largeur, puisque alors on ne pouvait pas employer de la force centrifuge à transvaser l'eau latéralement. M. de Caligny propose donc d'essayer pour cette circonstance, quand les roues ne seront pas trop larges, le moyen qu'il a depuis longtemps présenté à la Société, de diminuer la résistance de l'eau en mouvement dans les coudes les plus brusques en disposant dans ces coudes des lames concentriques.

On peut essayer aussi un système de lames concentriques analogues pour aider à transvaser l'eau d'une couronne dans l'autre, dans certaines circonstances où ce système serait applicable sans que la force centrifuge fût suffisante. Il ne s'agit d'ailleurs ici que de donner quelques idées générales sur lesquelles l'auteur reviendra, même sans indiquer dans quelles limites elles sont applicables.

M. de Caligny rappelle que ses premières idées sur les turbines à lames liquides oscillantes ont été communiquées à la Société en 1863, et que, la même année, M. Poncelet voulut bien les présenter à l'Académie des sciences, le 20 décembre 1863, dans une note de M. de Caligny qui avait été envoyée à cette Académie le 16 novembre de la même année. M. de Caligny est heureux de pouvoir montrer une fois de plus toute la portée dont paraissent susceptibles les idées de l'homme illustre que les sciences viennent de perdre. Dans la turbine à lames oscillantes, telle que M. Poncelet l'avait présentée de la part de M. de Caligny, on ne pouvait introduire l'eau par toutes les aubes en même temps, comme il paraît qu'on le peut, au moins dans certains cas, pour la forme objet de cette communication.

M. de Caligny est le premier à convenir que l'expérience seule pourra montrer si les idées nouvelles qu'il présente aujourd'hui ont une importance pratique. Dans tous les cas,

les conditions à remplir étant différentes de celles des turbines connues et les idées étant nouvelles, il lui semble intéressant d'en conserver la trace, pour compléter du moins les théories scientifiques relatives à ces matières.

Sur les valeurs approximatives et rationnelles des radicaux de la forme $\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}$ et $\sqrt{X^2+Y^2}$, par M. Horvàth.

Nous nous sommes proposé, dans ce travail, de généraliser un problème très-important de mécanique dont M. Poncelet s'était occupé et qu'il avait traité dans son cours de mécanique appliquée aux machines. La question résolue par M. Poncelet peut être considérée comme un cas particulier de celle dont nous nous proposons de chercher la solution. En effet, le problème de M. Poncelet était le suivant : trouver une formule approximative et rationnelle de la forme $mX + nY$ qui permette de déterminer rapidement et aisément la valeur de $\sqrt{X^2 + Y^2}$, radical qui représente la grandeur de la résultante de deux forces rectangulaires représentées par X et Y. Ce problème est plus intéressant encore au point de vue de la simplification de certains calculs de mécanique appliquée qu'il permet de résoudre avec une approximation suffisante par des équations du premier degré, que par suite de la rapidité avec laquelle il permet d'obtenir la valeur arithmétique de cette expression.

M. Poncelet a indiqué aussi, dans l'ouvrage cité plus haut, comment on pouvait ramener à la question précédente la solution du problème analogue pour la résultante de trois forces; connaissant, par exemple, les limites entre lesquelles se trouvent compris les rapports de X à $\sqrt{Y^2 + Z^2}$ et de Y à Z.

Nous nous proposons, dans cette note, de trouver une formule approximative et rationnelle de la forme

$$mX + nY + pZ$$

permettant de déterminer approximativement la valeur de l'expression

$$\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

qui représente la longueur de la résultante de trois forces rectangulaires ayant respectivement pour valeurs X, Y, Z.

Nous supposerons dans notre démonstration : 1° que nous ne connaissons absolument rien sur la valeur absolue de ces trois forces; 2° que la résultante est située dans l'intérieur du trièdre formé par trois lignes droites OR_1, OR_2, OR_3, que nous supposerons données par la nature même de la question. En admettant pour m, n et p des valeurs constantes, nous ferons, en prenant la valeur approximative

$$mX + nY + pZ$$

au lieu de la valeur exacte

$$\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

une erreur dont la grandeur variera avec les différentes valeurs que nous attribuerons à ces constantes.

Notre but est de déterminer ces constantes de manière à rendre minima l'erreur due à l'emploi de la formule approximative.

L'erreur absolue est égale à :

$$mX + nY + pZ - \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

ou à

$$mX + nY + pZ - R.$$

Si nous posons :

$$\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = R$$

l'erreur relative sera égale à :

$$e = \frac{mX + nY + pZ - R}{R}$$

ou à

$$e = m\frac{X}{R} + n\frac{Y}{R} + p\frac{Z}{R} - 1.$$

Si nous désignons par x, y, z, les coordonnées $\frac{X}{R}$, $\frac{Y}{R}$, $\frac{Z}{R}$, du point de rencontre M de la résultante avec une sphère de rayon 1 ayant son centre à l'origine des coordonnées, les coordonnées étant prises par rapport à trois axes rectangulaires coïncidant avec les directions des trois composantes, nous pourrons mettre l'expression de cette erreur sous la forme suivante :

$$e = mx + ny + pz - 1.$$

Cette formule montre immédiatement que e est proportionnel à la distance du point M au plan représenté par l'équation :

$$mx + ny + pz = 1$$

plan que nous désignerons par la lettre P.

En effet, la distance δ du point M à ce plan est égale à :

$$\delta = \frac{mx + ny + pz - 1}{\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}$$

et, par suite, on a :

$$e = \delta\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}.$$

Lorsque le point M est au-dessus du plan P, l'erreur e est positive et toujours moindre que la valeur maxima qu'elle atteint pour :

$$\frac{x}{m} = \frac{y}{n} = \frac{z}{p} = \frac{1}{\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}$$

cette valeur maxima est égale à :

$$e = \sqrt{m^2 + n^2 + p^2} - 1.$$

L'erreur devient nulle lorsque le point M est situé sur le petit cercle qui est défini par l'intersection de la sphère de rayon 1 et du plan P. Puis, si le point M vient à l'extérieur de ce petit cercle, l'erreur devient négative.

Donc, si nous voulons que l'erreur négative, pour les trois points M_1, M_2, M_3 qui correspondent aux droites limites OR_1, OR_2, OR_3, soit précisément égale en valeur absolue au maximum que nous venons de déterminer, il faudra que l'on ait :

$$mx_1 + ny_1 + pz_1 - 1 = mx_2 + ny_2 + pz_2 - 1 =$$
$$mx_3 + ny_3 + pz_3 - 1 = - e_m = 1 - \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}$$

Les constantes m, n, p seront donc déterminées par les égalités suivantes :

$$mx_1 + ny_1 + pz_1 = mx_2 + ny_2 + pz_2 = mx_3 + ny_3 + pz_3$$
$$= 2 - \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}$$

et l'erreur maxima sera égale à :

$$e_m = \sqrt{m^2 + n^2 + p^2} - 1.$$

Il ne nous reste plus maintenant qu'à déterminer les coefficients et à indiquer leurs valeurs numériques pour quelques cas particuliers.

Comme nous l'avons indiqué plus haut, M. Poncelet ne s'occupe que de deux forces dans un plan et la valeur de la résultante est :

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = mX + nY.$$

Pour ce cas particulier, nous devons faire dans nos formules $Z = 0$ et $z = 0$ et nos équations deviennent alors :

$$mx_1 + ny_1 = mx_2 + ny_2 = 2 - \sqrt{m^2 + n^2};$$

l'erreur maxima devient égale à :

$$e_m = \sqrt{m^2 + n^2} - 1.$$

Nous nous proposons seulement de donner les valeurs numériques des coefficients pour deux cas particuliers :

1° Nous supposons ne rien connaître de la grandeur relative des trois forces X, Y et Z ; la résultante sera alors contenue dans le trièdre des coordonnées positives, et les droites limites se confondront avec les trois axes.

Alors on aura :

$$x_1 = 1,\ y_1 = 0,\ z_1 = 0.$$
$$x_2 = 0,\ y_2 = 1,\ z_2 = 0.$$
$$x_3 = 0,\ y_3 = 0,\ z_3 = 1.$$

et nos équations deviennent :

$$m = n = p = 2 - m\sqrt{3}$$

d'où

$$m = n = p = \frac{2}{\sqrt{3} + 1} = \sqrt{3} - 1 = 0{,}732.$$

l'erreur maxima sera alors :

$$e_m = m\sqrt{3} - 1 = 2 - \sqrt{3} = 0{,}268.$$

On obtient enfin la formule approximative cherchée

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = 0{,}732\ (X + Y + Z)$$

avec une erreur maxima de 0,27, qui a lieu lorsque la résultante coïncide, soit avec la bissectrice du trièdre trirectangle formé par les axes, soit avec l'un de ces axes.

Reprenant maintenant le cas de M. Poncelet et considérant les deux axes rectangulaires comme droites limites, nous trouverons :

$$m = n = 2 - m\sqrt{2}$$

d'où l'on tire :

$$m = n = \frac{2}{1 + \sqrt{2}} = 2\sqrt{2} - 2 = 0{,}828$$

et on trouve pour l'erreur maxima :

$$e_m = m\sqrt{2} - 1 = 3 - 2\sqrt{2} = 0{,}172.$$

La formule approximative cherchée est donc dans ce cas :

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = 0{,}828\ (X + Y)$$

avec une exactitude de 0,17.

2° Supposons maintenant que nous ayons :

$$X > Y > Z$$

les droites limites donneront alors lieu aux équations suivantes :

$$x_1 = 1,\ y_1 = 0,\ z_1 = 0$$

$$x_2 = y_2 = \frac{1}{\sqrt{2}},\ z_2 = 0$$

$$x_3 = y_3 = z_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Les équations qui déterminent m, n et p sont alors :

$$m = \frac{1}{\sqrt{2}}(m + n) = \frac{1}{\sqrt{3}}(m + n + p) = 2 - \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}$$

d'où l'on déduit :

$$m = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + (\sqrt{2} - 1)^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}} = 0{,}939$$

$$n = \frac{2(\sqrt{2} - 1)}{1 + \sqrt{1 + (\sqrt{2} - 1)^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}} = 0{,}389$$

$$p = \frac{2(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{1 + \sqrt{1 + (\sqrt{2} - 1)^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}} = 0{,}297$$

et

$$e_m = \frac{\sqrt{1 + (\sqrt{2} - 1)^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} - 1}{\sqrt{1 + (\sqrt{2} - 1)^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} + 1} = 0{,}06.$$

La formule approximative devient ainsi :

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = 0{,}939X + 0{,}389Y + 0{,}297Z$$

avec une exactitude de 0,06.

Reprenant enfin le cas de M. Poncelet, et faisant des hypothèses analogues, nous trouverons :

$$m = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + (\sqrt{2} - 1)^2}} = 0{,}960$$

$$n = \frac{2(\sqrt{2} - 1)}{1 + \sqrt{1 + (\sqrt{2} - 1)^2}} = 0{,}368$$

et pour l'erreur maxima

$$e_m = \frac{\sqrt{1 + (\sqrt{2} - 1)^2} - 1}{\sqrt{1 + (\sqrt{2} - 1)^2} + 1} = 0{,}039$$

ce qui conduit à la formule

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = 0{,}960X + 0{,}368Y$$

avec une exactitude de 0,04.

ERRATA.

Page 103, ligne 34. Au lieu de « la longue portion du triceps » lisez « le vaste interne. »
— — ligne 39. Au lieu de « la longue portion du triceps » lisez « le vaste interne. »
— 108, ligne 7. Lisez « manque souvent » au lieu de « manque. »

165

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS.

Tome troisième. — Juin-Juillet-Août 1866.

PARIS
LIBRAIRIE F. SAVY
24, RUE HAUTEFEUILLE.

1866

Le Bulletin de la SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE se publie par cahiers trimestriels depuis le mois de mars 1865. Le prix de l'abonnement est fixé à 5 francs.

ON S'ABONNE :

A la librairie F. SAVY, 24, rue Hautefeuille.

TABLE DES MATIÈRES.

Séance du 16 juin 1866 73

Séance du 23 juin 1866 73

Sur les appareils destinés à puiser de l'eau à de grandes profondeurs, par M Laurent 74

Séance du 30 juin 1866 78

Séance du 7 juillet 1866 78

Séance du 14 juillet 1866 78

Sur la détermination des normales aux lignes ou surfaces décrites pendant le déplacement continu d'un corps solide, par M. Mannheim 79

Sur un squelette de Chimpanzé provenant du Gabon, par M. Alix 81

Séance du 21 juillet 1866 86

Séance du 28 juillet 1866 86

Sur la division de la formation cristalline sur la bande occidentale des Maures, par M. de Mercey 86

Séance du 4 août 1866 94

Sur l'origine aqueuse des raies telluriques du spectre solaire, par M. Janssen 95

Séance du 11 août 1866 98

Théorèmes relatifs aux courbes et surfaces algébriques, par M. P. Serret 98

IMPRIMERIE CENTRALE DES CHEMINS DE FER. — A. CHAIX ET Cie, RUE BERGÈRE, 20, A PARIS.

165742

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS.

Tome troisième. — Octobre-Novembre-Décembre 1866.

PARIS

LIBRAIRIE F. SAVY

24, RUE HAUTEFEUILLE.

1866

Le Bulletin de la SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE se publie par cahiers trimestriels depuis le mois de mars 1865. Le prix de l'abonnement est fixé à 5 francs.

ON S'ABONNE :

A la librairie F. SAVY, 24, rue Hautefeuille

Le Bulletin de la SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE se publie par cahiers trimestriels depuis le mois de mars 1864. Le prix de l'abonnement est fixé à 5 francs.

ON S'ABONNE :

A la librairie F. SAVY, 24, rue Hautefeuille.

TABLE DES MATIÈRES.

Séance du 5 janvier 1867 1
Modification de l'appareil d'Arago pour éliminer l'influence de la condensation des gaz sur les parois, par M. A. Cornu. 2
Séance du 12 janvier 1867 3
Séance du 19 janvier 1867 3
Sur les parafoudres, par M. A. Guillemin 4
De l'emploi des prismes de Nicol dans les mesures précises de polarisation, par M. A. Cornu 5
Séance du 26 janvier 1867 6
Séance du 2 février 1867 6
Sur la décharge de la bouteille de Leyde, par M. A. Guillemin 7
Sur un nouveau Rongeur, par M. Alphonse Milne-Edwards. 8
Sur un nouveau système d'écluses de navigation, par M. A. de Caligny 9
Séance du 9 février 1867 13
Séance du 16 février 1867 13
Sur les systèmes de coniques assujetties à quatre conditions, par M. Abel Transon 14
Sur la détermination du rayon de courbure des lignes planes, par M. Laguerre 15
Expériences sur la pression et la température de la vapeur d'eau prises dans des conditions particulières, par MM. Cazin et Hirn 19
Séance du 23 février 1867 21
Expériences sur la détente de la vapeur surchauffée, par MM. Cazin et Hirn 21
Sur le puits artésien de la place Hébert, à la Chapelle-Saint-Denis, par M. Laurent 24
Sur un nouveau système d'écluses de navigation de M. A. de Caligny, par MM. Vallès 27
Sur la carte hydrologique du département de la Seine, par M. Delesse 29

IMPRIMERIE CENTRALE DES CHEMINS DE FER. — A. CHAIX ET Cie RUE BERGÈRE, 20, A PARIS.

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS.

Tome quatrième. — Mars-Avril-Mai 1867.

PARIS

LIBRAIRIE F. SAVY

24, RUE HAUTEFEUILLE.

1867

Le Bulletin de la SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE se publie par cahiers trimestriels depuis le mois de mars 1864. Le prix de l'abonnement est fixé à 5 francs.

ON S'ABONNE :

A la librairie F. SAVY, 24, rue Hautefeuille.

TABLE DES MATIÈRES.

Séance du 2 mars 1867 33
Sur le puits artésien de Rochefort, par M. Laurent..... 33
Séance du 9 mars 1867 42
Séance du 16 mars 1867..... 42
Sur la mort des Poissons de mer dans l'eau douce, par M. P. Bert..... 43
Séance du 23 mars 1867..... 45
Sur l'amalgame de thallium, par M. J. Regnauld..... 46
Sur les courbes résultant de l'intersection d'une sphère avec une surface du 2e degré, par M. Laguerre..... 51
Sur la famille des Rallides, par M. A. Milne Edwards..... 58
Séance du 30 mars 1867..... 60
Sur les locomotives à engrenages, par M. Vallès..... 60
Sur les réseaux isométriques et la déformation des surfaces de révolution, par M. Picard..... 73
Séance du 6 avril 1867..... 79
Sur les centres de gravité, par M. Haton de la Goupillière.. 79
Sur les applications de la géométrie au calcul intégral, par M. Laguerre,..... 81
Séance du 13 avril 1867..... 87
Sur les enveloppes de cercles, par M. Ribaucour..... 88
Séance du 27 avril 1867..... 90
Séance du 4 mai 1867..... 90
Séance du 11 mai 1867..... 90
Séance du 18 mai 1867..... 91
Séance du 25 mai 1867..... 91
Sur le choc longitudinal de deux barres parfaitement élastiques et sur la proportion de leur force vive qui est perdue par la translation ultérieure, par M. de Saint-Venant..... 92

IMPRIMERIE CENTRALE DES CHEMINS DE FER. — A. CHAIX ET Cie, RUE BERGÈRE, 20, A PARIS.

165792

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS.

Tome quatrième. — Juin-Juillet-Août 1867.

PARIS
LIBRAIRIE F. SAVY
24, RUE HAUTEFEUILLE.

1867

Le Bulletin de la SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE se publ par cahiers trimestriels depuis le mois de mars 1864. L prix de l'abonnement est fixé à 5 francs.

ON S'ABONNE :

A la librairie F. SAVY, 24, rue Hautefeuille

TABLE DES MATIÈRES.

Séance du 1er juin 1867 97
Séance du 8 juin 1867 97
Séance du 15 juin 1867 98
Sur la vitesse de propagation des ondes circulaires, par M. de Caligny 98
Séance du 22 juin 1867 100
Séance du 29 juin 1867 100
Comparaison des os et des muscles des Oiseaux avec ceux des Mammifères, par M. Alix 100
Séance du 6 juillet 1867 109
Expériences sur la fonction des diverses cavités du cœur et sur l'introduction de corps étrangers dans ces cavités, par M. Vulpian 109
Sur la différence des effets que produisent sur les Grenouilles certaines substances toxiques suivant qu'on les introduit sous la peau du dos ou sous la peau des membres, par M. Vulpian 113
Sur la présence de la vapeur d'eau dans quelques étoiles, par M. Janssen 115
Séance du 13 juillet 1867 116
Sur la reproduction des membres chez l'Axolotl dans le cas de polydactylie acquise, par M. Vulpian 117
Sur l'injection de poudre de lycopode dans les artères de l'encéphale, par M. Vulpian 117
Sur le mode d'accroissement des épiphyses des os longs chez les Mammifères, par M. Vulpian 122
Séance du 20 juillet 1867 124
Sur les effets du venin du Crapaud Agua de Bahia, par M. Vulpian 124
Séance du 27 juillet 1867 126
Séance du 3 août 1867 126
Sur l'appareil locomoteur de la Roussette d'Edwards, par M. Alix 127
Sur les effets de l'injection d'albumine dans le système veineux des Mammifères, par M. Vulpian 160
Sur le rétablissement des fonctions des nerfs pneumogastriques après la section de ces nerfs, par M. Vulpian 165
Séance du 10 août 1867 170
Sur l'appareil locomoteur de l'Ornithorynque et de l'Échidné, par M. Alix 170
Sur la composition du sang qui sort des reins et du sang qui sort du foie, par M. Vulpian 218

IMPRIMERIE CENTRALE DES CHEMINS DE FER.—A. CHAIX ET Cie, RUE BERGÈRE, 20, A PARIS.—368-8.

165792

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS.

Tome quatrième. — Octobre-Novembre-Décembre 1867.

PARIS
LIBRAIRIE F. SAVY
24, RUE HAUTEFEUILLE.

1867

Le Bulletin de la SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE se publie par cahiers trimestriels depuis le mois de mars 1864. Le prix de l'abonnement est fixé à 5 francs.

ON S'ABONNE :

A la librairie F. SAVY, 24, rue Hautefeuille.

TABLE DES MATIÈRES.

Séance du 19 octobre 1867 225
Séance du 26 octobre 1867 225
Sur quelques propriétés relatives à la courbure des surfaces, par M. P. Gilbert 226
Séance du 2 novembre 1867 234
Sur le *Perichœta cingulata*, Schmarda, par M. Léon Vaillant. 234
Sur la dentition du Marsouin, par M. P. Fischer 237
Séance du 9 novembre 1867 237
Séance du 16 novembre 1867 238
Séance du 23 novembre 1867 238
Séance du 30 novembre 1867 239
Séance du 7 décembre 1867 239
Séance du 14 décembre 1867 239
Séance du 21 décembre 1867 240
Sur la courbure des surfaces, par M. l'abbé Aoust 240
Séance du 28 décembre 1867 245
Sur une nouvelle turbine et sur les roues verticales à aubes courbes, par M. A. de Caligny 245
Sur les valeurs approximatives et rationnelles des radicaux de la forme $\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}$ et $\sqrt{X^2+Y^2}$, par M. Horvath 247

IMPRIMERIE CENTRALE DES CHEMINS DE FER.—A. CHAIX ET Cie, RUE BERGÈRE, 20, A PARIS.-2058-8

1630

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES
3 9088 01526 6455